

弓网接触力反馈线性化控制

时光[†], 陈忠华, 郭凤仪, 刘健辰, 王智勇

(辽宁工程技术大学 电气与控制工程学院, 辽宁 葫芦岛 125105)

摘要: 通过扩展状态变量得到受电弓的非线性模型, 利用非线性系统的微分几何理论, 构造微分同胚变换和状态反馈表达式, 得到了受电弓线性化模型, 设计反馈控制律解决弓网接触力的跟踪问题, 并证明了内状态的一致最终有界性, 考虑弓头易受干扰问题, 采用非线性干扰观测器补偿反馈控制律. 研究对比表明, 所提出的基于干扰观测器的反馈线性化控制策略能有效解决弓网接触力的跟踪问题, 同时克服了反馈线性化控制依赖于精确模型的缺点, 为一定工况下弓网最优接触力的跟踪控制提供可行方案.

关键词: 受电弓; 微分同胚变换; 非线性干扰观测器; 反馈线性化

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Feedback linearization control of load between pantograph and catenary

SHI Guang[†], CHEN Zhong-hua, GUO Feng-yi, LIU Jian-chen, WANG Zhi-yong

(Faculty of Electrical and Control Engineering, Liaoning Technical University, Huludao Liaoning 125105, China)

Abstract: We derive a nonlinear model for the pantograph by augmenting the state variables. Using the differential geometry theory of nonlinear system, the differential homeomorphism transformation and the state feedback formula, we develop the linear model of pantograph. Feedback control law of external state equation is designed to solve the tracking problem of pantograph-catenary load. The uniformly ultimate boundedness of internal state variable is proved. Considering that the pan-head of the pantograph is subjected to disturbance, we design the nonlinear disturbance observer to compensate the control law. The research results show that the proposed control strategy of feedback linearization based on disturbance observer is effective in solving the load tracking problem. At the same time, this method overcomes the disadvantage that feedback linearization control method depends on the model accuracy. It provides a feasible solution to track the optimal load of the pantograph-catenary under certain conditions.

Key words: pantograph; differential homeomorphism transformation; nonlinear disturbance observer; feedback linearization

1 引言(Introduction)

电力机车通过受电弓滑板从接触网导线取流为其提供动力. 受电弓滑板与接触网导线之间接触力是影响电力机车动态受流性能的关键因素^[1-2], 接触力过大会加剧弓网的机械磨损, 接触力过小会加剧电弧放电使得电流畸变. 另外, 接触力的波动也会对弓网受流质量带来不利影响. 实验表明在一定工况下存在最优接触力^[3], 研究弓网接触力的跟踪控制能够有效提高弓网受流质量, 具有重要的应用价值. 传统的依靠弹簧-阻尼抑制接触力波动的方法已经无法满足高速电力机车的需求^[4-6]. 受电弓控制技术分为半主动控制和主动控制^[7-8]. 所谓半主动控制是指依靠主动执

行器和被动悬挂系统并联动作, 升弓功能由被动悬挂系统实现的控制方法. 主动控制则是利用现代控制理论和自动化技术, 对受电弓施加外力, 降低弓网接触力波动的控制方法. 半主动控制器所需能量较少, 但控制效果有限, 采用受电弓主动控制是减小弓网接触力波动且使之以最优接触力运行的有效解决方案.

影响弓网接触力跟踪控制性能的关键在于如何处理接触网时变性, 依据对接触网动态特性处理方式的不同, 研究受电弓主动控制的文献分为忽略或未充分考虑接触网时变性的^[9-12]和充分考虑其时变性的^[13-15]两类. 文献[9-11]采用线性二次型调节器(linear quadratic regulator, LQR)控制抑制接触力的波

收稿日期: 2014-11-11; 录用日期: 2015-07-19.

[†]通信作者. E-mail: sxysbc@126.com; Tel.: +86 18242982599.

本文责任编辑: 贾英民.

国家自然科学基金项目(51477071, 51277090), 辽宁省教育厅项目(L2013130)资助.

Supported by National Natural Science Foundation of China (51477071, 51277090) and Education Department of Liaoning Province (L2013130).

动, 由于接触网的时变性, 需要求解黎卡提(Riccati)微分方程得到状态反馈矩阵, 不同于代数方程的是仅能得到时变数值解, 由于文献采用定常反馈矩阵使得跟踪控制性能欠佳. 文献[12]提出了受电弓的自适应模糊控制, 但弓网模型被简化成了线性定常系统. 文献[13]提出的模型参考自适应控制可以解决参数时变性问题, 但文中为方便推导闭环稳定性所选参考模型性能有限, 故接触力依然有较大波动. 文献[14]针对离散化模型设计了受电弓预测控制器, 由于其模型的时变性, 在线求解控制器输出增量的计算量较大, 且闭环稳定性不易证明. 文献[15]以接触网时变刚度为扩展的状态变量, 把时变线性模型转化为非线性模型, 再利用反馈线性化的方法设计控制器, 取得了较好效果, 但该方法仅限于精确模型, 而且其坐标变换的微分同胚性和内状态的有界性并未证明. 由于接触网的时变性, 将线性系统的综合方法应用于受电弓控制有很大的局限性, 未充分考虑模型时变性的文献所提控制算法在实际应用中难以取得满意的控制效果, 而文献[15]将弓网模型转为非线性模型的方法为处理接触网时变性问题提供了一种思路.

