

含间隙非线性的Wiener-Hammerstein系统复合补偿控制

李冬伍, 任雪梅, 吕晓华[†]

(北京理工大学 自动化学院, 北京 100081)

摘要: 针对含非对称间隙环节的Wiener-Hammerstein系统提出了一种新的由输出反馈和间隙动态逆补偿构成的复合控制方案. 首先应用参数化分段线性表达式设计了未知参数的整体估计模型, 可同时估计线性参数和间隙的特征参数, 然后提出了一种新的误差有界的间隙动态逆模型, 该模型可使得驱动信号能在间隙的不同线性段之间快速切换, 在此基础上设计了鲁棒补偿控制律, 同时对输入线性环节采用输出反馈控制构建了复合控制器, 通过李亚普诺夫方法证明了闭环系统的稳定性. 带减速器的单电机伺服系统模型的仿真结果表明该方法在跟踪精度良好的同时可使系统动态响应满足要求.

关键词: Wiener-Hammerstein系统; 间隙; 复合补偿控制

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Combined compensation control for Wiener-Hammerstein systems with backlash nonlinearities

LI Dong-wu, REN Xue-mei, LÜ Xiao-hua[†]

(School of Automation, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: For Wiener-Hammerstein systems with asymmetric backlash nonlinearities, we propose a novel combined compensation control consisting of the output feedback and a dynamic inverse compensation for backlash. The piecewise linear parametric representation is first utilized to simultaneously estimate the characteristic parameters of the asymmetric backlash and the unknown coefficients in the linear transfer function. Then, we build a new error-bounded dynamic inverse model for the backlash; this model makes it possible for the driving signal to be quickly switched between different line segments of the backlash. On this basis, we develop the robust compensation law. Meanwhile, by using output feedback, we build a compound controller for the input linear loop. The stability of the closed-loop is proved by means of Lyapunov method. Simulation is carried out on a single-motor servo system with speed reducer. Results show that the proposed method provides not only excellent tracking accuracies, but also the desirable dynamic response as well.

Key words: Wiener-Hammerstein systems; backlash; combined compensation control

1 引言(Introduction)

非线性环节或元件的存在是制约控制系统性能的关键因素. 当系统中的非线性环节位于两个线性动态环节之间时就是Wiener-Hammerstein系统, 如图1所示. Wiener-Hammerstein系统不仅能描述很多实际伺服系统, 又可继承线性系统的研究成果, 是有一定普遍性又有广阔工业应用空间的非线性系统. 文献[1-2]讨论了非线性环节为死区特性的Wiener-Hammerstein系统并提出了一种混合控制方法, 文献[3]对该方法做了进一步分析, 并针对更一般的Wiener-Hammerstein系统给出了混合控制器的设计过程与性

能分析. 实际中含间隙非线性的控制系统也可用Wiener-Hammerstein系统来表示, 如雷达天线伺服系统、大型转塔伺服系统等带减速器的伺服系统就是典型的Wiener-Hammerstein系统, 其驱动部分为前端线性环节($G_i(s)$), 负载对象为后端的线性动态环节($G_o(s)$), 而位于二者之间的减速器就是含间隙特性的非线性比例环节($N(\cdot)$). 间隙非线性是具有记忆性和映射多值性等特点的一种非线性, 间隙的存在会引起系统跟踪误差或极限环振荡, 严重时甚至导致系统不稳定, 对间隙的建模与补偿控制一直是伺服系统的研究热点. 文献[4]针对含间隙的Wiener-Hammerstein

收稿日期: 2014-09-09; 录用日期: 2015-08-26.

[†]通讯作者. E-mail: lv_xiaohua@aliyun.com; Tel.: +86 13552323170.

本文责任编辑: 胡跃明.

国家自然科学基金项目(61433003, 61273150, 61321002), 高等学校博士学科点专项科研基金项目(20121101110029)资助.

Supported by National Nature Science Foundation of China (61433003, 61273150, 61321002) and Special Research Found for the Doctoral Program of Higher Education (20121101110029).

系统在间隙宽度已知的前提下采用最优控制实现对间隙的补偿, 文献[5] 同样在间隙宽度已知条件下提出了一种自适应控制方法并讨论了不同情况下补偿算法的收敛性质. 文献[6-7]采用滑模控制器研究了间隙宽度不确定时Wiener-Hammerstein系统的稳定性. 文献[8-9]分别对连续系统和离散系统讨论了输入间隙非线性的补偿控制. 基于神经网络^[10]和模糊逻辑^[11]的补偿方法被用于反馈控制系统, 而自适应鲁棒控制^[12]则将未知间隙特性视为线性参数化模型, 通过设计鲁棒项对建模误差进行补偿. 这些方法将未知非线性看作黑箱模型, 缺乏对间隙特性的描述, 不适合从物理机理上认识间隙对伺服系统的影响. 文献[13]将间隙、死区等非线性环节视为有界干扰, 采用自适应反步法设计补偿控制器. 应用反步法一般要求被控对象的传递函数是连续可微的, 对函数的多次微分也会带来计算上的繁琐.

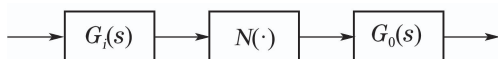


图 1 Wiener-Hammerstein系统

Fig. 1 Wiener-Hammerstein system

本文考虑含非对称间隙的Wiener-Hammerstein系统的辨识和补偿控制问题. 首先给出了系统未知参数的整体估计模型, 可同时估计线性和非线性参数, 在此基础上提出一种基于间隙动态逆模型的复合补偿控制方法. 动态逆模型可通过调节参数缩短间隙中间状态的换向时间, 从物理机理上补偿其对伺服系统的影响, 在齿轮传动的伺服系统中可有效克服由齿隙带来的滞后误差, 提高系统的跟踪精度.

本文第2节介绍含间隙的Wiener-Hammerstein系统, 第3节讨论间隙的建模与系统未知参数辨识, 第4节给出复合控制方案的设计与稳定性分析, 最后将所提方法用于带减速器的单电机伺服系统的补偿控制中并得出相关结论.

2 含间隙非线性的Wiener-Hammerstein系统(Wiener-Hammerstein systems in presence of asymmetric backlash nonlinearities)

考虑含非对称间隙的Wiener-Hammerstein系统:

$$\begin{cases} y(t) = G_o(s)[v_2](t), \\ v_2(t) = B(v_1(t)), \\ v_1(t) = G_i(s)[u](t), \end{cases} \quad (1)$$

其中: $y(t)$ 和 $u(t)$ 分别为系统输出和输入变量, $v_1(t)$, $v_2(t)$ 分别为间隙环节的输入和输出, $G_o(s)$ 和 $G_i(s)$ 的状态空间形式分别由式(2)–(3)给出:

$$\begin{cases} \dot{z}_i = z_{i+1}, \quad i = 1, \dots, n_0 - 1, \\ \dot{z}_{n_0} = \sum_{j=1}^{n_0} -a_j z_{n_0-j+1} + v_2(t), \\ y(t) = z_1(t), \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_i = x_{i+1}, \quad i = 1, \dots, n_i - 1, \\ \dot{x}_{n_i} = \sum_{j=1}^{n_0} -b_j z_{n_i-j+1} + u(t), \\ v_1(t) = x_1(t), \end{cases} \quad (3)$$

其中: $z = [z_1 \ \dots \ z_{n_0}]^T$ 和 $x = [x_1 \ \dots \ x_{n_i}]^T$ 分别为两个线性环节的状态向量, $b_j (j = 1, \dots, n_i)$ 假设已知. $B(\cdot)$ 为间隙非线性(见图2)函数, 可表示为

$$v_2(t) = B(v_1(t)) = \begin{cases} l(v_1(t) - d_2), & \text{若 } \dot{v}_1 > 0 \text{ 且 } v_2(t) = l(v_1(t) - d_2), \\ l(v_1(t) + d_1), & \text{若 } \dot{v}_1 < 0 \text{ 且 } v_2(t) = l(v_1(t) + d_1), \\ v_2(t_-), & \text{其他,} \end{cases} \quad (4)$$

其中: l 为斜率, d_1 和 d_2 分别为左、右间隙宽度, $v_2(t_-)$ 表示输出不发生变化. 设 $v_1(t)$ 可测, 事实上, 带传动链伺服系统中, $v_1(t)$ 可为执行电机角位置等物理量, 由传感器获得.

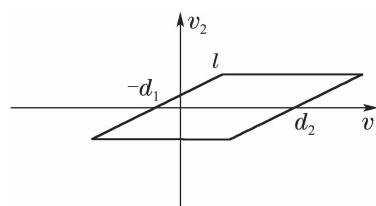


图 2 非对称间隙

Fig. 2 Non-symmetric backlash

3 间隙的参数化分段线性逼近与未知参数整体估计模型 (Piecewise linear parametric representation of backlash and integer estimation of unknown coefficients)

本节考虑间隙参数 l, d_1, d_2 及系数 $a_j (j = 1, \dots, n_0)$ 的估计.

对 $v_1(t)$ 和 $y(t)$ 进行采样, 得到输入和输出数据序列 $\{v_1(k)\}$ 和 $\{y(k)\}$. 设采样过程各信号为零阶保持, 那么系统(1)的输出部分 G_o 可离散化为

$$\tilde{G}_0(z) = \frac{y(z)}{v_2(z)} = \frac{\beta_1 z^{n_0-1} + \beta_2 z^{n_0-2} + \dots + \beta_{n_0-1} z + \beta_{n_0}}{z^{n_0} + \alpha_1 z^{n_0-1} + \alpha_2 z^{n_0-2} + \dots + \alpha_{n_0-1} z + \alpha_{n_0}}, \quad (5)$$

其中: $y(z)$ 和 $v_2(z)$ 分别为序列 $\{y(k)\}$ 和 $\{v_2(k)\}$ 的 z 变换, $\alpha_i, \beta_i (i = 1, \dots, n_0)$ 由下式给出:

$$\begin{cases} \alpha_{n_0-i} = (-1)^{n_0-i} C_{n_0}^{n_0-i} + \sum_{j=i}^{n_0-1} a_{n_0-j} (-1)^{j-i} C_j^{j-i}, \\ \beta_{n_0-i} = \sum_{j=i}^{n_0-1} b_{n_0-j} (-1)^{j-i} C_j^{j-i}, \end{cases} \quad (6)$$

其中 T_0 为采样周期. 那么 G_0 的离散化等价差分方程为

$$\begin{cases} A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})v_2(k), \\ A(z^{-1}) = 1 + \alpha_1 z^{-1} + \cdots + \alpha_{n_0} z^{-n_0}, \\ B(z^{-1}) = 1 + \beta_1 z^{-1} + \cdots + \beta_{n_0} z^{-n_0}. \end{cases} \quad (7)$$

系统(7)是光滑线性系统, 因此采用一般递推辨识方法可方便地得出未知系数 $\alpha_i, \beta_i (i = 1, \cdots, n_0)$ 的估计值 $\hat{\alpha}_i, \hat{\beta}_i (i = 1, \cdots, n_0)$.

注1 式(6)为独立的线性方程组, 其系数矩阵均为对角线上为非零元素的下三角矩阵, 求解时不需要求逆运算.