本文借鉴文献[15]通过扩展状态变量把线性时变系统转化为非线性系统的方法, 通过微分同胚变换把模型转化为内、外状态方程并设计控制律, 证明了内状态在所设计控制律下的最终有界性. 针对实际运行中受电弓的弓头易受干扰问题, 设计了非线性干扰观测器用于补偿控制律并给出了跟踪误差的收敛半径. 最后的仿真结果表明了所提控制方法的正确性和有效性.

2 问题描述(Problem discription)

受电弓-接触网的二元物理模型如图1所示. 弓网二元模型是将受电弓看成由框架和弓头组合而成, 接触网被简化为一个变刚度的弹簧元件, 弓网动力学方程中变量与参数的定义如表1所示.

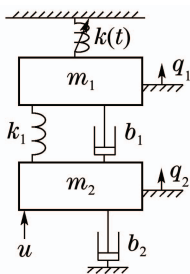


图1 弓网模型

Fig. 1 Model of pantograph-catenary

受电弓滑板和接触网导线间的接触力 $f(t)$ 可以表示为^[11]

$$f(t) = k(t)q_1(t) = k_0(1 + \omega \cos \frac{2\pi vt}{l})q_1(t), \quad (1)$$

其中:

$$k_0 = \frac{k_{\max} + k_{\min}}{2}, \quad \omega = \frac{k_{\max} - k_{\min}}{k_{\max} + k_{\min}},$$

$k(t)$ 是时变的刚度函数, u 是施加力, 根据牛顿定律, 图1中弓网的动力学方程可用下式描述:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{q}_1 = k_1(q_2 - q_1) + b_1(\dot{q}_2 - \dot{q}_1) - k(t)q_1, \\ m_2 \ddot{q}_2 = u - k_1(q_2 - q_1) - b_1(\dot{q}_2 - \dot{q}_1) - b_2 \dot{q}_2. \end{cases} \quad (2)$$

表1 弓网参数的符号定义

Table 1 Pantograph parameters of the symbol definition

符号	物理含义	单位
k_0	接触网平均刚度	N/m
k_1	框架与弓头间刚度	N/m
k_{\max}, k_{\min}	跨距内最大、最小刚度	N/m
l	接触网跨距	m
ω	刚度变化因子	-
v	机车运行速度	m/s
m_1	弓头质量	kg
m_2	框架质量	kg
b_1	框架与弓头间阻尼	Ns/m
b_2	机车与框架间阻尼	Ns/m
q_1, q_2	弓头、框架位移	m
u	控制器输出	N

定义状态 $\mathbf{q} = [q_1 \quad \dot{q}_1 \quad q_2 \quad \dot{q}_2]^T$, 输出为弓网间接触力 $f(t)$, 式(2)可写为状态空间模型

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{A}\mathbf{q} + \mathbf{B}u, \\ y = \mathbf{C}\mathbf{q}, \end{cases} \quad (3)$$

其中:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{k_1 + k(t)}{m_1} & \frac{b_1}{m_1} & \frac{k_1}{m_1} & \frac{b_1}{m_1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_1}{m_2} & \frac{b_1}{m_2} & \frac{k_1}{m_2} & \frac{b_1 + b_2}{m_2} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B} = [0 \ 0 \ 0 \ \frac{1}{m_2}]^T, \quad \mathbf{C} = [k(t) \ 0 \ 0 \ 0].$$

3 增广模型及反馈线性化(Augmented model and feedback linearization)

3.1 增广模型(Augmented model)

弓网接触力控制的关键是如何处理时变刚度 $k(t)$, 把时变项看作扩展状态变量^[15], 得到增广模型. 令 $\bar{k}(t) = k(t) - k_0 = k_0\omega \cos(2\pi vt/l)$, 并设扩展状态为 $x_5 = \bar{k}(t)$, $x_6 = \dot{\bar{k}}(t)$, 则

$$\dot{x}_6 = \ddot{\bar{k}}(t) = -(\frac{2\pi v}{l})^2 x_5. \quad (4)$$

定义状态 $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6]^T$, 其中: $x_1 = q_1$, $x_2 = \dot{q}_1$, $x_3 = q_2$, $x_4 = \dot{q}_2$, 增广非线性仿射模型

可以表示为

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})u, \\ y = h(\boldsymbol{x}), \end{cases} \quad (5)$$

其中:

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \begin{bmatrix} \frac{k_1}{m_1}x_3 - \frac{k_0 + k_1 + x_5}{m_1}x_1 - \frac{b_1}{m_1}x_2 + \frac{b_1}{m_1}x_4 \\ \frac{k_1}{m_2}x_1 + \frac{b_1}{m_2}x_2 - \frac{k_1}{m_2}x_3 - \frac{b_1 + b_2}{m_2}x_4 \\ x_6 \\ -\frac{4\pi^2 v^2}{l^2}x_5 \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}) = [0 \ 0 \ 0 \ \frac{1}{m_2} \ 0 \ 0]^T, \quad h(\boldsymbol{x}) = k_0x_1 + x_5x_1.$$