考虑图2所示间隙特性, 设 $v_1(t)$ 和 $v_2(t)$ 分别满足 $v_{1m} \leq v_1(t) \leq v_{1M}$ 和 $v_{2m} \leq v_2(t) \leq v_{2M}$. 分两步对间隙的3个特征参数 l, d_1, d_2 进行辨识. 考察图中左半曲线(粗线所示), 满足

$$v_{2l}(t) = \begin{cases} l(v_1(t) + d_1), & \text{若 } \dot{v}_1 < 0 \text{ 且 } v_{2l}(t) = l(v_1(t) + d_1), \\ v_{2l}(t-), & \text{若 } \dot{v}_1 \geq 0 \text{ 且 } v_1(t) < v_{1M}, \end{cases} \quad (8)$$

让 v_1 满足上式中第一个条件, 即 $v_2(t)$ 在曲线 v_{2l} 上运动而不会切换到另一边. 那么式(7)可写为

$$\begin{aligned} A(z^{-1})y(k) &= B(z^{-1})v_{2l}(k), \\ v_{2l}(k) &= B(v_1(k)). \end{aligned} \quad (9)$$

定义 $\{y_0(k)\}$ 为系统(9)在以下输入信号下的输出序列

$$v_{10}(k) = \begin{cases} m_1 + \delta, & k = hT + 2n_0, \\ m_1 + j\delta, & k = hT + (2 + j)n_0, j = 1, \cdots, s, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases} \quad (10)$$

其中 δ 满足

$$\frac{(s-1)(m_{s+1} - m_s)}{s^2} < \delta < \frac{m_{s+1} - m_s}{s}, \quad (11)$$

m_1, \cdots, m_{s+1} 由式(13)给出. 当 $v_{10}(k) = m_1(v_{1m})$ 时, 当 $v_{10}(k) = m_1(v_{1m})$ 时, $v_{2l} = B(v_{1m}) = v_{2m}$, 因此, 对任意 $k > 0$ 有

$$A(z^{-1})y_0(k) = B(z^{-1})v_{2l}(k). \quad (12)$$

本文应用参数化分段线性表达式^[14]逼近上式中的 v_{2l} . 首先在 $[v_{1m}, v_{1M}]$ 上划得分 $s \geq 2$ 个子区间

$$v_{1m} = m_1 < m_2 < \cdots < m_{s+1} = v_{1M}. \quad (13)$$

定义在这种分割上的所有分段线性函数可表示为^[14]

$$\hat{v}_{2l} = p_0 + \sum_{j=1}^s p_j \sigma_j(0, u - \underline{\ell}_j, \bar{\ell}_j - \underline{\ell}_j), \quad (14)$$

式(14)中的 $\sigma_j(0, u - \underline{\ell}_j, \bar{\ell}_j - \underline{\ell}_j)$ 为基函数, $\bar{\ell}_j$ 和 $\underline{\ell}_j$ 分别是第 j 个子区间的上下边界, 不难看出 $\underline{\ell}_m, \bar{\ell}_j = m_{i+1} (i = 1, 2, \cdots, s)$. $\sigma(\cdot)$ 的形式为

$$\sigma(a, b, c) = \max(a, \min(b, c)). \quad (15)$$

注2 式(14)实际是在每个子区间上得到一个基函数, 然后用 $p_j \sigma_j(0, v_1(t-i) - \underline{\ell}_j, \bar{\ell}_j - \underline{\ell}_j)$ 的线性组合来逼近未知的 v_{2l} , p_j 为局部线性函数 σ_j 的斜率.

注3 $\sigma(\cdot)$ 实际也是一种分段线性函数, s 的取值可在估计精度和计算简便之间折中. 本文 s 的值在10-15之间较合适. 式(14)的未知系数可由最小二乘得到, 其拟合误差不会大于线性插值函数的拟合误差.

将系统(1)的 $N(\cdot)$ 和 $G_0(s)$ 两部分看作输入间隙的Hammerstein系统, 根据式(12)和式(14)可得整体模型

$$y_0(k) = \sum_{i=1}^{n_0} \sum_{j=0}^s \beta_i p_j \sigma_j(0, v_1(k-i) - \underline{\ell}_j, \bar{\ell}_j - \underline{\ell}_j), \quad (16)$$

其中 $\sigma_0(\cdot) = 1$. 注意到如果用 $(A(z^{-1}), cB(Z^{-1}), v_{2l}/c) (c \neq 0)$ 代替 $(A(z^{-1}), B(Z^{-1}), v_{2l})$ 系统的输入输出保持不变, 因此, 不失一般性地假设 $p_0 = -1$. 定义 $\gamma_{ij} = \beta_i p_j$, 那么式(16)可写为

$$y_0(k) = \varphi^T(k)\theta, \quad (17)$$

其中:

$$\begin{aligned} \varphi(k) &= [1, \sigma_1(0, v_1(k-1) - \underline{\ell}_1, \bar{\ell}_1 - \underline{\ell}_1), \\ &\quad \sigma_s(0, v_1(k-1) - \underline{\ell}_s, \bar{\ell}_s - \underline{\ell}_s), 1, \cdots, \\ &\quad \sigma_s(0, v_1(k-n_0) - \underline{\ell}_s, \bar{\ell}_s - \underline{\ell}_s), \\ &\quad -y(k-1), \cdots, y(k-n_0)]^T, \\ \theta &= [-\beta_1 \gamma_{ij}, \cdots, \gamma_{1s}, -\beta_2, \cdots, \gamma_{n_0 s}, \alpha_1, \cdots, \alpha_{n_0}]^T, \end{aligned}$$

θ 可通过递归最小二乘估计:

$$\hat{\theta}_N = \hat{\theta}_{N-1} + (Y(N) - \varphi_N^T \hat{\theta}_{N-1}) \frac{Q_{N-1} \varphi_N}{\varphi_N^T Q_{N-1} \varphi_N + 1}, \quad (18)$$

其中: N 是数据长度, $y(N)$ 是 $k = N$ 时刻的输出, $Q_{N-1} = (\varphi_{N-1}^T \varphi_{N-1})$. 可以看出, 由估计值 $\hat{\theta}_N$ 可得

$$\begin{cases} \hat{A}(z^{-1}) = 1 + \hat{\alpha}_1(N)z^{-1} + \cdots + \hat{\alpha}_{n_0}(N)z^{-n_0}, \\ \hat{B}(z^{-1}) = 1 + \hat{\beta}_1(N)z^{-1} + \cdots + \hat{\beta}_{n_0}(N)z^{-n_0}. \end{cases} \quad (19)$$

注4 由于 $[v_{1m}, v_{1M}]$ 被划分为 s 个子区间, 每个子区间都应能得到至少一个输出值 y_0 , 才使得向量 θ 是可辨识的, 而输入信号(10)的形式可满足此要求.

由估计值 $\hat{\alpha}_i (i = 1, \cdots, n_0)$ 和方程组(6)可得线性环节 G_0 的系数 $\alpha_i (i = 1, \cdots, n_0)$ 的估计值 $\hat{\alpha}_i (i = 1, \cdots, n_0)$. 进一步地, 由于 $\sum_{i=1}^n \beta_i^2 \neq 0$ (否则 $B(z^{-1})$ 将

无意义), 在 $\gamma_{ij} = \beta_i p_j$ 两端同乘以 β_i 并对 i 求和:

$$\sum_{i=1}^{n_0} \beta_i \gamma_{ij} = \sum_{i=1}^{n_0} \beta_i^2 p_j = p_j \sum_{i=1}^{n_0} \beta_i^2, \quad (20)$$

由此可得 p_j 的估计值:

$$\hat{p}_j(N) = \frac{\sum_{i=1}^{n_0} \hat{\beta}_i(N) \hat{\gamma}_{ij}(N)}{\sum_{i=1}^{n_0} (\hat{\beta}_i(N))^2}, \quad j = 1, \dots, s. \quad (21)$$

根据注2所述性质, 间隙斜率 l 的估计值可由 \hat{p}_j 得到

$$\hat{l} = \frac{\sum_j \hat{p}_j}{s-1}. \quad (22)$$

根据式(22)并注意到点 (v_{1m}, v_{2m}) 在 v_{2l} 上可得

$$\hat{d}_1 = \frac{v_{2m}}{\hat{l}} - v_{1m}. \quad (23)$$

考虑图2中右半曲线 v_{2r} 并注意到点 (v_{1M}, v_{2M}) 在 v_{2r} 上, 通过以上分析可得 d_2 的估计值:

$$\hat{d}_2 = v_{1M} - \frac{v_{2M}}{\hat{l}}. \quad (24)$$

注 5 由式(14)(16)(18)(20)–(24)可知, 通过间隙的参数化分段线性模型可整体估计出非线性参数 l, d_1, d_2 和线性模块 G_0 的未知系数 $a_i (i = 1, \dots, n_0)$, 不需将二者分开估计.

定理 1 对于系统(7), 对任意 $hT < k < (h+1)T$, 在输入信号(10)作用下, 参数估计值一致收敛, 即当 $N \rightarrow \infty$ 时 $\hat{\theta}_N \rightarrow \theta$.

证 对任意 $k \in [hT, hT + 4n_0 + 1]$, 由于 $u_0(k) \in \{0, m_1 + \delta\}$, 因此

$$\hat{v}_2(k) = \hat{B}(v_{10}(k)) = \begin{cases} p_0 + p_1 \sigma_1(0, u_0 - \alpha_1, \beta_1 - \alpha_1), & k = k_h + 2n_0, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases} \quad (25)$$

根据式(25)及文献[15]中引理可知 $\varphi(k)$ 是持续激励的数据向量, 由此可得估计值 $\hat{\theta}_N$ 一致收敛, 即当 $N \rightarrow \infty$ 时 $\hat{\theta}_N \rightarrow \theta$.

4 复合补偿控制器设计及稳定性分析 (Design and stability analysis of combined compensation controller)

将系统(1)重写为以下形式:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= x_{i+1}, \quad i = 1, \dots, n_i - 1, \\ \dot{x}_{n_i} &= \sum_{j=1}^{n_i} -b_j x_{n_i-j+1} + u(t), \\ v_1(t) &= x_1(t), \\ v_2(t) &= B(v_1(t)) = \begin{cases} l(v_1(t) - d_2), & \dot{v}_1 > 0, \quad v_2(t) = l(v_1(t) - d_2), \\ l(v_1(t) + d_1), & \dot{v}_1 > 0, \quad v_2(t) = l(v_1(t) + d_1), \\ v_2(t-), & \text{其他,} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \dot{z}_i = z_{i+1}, \quad i = 1, \dots, n_0 - 1, \\ \dot{z}_{n_0} = \sum_{j=1}^{n_0} -\hat{a}_j z_{n_0-j+1} + v_2(t), \\ y(t) = z_1(t), \end{cases} \quad (26)$$

其中: \hat{a}_j 为 a_j 的估计值, 可由式(6)与式(18)得到. 控制目标为: 输出 y 跟踪一个有界参考输入 y_d 并使得跟踪误差 $e = y - y_d$ 收敛到原点周围任意小的邻域内. 图3给出了闭环系统的控制结构图, 其中 u_d 是鲁棒控制器 C 的输出信号, 由式(43)给出, $BI(\cdot)$ 和 $B(\cdot)$ 分别表示间隙的逆和间隙非线性.

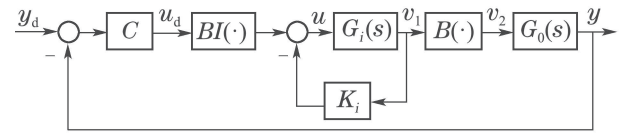


图 3 闭环系统框图

Fig. 3 The close-loop system diagram

对于输入线性环节 $G_i(s)$ 采用文献[16]中给出的输出反馈法来抵消其影响, 即 $G_i(s)$ 环节的输入为

$$u = -K_i x_1 + BI(u_d), \quad (27)$$

其中: x_1 是 $G_i(s)$ 环节的输出, K_i 为输出反馈系数. 那么, 间隙环节的输入为

$$v_1 = BI(u_d) = \begin{cases} \frac{1}{\hat{l}} u_d + \hat{d}_2, & \dot{d}_d > 0, \\ 0, & \text{其他,} \\ \frac{1}{\hat{l}} u_d - \hat{d}_1, & \dot{d}_d < 0, \end{cases} \quad (28)$$