3.2 反馈线性化(Feedback linearization)

非线性系统反馈线性化的基本思想是首先判断系统的相对阶, 通过微分同胚变换把系统方程变换为内、外状态方程, 随后设计控制律, 控制律由反馈项和附加控制两部分组成, 其中反馈项用以抵消非线性项, 附加控制是针对线性化以后的系统用以实现控制目标所设计的控制律. 用李导数(Lie derivative)求系统的相对阶

$$\begin{cases} L_g L_f^\rho h(\boldsymbol{x}) = 0, \quad \rho = 0, 1, \\ L_g L_f^2 h(\boldsymbol{x}) = \frac{b_1(k_0 + x_5)}{m_1 m_2} \neq 0, \end{cases} \quad (6)$$

故系统相对阶为3, 设微分同胚变换后的状态为 \boldsymbol{z} , 由外状态 $\boldsymbol{\xi}$ 和内状态 $\boldsymbol{\eta}$ 构成:

$$\boldsymbol{z} = T(\boldsymbol{x}) = [\boldsymbol{\xi}^T \ \boldsymbol{\eta}^T]^T, \quad (7)$$

其中:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\xi}^T &= [z_1 \ z_2 \ z_3] = [h(\boldsymbol{x}) \ L_f h(\boldsymbol{x}) \ L_f^2 h(\boldsymbol{x})], \\ \boldsymbol{\eta}^T &= [z_4 \ z_5 \ z_6] = [x_4 \ x_5 \ x_6], \\ z_1 &= k_0x_1 + x_5x_1, \quad z_2 = x_2(k_0 + x_5) + x_1x_6, \\ z_3 &= -\frac{k_0 + x_5}{m_1}(b_1x_2 - b_1x_4 + k_0x_1 + k_1x_1 - \\ &\quad k_1x_3 + x_1x_5) - \frac{4\pi^2 v^2 x_1 x_5}{l^2} + 2x_2x_6. \end{aligned}$$

定理 1 变换 $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ 是微分同胚变换.

证 构造雅可比(Jacobi)矩阵

$$\frac{\partial \boldsymbol{z}}{\partial \boldsymbol{x}^T} = \begin{bmatrix} k_0 + x_5 & 0 & 0 & 0 & x_1 & 0 \\ x_6 & k_0 + x_5 & 0 & 0 & x_2 & x_1 \\ \Xi_1 & \Xi_2 & \Xi_3 & \Xi_4 & \Xi_5 & 2x_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (8)$$

其中:

$$\begin{aligned} \Xi_1 &= -\frac{(k_0 + x_5)(k_0 + k_1 + x_5)}{m_1} - \frac{4\pi^2 v^2 x_5}{l^2}, \\ \Xi_2 &= 2x_6 - \frac{b_1(k_0 + x_5)}{m_1}, \\ \Xi_3 &= \frac{k_1(k_0 + x_5)}{m_1}, \quad \Xi_4 = \frac{b_1(k_0 + x_5)}{m_1}, \\ \Xi_5 &= -\frac{1}{m_1}(b_1x_2 - b_1x_4 + 2k_0x_1 + k_1x_1 - \\ &\quad k_1x_3 + 2x_1x_5) - \frac{4\pi^2 v^2 x_1}{l^2}. \end{aligned}$$

由式(1)(4)可知, $\omega < 1, k_0 + x_5 > 0$, 根据分块矩阵理论和式(8)中对角线的元素可知, 雅可比矩阵是非奇异的, 故变换 T 是微分同胚变换.

注 1 坐标变换 $\boldsymbol{z} = T(\boldsymbol{x})$ 的微分同胚性关系到其逆变换 $\boldsymbol{x} = T^{-1}(\boldsymbol{z})$ 是否存在, 是变换前后两个系统等价性的必要条件. 若采用表2参数, T 满足径向无界性条件 $\lim_{\|\boldsymbol{x}\| \rightarrow \infty} \|T(\boldsymbol{x})\| = \infty$, 则 T 是全局微分同胚变换.

经过微分同胚变换后施加如下状态反馈控制律:

$$u = [L_g L_f^2 h(\boldsymbol{x})]^{-1}[-L_f^3 h(\boldsymbol{x}) + v], \quad (9)$$

其中:

$$\begin{aligned} L_f^3 h(\boldsymbol{x}) &= \\ &\frac{1}{m_1^2}(b_1k_0 + b_1x_5 - 2m_1x_6)(b_1x_2 - b_1x_4 + k_0x_1 + \\ &k_1x_1 - k_1x_3 + x_1x_5) + \frac{k_0 + x_5}{m_1}(k_1x_4 - k_0x_2 - \\ &k_1x_2 - x_2x_5) - \frac{x_6}{l^2 m_1}(b_1l^2x_2 - b_1l^2x_4 + 2k_0l^2x_1 + \\ &k_1l^2x_1 - k_1l^2x_3 + 2l^2x_1x_5 + 4\pi^2 m_1 v^2 x_1) - \\ &\frac{b_1(k_0 + x_5)}{m_1 m_2}(b_1x_4 - b_1x_2 + b_2x_4 - k_1x_1 + k_1x_3) - \\ &\frac{12\pi^2 v^2 x_2 x_5}{l^2}, \end{aligned}$$