当间隙环节的输出 $v_2(t)$ 处于中间状态(即 $v_2(t) = v_2(t_-)$)时, 系统输出会产生跟踪误差甚至会变得不稳定, 而缩短 $v_2(t)$ 在两段线性状态之间的换向时间是补偿间隙非线性的有效途径^[17]. 因此本文设计如下间隙动态逆:

$$u'_d = \frac{1}{\hat{l}} u_d + \rho W(t), \quad (29)$$

其中: $\rho > 0$ 是常数增益, $W(t)$ 满足式(30)

$$\dot{W}(t) = \dot{u}_d - \frac{2\rho |\dot{u}_d|}{\hat{d}_1 + \hat{d}_2} W(t) + \frac{\varepsilon(\dot{u}_d) |\dot{u}_d| (-\hat{d}_1 + \hat{d}_2)}{\hat{d}_1 + \hat{d}_2}, \quad (30)$$

其中 $\varepsilon(\dot{u}_d)$ 定义如下:

$$\varepsilon(\dot{u}_d) = \begin{cases} 0, & \dot{u}_d = 0, \\ 1, & \text{其他.} \end{cases} \quad (31)$$

由式(30)知, 当 $\dot{W}(t) = 0$ 时:

$$W(t) = \frac{1}{2\rho} (\text{sgn } \dot{u}_d - \varepsilon) \hat{d}_1 + \frac{1}{2\rho} (\text{sgn } \dot{u}_d + \varepsilon) \hat{d}_2. \quad (32)$$

事实上, $\rho W(t)$ 满足式(28)的第1个和第3个条件. 当 $\dot{u}_d = 0$ 时, 有 $\dot{W}(t) = 0$ 也满足式(28)的第2个条件. 由

式(32)可知, 增大 ρ 的值可缩短 $W(t)$ 在两个状态 $-\frac{\hat{d}_1}{\rho}$ 和 $\frac{\hat{d}_2}{\rho}$ 之间的转换时间.

引理 1 令 $\Delta = B(BI(u_d))$, 则对任意 $t > 0$, Δ 为一有界量且 $|\Delta| \leq \hat{d}_1 + \hat{d}_2$.

证 根据式(4), 当 $\dot{v}_1 > 0$ 且 $v_2(t) = l(v_1(t) - d_2)$ 时,

$$\begin{cases} \rho W(t) = \hat{d}_2, \\ v_2(t) = \hat{l}(v_1(t) - \hat{d}_2) = \\ u_d(t) + \hat{l}(\rho W(t) - \hat{d}_2). \end{cases} \quad (33)$$

根据式(28)有

$$\Delta = v_2(t) - u_d(t) = \rho W(t) - \hat{d}_2. \quad (34)$$

当 $\dot{v}_1 < 0$ 且 $v_2(t) = l(v_1(t) + d_1)$ 时

$$\begin{cases} \rho W(t) = \hat{d}_1, \\ v_2(t) = \hat{l}(v_1(t) + \hat{d}_1), \end{cases} \quad (35)$$

根据式(28)有

$$\Delta = v_2(t) - u_d(t) = 0, \quad (36)$$

当 $v_2(t) = v_2(t_-)$ 时,

$$v_2(t) = \hat{l}(v_1(t) + d_s), \quad (37)$$

其中 $d_s \in [-\frac{d_1}{\rho}, \frac{d_2}{\rho}]$, 那么

$$\begin{aligned} \Delta &= v_2(t) - u_d(t) = \rho W(t) + d_s, \\ |\Delta| &= |\rho W(t) + d_s| \leq \hat{d}_1 + \hat{d}_2. \end{aligned} \quad (38)$$

由此可知 Δ 是有界量.

引理 2 对式(30)给出的动态, $[-\frac{\hat{d}_1}{\rho}, \frac{\hat{d}_2}{\rho}]$ 是 $W(t)$ 的全局吸引集. 进一步地, 如果有

$$c > \max[\frac{\hat{d}_1}{\rho}, \frac{\hat{d}_2}{\rho}], |W(0)| \leq c,$$

那么对任意 $t > 0$, 都有 $|W(t)| \leq c$.

证 设 $W(0) = \frac{\hat{d}_2}{\rho}$, 当 $\dot{u}_d > 0$ 时有

$$\dot{W}|_{t=0} = \dot{u}_d - \frac{2\dot{u}_d\hat{d}_2}{\hat{d}_1 + \hat{d}_2} + \frac{\dot{u}_d(-\hat{d}_1 + \hat{d}_2)}{\hat{d}_1 + \hat{d}_2} = 0. \quad (39)$$

因此 $W(t)$ 不发生改变. 当 $\dot{u}_d < 0$ 时有

$$\dot{W}|_{t=0} = \dot{u}_d + \frac{2\dot{u}_d\hat{d}_2}{\hat{d}_1 + \hat{d}_2} + \frac{\dot{u}_d(-\hat{d}_1 + \hat{d}_2)}{\hat{d}_1 + \hat{d}_2} < 0. \quad (40)$$

因此 $\dot{W}(t)$ 将使 $W(t)$ 朝向原点方向运动, 即 $W(t)$ 单调减小. 当 $W(0) = -\frac{\hat{d}_1}{\rho}$ 时上述分析仍然成立. 因此, 若 $W(0) \in [-\frac{\hat{d}_1}{\rho}, \frac{\hat{d}_2}{\rho}]$, 那么对任意 $t > 0$, $W(t) \in$

$[-\frac{\hat{d}_1}{\rho}, \frac{\hat{d}_2}{\rho}]$, 即 $[-\frac{\hat{d}_1}{\rho}, \frac{\hat{d}_2}{\rho}]$ 是 $W(t)$ 的全局吸引集.