施加式(6)后可得动态方程

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = \boldsymbol{q}(\boldsymbol{z}) + \boldsymbol{p}(\boldsymbol{z})u, \quad (10a)$$

$$\dot{\boldsymbol{\xi}} = A_c \boldsymbol{\xi} + B_c v, \quad (10b)$$

$$y = C_c \boldsymbol{\xi}, \quad (10c)$$

其中:

$$\boldsymbol{q}(\boldsymbol{z}) = [\Xi_6 \ z_6 \ \frac{-4\pi^2 v^2 z_5}{l^2}]^T,$$

$$\boldsymbol{p}(\boldsymbol{z}) = [\frac{1}{m_2} \ 0 \ 0]^T,$$

$$\begin{aligned} \Xi_6 &= -\frac{m_1}{l^2 m_2 (k_0 + x_5)^3} (z_3 l^2 z_5^2 + \\ &4\pi^2 z_1 v^2 z_5^2 + 2k_0 l^2 z_3 z_5 - 2l^2 z_2 z_6 z_5 + \\ &4\pi^2 k_0 v^2 z_1 z_5 + k_0^2 l^2 z_3 + 2l^2 z_1 z_6^2 - \\ &2k_0 l^2 z_2 z_6) - \frac{1}{m_2} (b_2 z_4 + z_1), \end{aligned}$$

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C_c = [1 \ 0 \ 0].$$

注2 式(10a)称为内动态方程,内状态 η 受外部状态 ξ 和 u 控制,且是不可观的,式(10b)是外动态方程.式(10)称为反馈线性化的准正则形式方程,若取 $\eta = [x_3 \ x_5 \ x_6]^T$,可使内动态方程消去 u 项,化为正则形式方程^[16].

4 控制器设计(Controller design)

本节目标是设计状态反馈控制器,使得内状态有界,外状态的跟踪误差收敛.用 z_1^c 表示光滑有界的参考输入信号,则接触力误差 e 可以表示为

$$e = z_1^c - z_1, \quad (11)$$

令 $\mathbf{E} = [e \ \dot{e} \ \ddot{e}]^T$,则式(10b)中附加控制律 v 可设计为

$$v = \ddot{z}_1^c + \mathbf{K}^T \mathbf{E}. \quad (12)$$

将上式代入式(10b),得误差动态方程

$$\ddot{e} + \mathbf{K}^T \mathbf{E} = 0. \quad (13)$$

选择合适的 \mathbf{K} 使得上式是赫尔维茨(Hurwitz)的,即可保证跟踪误差的一致收敛性.考虑在控制律(12)作用下内状态的有界性有如下定理.

定理2 对于跟踪问题,若参考信号光滑有界,在附加控制律(12)作用下,内状态 η 最终有界.

证 由参考输入信号的光滑有界性和误差动态方程式(13)的赫尔维茨性可知,对 $\forall \varepsilon > 0$,存在有限时间 $T_0(\varepsilon)$,使得 $|z_1 - z_1^c| < \varepsilon$.当 $t \in [0, T_0(\varepsilon)]$,由坐标变换 T 的微分同胚性和式(13)的赫尔维茨性可知,式(10a)中 z_4 方程中的参数均是连续变化的有界值,根据一阶线性微分方程 $\frac{dy}{d\tau} + P(\tau)y = Q(\tau)$ 的通解 $y = e^{-\int P(\tau)d\tau} (\int Q(\tau)e^{P(\tau)d\tau} d\tau + C)$ 可知, z_4 为有限值,不会在有限时间内发散.通过选取 \mathbf{K} 可使 ε 足够小, $t \in (T_0, \infty)$ 时,有 $z_1 = z_1^c$, $z_2 = z_3 = 0$, $v = 0$,此时

$$\dot{z}_4 = -\frac{b_2}{m_2} z_4 + \sigma, \quad (14)$$

其中

$$\begin{aligned} \sigma = & -\frac{z_1^c}{b_1 l^2 (k_0 + x_5)^4} (k_1 k_0^2 l^2 z_6 + k_1 l^2 z_5^2 z_6 + \\ & 6m_1 l^2 z_6^3 - 4\pi^2 b_1 k_0^2 v^2 z_5 - 4\pi^2 m_1 k_0^2 v^2 z_6 + \\ & 2k_1 k_0 l^2 z_5 z_6 - 2b_1 k_0 l^2 z_6^2 - 8\pi^2 b_1 k_0 v^2 z_5^2 + \\ & 16\pi^2 m_1 k_0 v^2 z_5 z_6 - 2b_1 l^2 z_5 z_6^2 - 4\pi^2 b_1 v^2 z_5^3 + \\ & 20\pi^2 m_1 v^2 z_5^2 z_6). \end{aligned}$$