进一步地, 如果 $W(0) = c > \max[\frac{\hat{d}_1}{\rho}, \frac{\hat{d}_2}{\rho}]$, 那么当 $\dot{u}_d > 0$ 时有

$$\dot{W}(t) < \dot{u}_d - \frac{2\rho|\dot{u}_d|\hat{d}_2}{\hat{d}_1 + \hat{d}_2} + \frac{\varepsilon|\dot{u}_d|(-\hat{d}_1 + \hat{d}_2)}{\hat{d}_1 + \hat{d}_2} = 0, \quad (41)$$

故 $W(t)$ 将单调减小直到 $W(t) = \frac{\hat{d}_2}{\rho}$. 当 $\dot{u}_d(t) \leq 0$ 时, 亦有 $\dot{W}(t) \leq 0$. 由此可知对任意 $t > 0$, 都有 $|W(t)| \leq c$.

下面给出鲁棒控制器 C 的设计. 定义与系统输出误差 e 相关的中间变量:

$$r = e^{(n_0-1)} + \lambda_{n_0-1}e^{(n_0-2)} + \dots + \lambda_1e, \quad (42)$$

其中 $\lambda_1, \dots, \lambda_{n_0-1}$ 为可选参数, 其取值能保证当 r 有界且指数趋于零时, 误差 e 也有界且指数趋于零. 由式(26)和式(42)可得动态方程:

$$\begin{aligned} \dot{r} &= \sum_{j=1}^{n_0} a_j x_{n_0-j} + u(t) - \\ &(y_d^{(n_0)} - (\lambda_{n-1}e^{(n_0-1)} + \dots + \lambda_1e)). \end{aligned} \quad (43)$$

对系统施加如下鲁棒控制作用:

$$u_d(t) = -k_p r + \sum_{j=1}^{n_0} a_j x_{n_0-j} + \dot{y}_{neq} + u_r, \quad (44)$$

其中: k_p 为选定的正数, $\dot{y}_{neq} = y_d^{(n_0)} - (\lambda_{n-1}e^{(n_0-1)} + \dots + \lambda_1e)$, u_r 为满足以下条件的鲁棒项:

$$r(u_r + \sum \tilde{a}_j x_{n_i-j+1}) < \nu, \quad (45)$$

其中: $\tilde{a}_j = \hat{a}_j - a_j$, ν 为设计参数, 一般取很小的正值. 满足上式的 u_r 可由下式求得:

$$u_r = -\frac{1}{4\nu}\tau^2 r, \quad \tau \geq \|\tilde{a}\| \|x\|, \quad (46)$$

其中 $\tilde{a} = [\tilde{a}_1 \dots \tilde{a}_{n_0}]$.

定理 2 对于被控对象(26), 采用控制律(27)与式(44), 则系统具有以下性质:

1) 系统所有状态均有界, 且正定函数 $V_r(t) = (1/2)r^2(t)$ 有上界, 其上界定义为

$$\begin{aligned} V_r(t) &\leq \exp(-k_p(t))V_r(0) + \\ &(\frac{\nu_e}{k_p})[1 - \exp(-k_p(t))]. \end{aligned} \quad (47)$$

2) 闭环系统稳定且跟踪误差 $e = y - y_d$ 一致最终有界.

证 1) 根据式(43)-(44)可得

$$\dot{V}_r = -k_p r^2 + r(\sum \tilde{a}_j x_{n_0-j+1} + u_r + \Delta), \quad (48)$$

其中 $\Delta = B(BI(u_d) - u_d)$. 由式(45)可知

$$\dot{V}_r \leq -k_p r^2 + \nu + r \Delta. \quad (49)$$

应用不等关系 $r \Delta \leq \frac{k_p r^2}{2} + \frac{2}{k_p} \Delta^2$ 有

$$\dot{V}_r \leq -k_p r^2 + \nu + \frac{2}{k_p} \Delta^2. \quad (50)$$

由引理1知 $|\Delta| \leq d_1 + d_2$, 因此

$$\begin{aligned} \dot{V}_r \leq & -k_p r^2 + \nu + \frac{2}{k_p} (d_1 + d_2)^2 = \\ & -k_p V_r + \nu_e, \end{aligned} \quad (51)$$

其中 $\nu_e = \nu + \frac{2}{k_p} (d_1 + d_2)^2$. 根据比较引理(compa-rison Lemma)可知式(47)成立.

2) 选取如下Lyapunov函数:

$$V_W = V_r + \frac{1}{2} W^2(t). \quad (52)$$

由式(48)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_W = \dot{V}_r + W \dot{W} \leq & -\frac{1}{2} k_p r^2 + \nu_e + \\ & W(\dot{u}_d - \frac{2\rho|\dot{u}_d|}{\hat{d}_1 + \hat{d}_2} W(t) + \frac{\varepsilon|\dot{u}_d|(-\hat{d}_1 + \hat{d}_2)}{\hat{d}_1 + \hat{d}_2}). \end{aligned} \quad (53)$$

由

$$\begin{aligned} W(\dot{u}_d - \frac{2\rho|\dot{u}_d|}{\hat{d}_1 + \hat{d}_2} W(t) + \frac{\varepsilon|\dot{u}_d|(-\hat{d}_1 + \hat{d}_2)}{\hat{d}_1 + \hat{d}_2}) = & \\ -|W||\dot{u}_d|[\frac{2\rho}{\hat{d}_1 + \hat{d}_2}|W| - & \\ \text{sgn } W(\text{sgn } \dot{u}_d + \frac{\varepsilon(-\hat{d}_1 + \hat{d}_2)}{\hat{d}_1 + \hat{d}_2})] & \\ -2 < \text{sgn } \dot{u}_d + \frac{\varepsilon(-\hat{d}_1 + \hat{d}_2)}{\hat{d}_1 + \hat{d}_2} < 2 & \end{aligned}$$

可知当 $\|r\| \geq \frac{2\nu_e}{k_p}$ 且 $|W| \geq \frac{\hat{d}_1 + \hat{d}_2}{\rho}$ 时有 $\dot{V}_M \leq 0$. 另据引理2中结论可知 $W \dot{W}$ 一致有界, 因此系统跟踪误差收敛到原点附近邻域内且该邻域半径可通过增大 k_p 的值而趋于任意小.

5 仿真研究(Simulation research)

对于一般的带减速器单电机伺服系统, 忽略电流的动态特性, 其模型形式如下^[18]:

$$T_a \dot{x}_1 = -x_1 + \frac{1}{R_a} u, \quad (54)$$

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2, \\ M \dot{z}_2 = v_2(t) - F_f, \end{cases} \quad (55)$$

$$y = z_1, \quad (56)$$

其中: $T_a = 0.03$ s和 $R_a = 1.1$ Ω 分别为电机电磁时间常数和电枢电阻, x_1 为电机速度, M 为惯量负载, $F = \gamma \dot{y}$ 为线性粘滞摩擦(γ 为粘性摩擦系数), z_1 为负

载位置. $v_2(t)$ 为减速器自身的间隙特性, 由下式给出:

$$v_2(t) = \begin{cases} 1.2(v_1 - 0.5), & \dot{v}_1 > 0 \text{ 且 } v_2 = 1.2(v_1 - 0.5), \\ 1.2(v_1 + 0.8), & \dot{v}_1 > 0 \text{ 且 } v_2 = 1.2(v_1 + 0.8), \\ v_2(t_-), & \text{其他.} \end{cases} \quad (57)$$

定义参数向量 $\theta = [\theta_1 \ \theta_2] = [M \ \gamma]$, 则式(54)可写为

$$\begin{cases} T_a \dot{x}_1 = -x_1 + \frac{1}{R_a} u, \\ \dot{x}_1 = x_2, \\ \theta_1 \dot{x}_2 = v_2(t) - \theta_2 x_2. \end{cases} \quad (58)$$

该模型的参数取值如下: $M = 0.1$ ($\text{V/m} \cdot \text{s}^{-2}$), $\gamma = 0.27$ ($\text{V/m} \cdot \text{s}^{-1}$). 首先通过式(16)–(24)估计 θ 及间隙特性参数(l, d_1, d_2), 并定义 $r = \dot{e} + \lambda e = \dot{e} + 400 \cdot e$ ($e = y - y_d$) (y_d 为期望输出). 根据式(56)可得

$$\theta_1 \dot{r} = -\theta_1 \dot{x}_{2\text{eq}} - \theta_2 x_2 + v_2(t), \quad (59)$$

其中 $x_{2\text{eq}} = \dot{y}_d - \lambda e$. 控制规律参数为 $k_p = 400, \nu = 0.01$.

分别用文中给出的复合控制方法、自适应控制^[17]和内模控制^[19]方法进行仿真研究, 结果如下所示. 在应用自适应控制^[17]时选取 $k_p = 200, k_v = 40$, 在应用内模控制^[19]时 f_1 和 f_2 按文献中给出值进行仿真. 图4上图实线所示为期望输出, 输出1(虚线)和输出2(点线)为分别采用本文方法和文献[17]中方法的位置跟踪控制性能; 图4下图中误差1(实线)为文中方法的跟踪误差, 而误差2(点划线)为对比方法的跟踪误差. 从中看出, 由于鲁棒项 u_r 的作用, 所提方法的动态调节时间较短, 瞬态响应速度较快且跟踪结果较好. 同样地, 图5上图中输出1(虚线)和输出2(点线)分别为所提方法和文献[19]中方法的跟踪结果, 实线为期望输出曲线; 图5下图中误差1(实线)和误差2(虚线)分别表示所提方法和对比方法的跟踪误差, 可看出本文方法效果更良好.

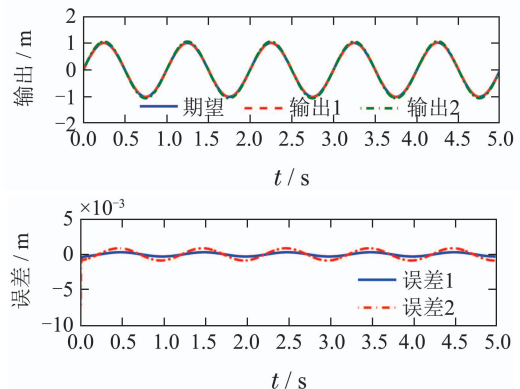


图 4 与文献[17]中方法对比结果

Fig. 4 Comparison results with the reference [17]

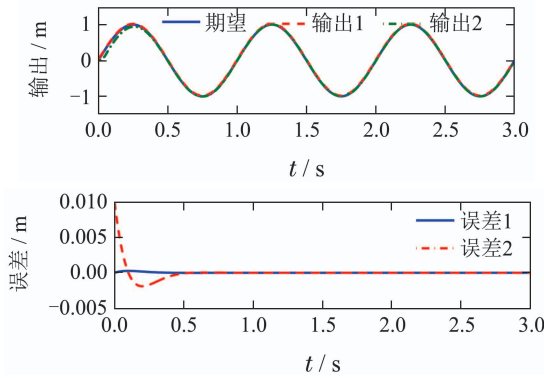


图5 与文献[19]中方法对比结果

Fig. 5 Comparison results with the reference [19]

图6显示了系数 θ 的辨识结果,图7显示了间隙特性参数 d_1 、 d_2 和 l 的辨识结果,从图中可看出,两种情况下都是经过不超过5次迭代估计值就可收敛于真实值。

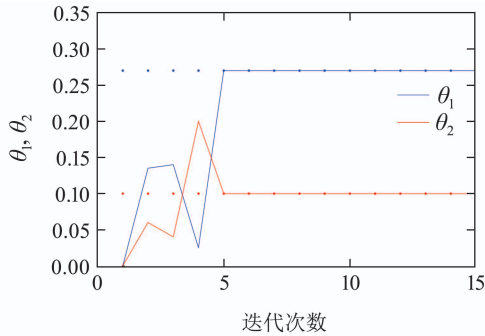
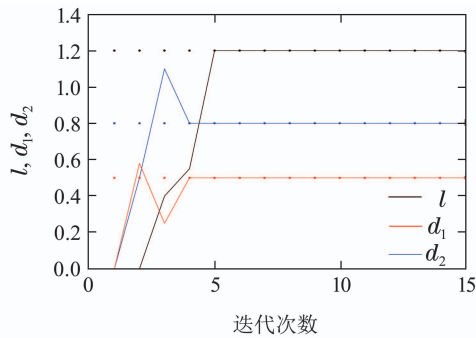
图6 θ_1 和 θ_2 辨识结果Fig. 6 Identification of θ_1 and θ_2 