由式(7)中状态 z_5, z_6 的定义可知, $|\sigma| \in L_\infty$.为证明 z_4 有界,定义Lyapunov函数

$$V_1 = \frac{1}{2} z_4^2, \quad (15)$$

其沿式(14)的时间导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = z_4 \left(-\frac{b_2}{m_2} z_4 + \sigma \right) \leq & -\frac{b_2}{m_2} z_4^2 + |z_4| \sup_{t \geq T_0} |\sigma| = \\ & -\frac{b_2}{m_2} |z_4| \left(|z_4| - \frac{m_2}{b_2} \sup_{t \geq T_0} |\sigma| \right). \end{aligned} \quad (16)$$

其中: $\sup_{t \geq T_0} |\sigma| \in L_\infty$,当 $|z_4| \geq \left(\frac{m_2}{b_2} \right) \sup_{t \geq T_0} |\sigma|$ 时, $\dot{V}_1 \leq 0$,可知 z_4 一致最终有界,又 $z_5, z_6 \in L_\infty$,则内状态 η 一致最终有界^[16].

注3 内状态虽然与输出无关,不必过多关注,但所设计的控制律必须保证内状态的有界性,否则反馈线性化控制将无意义.定理2证明了内状态在反馈控制律式(12)作用下是一致最终有界,但不是输入-状态有界^[16].

5 干扰观测器设计(Disturbance observer design)

受电弓在实际运行环境中可能受到各种形式的干扰,弓头是最易受到干扰和产生噪声的部分^[17],弓头受到干扰而引起接触力的波动不仅会加剧摩擦磨损,还会伴随电磁干扰,引起噪声污染,控制律式(9)(12)只适用于精确模型,干扰会使跟踪性能恶化,为此,本文采用基于干扰观测器的补偿控制方法.

注4 采用滑模变结构控制也可以解决模型不精确问题,若干扰项在微分同胚变换后被放大,需要设计较大的切换增益,易引起强抖振.另外,具有万能逼近性质的模型也可用于对干扰建模,如文献[18]采用小波神经网络设计干扰观测器,但复杂的结构会使其在实际应用中受到限制.

考虑弓头干扰 $d(t)$,式(5)中 x_2 的动态方程写为

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 = & -\frac{k_0 + k_1 + x_5}{m_1} x_1 - \frac{b_1}{m_1} x_2 + \frac{k_1}{m_1} x_3 + \\ & \frac{b_1}{m_1} x_4 + d, \end{aligned} \quad (17)$$

此时记 $\bar{z} = T(\mathbf{x})$,利用第3节中的方法反馈线性化,得外状态方程为

$$\dot{\bar{z}}_1 = \bar{z}_2, \dot{\bar{z}}_2 = \bar{z}_3, \dot{\bar{z}}_3 = \bar{v} + d_s, \quad (18)$$

其中:

$$d_s = \frac{d}{m_1} [3m_1 \bar{z}_6 - b_1 (k_0 + \bar{z}_5)] + (k_0 + \bar{z}_5) \dot{d}, \quad (19)$$

内状态方程为

$$\begin{cases} \dot{\bar{z}}_4 = -\frac{m_1}{l^2 m_2 (k_0 + \bar{z}_5)^3} (\bar{z}_3 l^2 \bar{z}_5^2 + 4\pi^2 \bar{z}_1 v^2 \bar{z}_5^2 + \\ \quad 2k_0 l^2 \bar{z}_3 \bar{z}_5 - 2l^2 \bar{z}_2 \bar{z}_6 \bar{z}_5 + 4\pi^2 k_0 v^2 \bar{z}_1 \bar{z}_5 + \\ \quad k_0^2 l^2 \bar{z}_3 + 2l^2 \bar{z}_1 \bar{z}_6^2 - 2k_0 l^2 \bar{z}_2 \bar{z}_6) - \\ \quad \frac{1}{m_2} (b_2 \bar{z}_4 + \bar{z}_1 - m_1 d - u), \\ \dot{\bar{z}}_5 = \bar{z}_6, \dot{\bar{z}}_6 = \frac{-4\pi^2 v^2 \bar{z}_5}{l^2}. \end{cases} \quad (20)$$

设计如下干扰观测器^[19]:

$$\begin{cases} \dot{s} = \hat{d}_s - p(\bar{z}), \\ \dot{\bar{z}} = -L(\bar{z})s + L(\bar{z})(-p(\bar{z}) - \bar{v}), \end{cases} \quad (21)$$

其中

$$\dot{p}(\bar{z}) = L(\bar{z})\dot{\bar{z}}_3. \quad (22)$$

定理3 考虑系统(18)(20)和干扰观测器(21), $L(\bar{z}) > 0$, 若干扰 d_s 有界且相对观测器的动态特性变化缓慢, 则采用控制律

$$\bar{v} = \ddot{z}_1^c + \bar{K}^T \bar{E} - \hat{d}_s, \quad (23)$$

可使得闭环系统具有以下性能:

1) 闭环系统所有信号有界.

2) 跟踪误差收敛半径为 $\|\bar{E}\| = \frac{2\lambda_M(P)}{\lambda_m(Q)} \|\tilde{d}_s\|_\infty$,

其中: $\bar{K} = [\bar{k}_1 \ \bar{k}_2 \ \bar{k}_3]^T$, $\bar{E} = [\bar{e} \ \dot{\bar{e}} \ \ddot{\bar{e}}]^T$, $\bar{e} = z_1^c - \bar{z}_1$ 为接触力误差, $\lambda_m(\cdot)$ 和 $\lambda_M(\cdot)$ 分别是取对称矩阵的最小和最大特征值, $P = P^T > 0$, $Q = Q^T > 0$, 且满足 $A_c^T P + P A_c = -Q$.

证 首先证明干扰观测器收敛. 设干扰观测误差 $\tilde{d}_s = d_s - \hat{d}_s$, 由式(21)–(22)可知观测误差动态方程:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{d}}_s &= \dot{d}_s - \dot{\hat{d}}_s = -\dot{s} - \dot{p}(\bar{z}) = \\ &L(\bar{z})s - L(\bar{z})(-p(\bar{z}) - \bar{v}) - L(\bar{z})\dot{\bar{z}}_3 = \\ &L(\bar{z})(s + p(\bar{z})) - L(\bar{z})d_s = \\ &-L(\bar{z})\tilde{d}_s. \end{aligned} \quad (24)$$

选择 $L(\bar{z}) > 0$, 可使观测器误差以指数收敛.

其次, 证明闭环系统性能. 由式(18)和式(23)可知误差动态方程:

$$\dot{\bar{E}} = A_c \bar{E} - B_c \tilde{d}_s, \quad (25)$$

其中:

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\bar{k}_1 & -\bar{k}_2 & -\bar{k}_3 \end{bmatrix}, B_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

选择Lyapunov函数如下:

$$V_2 = \bar{E}^T P \bar{E}, \quad (26)$$

则其沿动力学方程(25)的时间导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \dot{\bar{E}}^T P \bar{E} + \bar{E}^T P \dot{\bar{E}} = \\ &(A_c \bar{E} - B_c \tilde{d}_s)^T P \bar{E} + \bar{E}^T P (A_c \bar{E} - B_c \tilde{d}_s) = \\ &\bar{E}^T (A_c^T P + P A_c) \bar{E} - 2B_c^T P \bar{E} \tilde{d}_s = \\ &-\bar{E}^T Q \bar{E} - 2B_c^T P \bar{E} \tilde{d}_s. \end{aligned} \quad (27)$$

由已知 $\|B_c\| = 1$, $\|\tilde{d}_s(t)\| \leq \sup_{t \geq 0} \|\tilde{d}_s(t)\| = \|\tilde{d}_s\|_\infty$ 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &\leq -\lambda_m(Q) \|\bar{E}\|^2 + 2\lambda_M(P) \|\bar{E}\| \|\tilde{d}_s\|_\infty = \\ &-\|\bar{E}\| [\lambda_m(Q) \|\bar{E}\| - 2\lambda_M(P) \|\tilde{d}_s\|_\infty]. \end{aligned} \quad (28)$$

若使 $\dot{V}_2 \leq 0$, 需要 $\lambda_m(Q) \|\bar{E}\| \geq 2\lambda_M(P) \|\tilde{d}_s\|_\infty$, 即误差的收敛半径为

$$\|\bar{E}\| = \frac{2\lambda_M(P)}{\lambda_m(Q)} \|\tilde{d}_s\|_\infty. \quad (29)$$

由于干扰 d_s 有界且相对观测器的动态特性变化缓慢条件可知 $\|\tilde{d}_s\|_\infty$ 和 V_2 有界, V_2 有界意味着 \bar{E} 有界和式(18)中状态有界, 根据式(23)且由 z_1^c 光滑有界可知 \bar{v} 有界. 考虑干扰条件下的内状态有界性证明类似定理2. 综上, 闭环系统所有信号有界.

6 仿真结果及分析 (Simulation results and analysis)

为了验证所提出的基于干扰观测器的反馈线性化控制方法的正确性和有效性, 并对比文献[15]的控制方法, 使用MATLAB/Simulink对控制系统进行数值仿真, 受电弓参数如表2所示. 控制器参数选取

$$\bar{K} = [1000, 300, 20]^T, L(\bar{z}) = 300,$$

设置干扰观测器初始状态为0, 参考信号 $z_1^c = 100$ N. 由于受电弓运行环境的复杂性, 易受到多种干扰, 仿真过程中考虑弓头所受定值、正弦和白噪声3种形式的非回零干扰.