图7 间隙特性参数辨识结果

Fig. 7 Identification of backlash parameters

6 结论(Conclusions)

本文研究了一种复合控制方法并用于含非对称间隙的Wiener-Hammerstein系统中. 首先通过参数化分段线性表达式对间隙特性参数和输出环节中的未知系数进行整体估计,在此基础上设计了输出反馈和间隙的动态逆模型用于构建复合控制算法,实现了对模型误差的补偿,并可保证系统跟踪误差收敛到原点周围任意小的邻域内. 文中给出的整体估计模型可同时估计间隙的特征参数与线性环节的未知系数,简化了

参数估计步骤;所提的间隙动态逆可通过调整参数缩短间隙输出在中间状态的换向时间,也避免了形式上的分段,有利于控制律的设计. 理论与实验表明,该复合控制方法使得闭环系统稳定而且可以达到良好的瞬态响应性能.

参考文献(References):

- [1] TAWARE A, TAO G. Design and analysis of hybrid control schemes for sandwich nonlinear systems [C] // *Proceedings of the American Control Conference*. Chicago, USA: IEEE, 2000: 1669 – 1673.
- [2] TAWARE A, TAO G. An adaptive dead-zone inverse controller for systems with sandwiched dead-zones [J]. *International Journal of Control*, 2003, 76(8): 755 – 769.
- [3] TAWARE A, TAO G, TEOLIS C. Design and analysis of hybrid control schemes for sandwich nonsmooth nonlinear systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, 47(1): 145 – 150.
- [4] TAO G, MA X L, LING Y. Optimal and nonlinear decoupling control of systems with sandwiched backlash [J]. *Automatica*, 2001, 37(2): 165 – 176.
- [5] SUN Xi, ZHOU Lifeng. Discrete-time adaptive control of linear system with backlash nonlinearity [J]. *Control Theory & Applications*, 1991, 8(1): 96 – 100.
(孙西, 周立峰. 具有间隙非线性系统的自适应控制 [J]. 控制理论与应用, 1991, 8(1): 96 – 100.)
- [6] CORRADINI M L, ORLANDO G, PARLANGELI G. Robust control of nonlinear uncertain systems with sandwiched Backlash [C] // *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control & European Control Conference*. Spain: Seville, 2005: 8112 – 8117.
- [7] CORRADINI M L, MANNI A, PARLANGELI G. Variable structure control of nonlinear uncertain sandwich systems with nonsmooth nonlinearities [C] // *Proceedings of the 46th IEEE Conference on Decision and Control*. New Orleans, USA: IEEE, 2007: 2023 – 2028.
- [8] TAO G, KOKOTOVI P V. Continuous-time adaptive control of systems with unknown backlash [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1995, 40(6): 1083 – 1087.
- [9] HAN C, ZHONG Y X. Robust adaptive control of time-varying systems with unknown backlash nonlinearity [C] // *Proceedings of the American Control Conference*. New Mexico: Albuquerque, 1997: 763 – 767.
- [10] SELMIC R R, PHOHAF V V, LEWIS L. Intelligent compensation of actuator nonlinearities [C] // *Proceedings of the 42nd IEEE Conference on Decision and Control*. Maui, USA: IEEE, 2003: 4327 – 4332.
- [11] SU C Y, OYA M, HONG H. Stable adaptive fuzzy control of nonlinear systems preceded by unknown backlash-like hysteresis [J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2003, 11(1): 1 – 8.
- [12] GUO J, YAO B, CHEN Q W, et al. Adaptive robust control for nonlinear system with input backlash or backlash-like hysteresis [C] // *IEEE International Conference on Control and Automation*. Christchurch, New Zealand: IEEE, 2009: 1962 – 1967.
- [13] WEN C, ZHOU J. Decentralized adaptive stabilization in the presence of unknown backlash-like hysteresis [J]. *Automatica*, 2007, 43(3): 426 – 440.
- [14] WANG S, HUANG X, JUNAID K. Configuration of continuous piecewise-linear neural networks [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2008, 19(8): 1431 – 1445.
- [15] CHAOUI F Z, GIRI F, ROCHDI Y. System identification based on Hammerstein model [J]. *International Journal of Control*, 2005, 78(6): 430 – 442.

- [16] TAWARE A, TAO G. Analysis and control of sandwich systems [C] // *Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision and Control*. Phoenix, USA: IEEE, 1999: 1156 – 1161.
- [17] AHMAD N J, KHORRAMI F. Adaptive control of systems with backlash hysteresis at the input [C] // *Proceedings of the American Control Conference*. San Diego, USA: IEEE, 1999: 3018 – 3022.
- [18] ZHANG Guozhu. *Adaptive robust control for the nonlinear systems and its application on servo mechanisms* [D]. Beijing: Beijing Institute of Technology, 2010.
(张国柱. 非线性系统的自适应鲁棒控制及其在伺服系统中的应用 [D]. 北京: 北京理工大学, 2010.)
- [19] DONG R L, TAN Y H. Internal model control for pseudo-hammerstein systems with backlash [C] // *IEEE Conference on Robotics, Automation and Mechatronics*. Chengdu: IEEE, 2008: 90 – 94.

作者简介:

- 李冬伍** (1973–), 男, 研究员, 目前研究方向为伺服系统建模与控制、机电一体化系统控制, E-mail: lidongwu2002@163.com;
- 任雪梅** (1967–), 女, 教授, 博士生导师, 目前研究方向神经网络与自适应控制、系统辨识与非线性控制、多电机驱动控制, E-mail: xmren@bit.edu.cn;
- 吕晓华** (1985–), 男, 工程师, 目前研究方向为伺服系统建模与控制、非线性控制, E-mail: lv_xiaohua@aliyun.com.