表2 弓网物理参数

Table 2 Physical parameters of pantograph

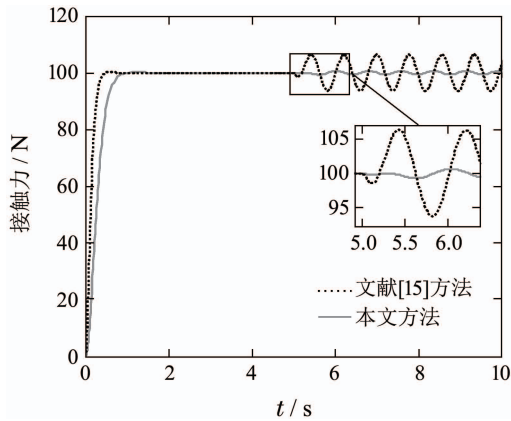
符号	名称	数值
k_0	接触网平均刚度	3.6×10^3 N/m
k_1	框架与弓头间刚度	10^4 N/m
l	接触网跨距	65 m
ω	刚度变化因子	0.5
v	机车运行速度	80 m/s
m_1	弓头质量	8 kg
m_2	框架质量	12 kg
b_1	框架与弓头间阻尼	120 Ns/m
b_2	机车与框架间阻尼	30 Ns/m

图2(a)和图2(b)分别是在5 s和6 s加入定值干扰 $d = 1$ 后, 本文控制方法与文献[15]控制方法的响应对比曲线. 由图2可知, 文献[15]控制算法上升时间更短, 这是由其控制器参数决定的, 本文算法也可通过配置参数 \bar{K} 可以加快其响应速度, 同时也会增加控制器的增益幅值. 由于建模时考虑了接触网的时变性, 故在不同时刻加入干扰对响应波形的影响是不同的. 基于干扰观测器补偿的控制在于干扰加入后有轻微波动, 由于干扰观测器能够迅速跟踪反馈线性化后的干扰 d_s , 有效补偿了控制律, 避免了由模型不确定性带来的较大振荡. 又根据式(19), 由于 d_s 中含有快速时变项, 在引入干扰后接触力波动很难避免, 增大 $L(\bar{z})$ 可进一步减小波动, 而文献[15]控制算法的接触力波动较大.

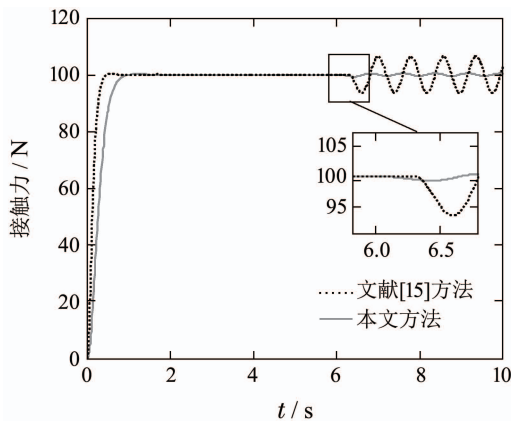
图3(a)和图3(b)分别是在5 s和6 s加入正弦干扰 d

$= \sin(5t)$ 后, 本文控制方法与文献[15]方法的响应对比曲线, 由于干扰 d 的时变速度较快, 且式(19)中包含 d 的微分项 \dot{d} , 基于干扰观测器补偿的控制干扰加入后一直存在轻微波动, 但较文献[15]控制方法的波动幅度较小.

设置白噪声强度为0.2, 采样时间为0.2s, 图4(a)和图4(b)分别是在5s和6s加入白噪声干扰后, 本文方法与文献[15]方法的响应对比曲线. 由图4可知, 即使在较为严苛的时变速度更快的白噪声干扰条件下, 本文控制算法仍有较好的跟踪性能.



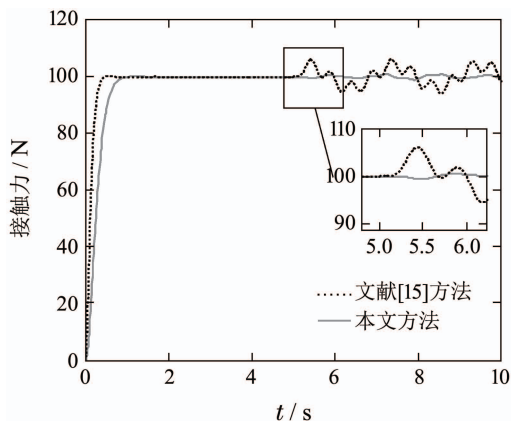
(a) 5s加入干扰



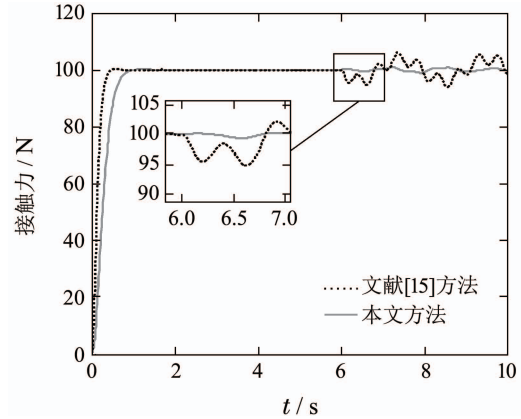
(b) 6s加入干扰

图2 定值干扰下跟踪误差分析

Fig. 2 Tracking error analysis with constant disturbance



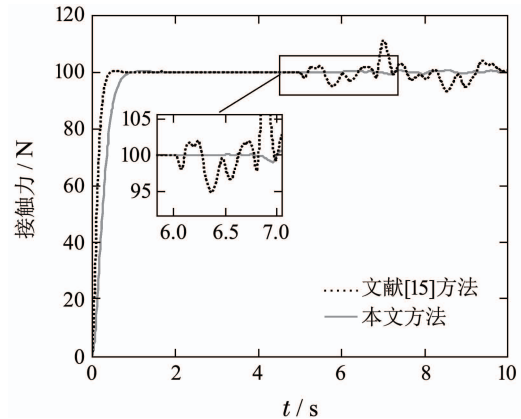
(a) 5s加入干扰



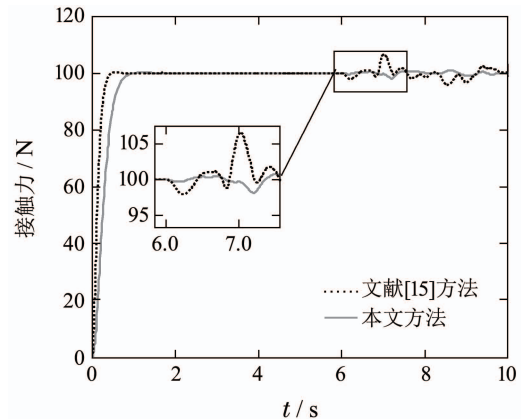
(b) 6s加入干扰

图3 正弦干扰下跟踪误差分析

Fig. 3 Tracking error analysis with sine disturbance



(a) 5s加入干扰



(b) 6s加入干扰

图4 白噪声干扰下跟踪误差分析

Fig. 4 Tracking error analysis with white noise disturbance

7 结论(Conclusions)

本文通过扩展状态变量得到受电弓的增广非线性模型, 基于该模型提出了输入-输出反馈线性化控制方法, 并证明了内状态在跟踪条件下的有界性. 针对受电弓实际运行过程中弓头易受干扰的问题, 采用非线性干扰观测器补偿反馈控制律. 仿真表明, 所提出的基于干扰观测器的反馈线性化控制策略具有较好

的跟踪性能, 能够为一定工况下弓网最优接触力的跟踪控制提供可行方案。

参考文献(References):

- [1] COLLINA A, FACCHINETTI A, FOSSATI F, et al. An application of active control to the collector of high-speed pantograph: simulation and laboratory tests [C] // *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference*. Seville, Spain: IEEE, 2005: 4602 – 4609.
- [2] MIDYA S, BORMANN D, SCHUTTE T, et al. Pantograph arcing in electrified rail mechanism and influence of various parameters part I: with DC traction power supply [J]. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 2009, 24(4): 1931 – 1939.
- [3] SHI Guang, CHEN Zhonghua, GUO Fengyi. Optimal normal load of sliding electrical contacts under high current [J]. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2014, 29(1): 23 – 30.
(时光, 陈忠华, 郭凤仪. 强电流滑动电接触下最佳法向载荷 [J]. 电工技术学报, 2014, 29(1): 23 – 30.)
- [4] JENSEN C N, TRUE H, CONSULT S. Dynamic of an electrical overhead line system and moving pantograph [J]. *Vehicle System Dynamics*, 1998, 29(S1): 104 – 113.
- [5] SEO J H, KIM S W, JUNG I H, et al. Dynamic analysis of a pantograph-catenary system using absolute nodal coordinates [J]. *Vehicle System Dynamics*, 2006, 44(8): 615 – 630.
- [6] YAMASHITA Y, IKEDA M. Performance upgrade of pantograph using variable stiffness device [J]. *Quarterly Report of Rtri*, 2010, 51(4): 214 – 219.
- [7] LIU Hongjiao, ZHANG Weihua, MEI Jiaming. Study on pantograph active control based on state space method [J]. *China Railway Science*, 2006, 27(3): 79 – 83.
(刘红娇, 张卫华, 梅佳明. 基于状态空间法的受电弓主动控制的研究 [J]. 中国铁道科学, 2006, 27(3): 79 – 83.)
- [8] YANG Gang, LI Fu. Sliding mode semi-active control for high-speed pantograph [J]. *Journal of Southwest Jiaotong University*, 2013, 48(1): 10 – 15.
(杨岗, 李芾. 高速受电弓滑模半主动控制 [J]. 西南交通大学学报, 2013, 48(1): 10 – 15.)
- [9] O'CONNOR D N, EPPINGER S D, SEERING W P, et al. Active control of a high-speed pantograph [J]. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 1997, 119(1): 1 – 4.
- [10] YANG Gang, LI Fu. Semi-active control for high-speed pantograph based on optimal LQR regulator [J]. *Journal of the China Railway Society*, 2011, 33(11): 34 – 40.
(杨岗, 李芾. 基于LQR的高速受电弓最优半主动控制研究 [J]. 铁道学报, 2011, 33(11): 34 – 40.)
- [11] LIN Y C, LIN C L, YANG C C. Robust active vibration control for rail vehicle pantograph [J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2007, 56(4): 1994 – 2004.
- [12] KARAKOSE E, GENCOGLU M T. Active fuzzy control approach for dynamic pantograph-catenary interaction [C] // *The 15th International Symposium on Mechatronika*. Prague, CZE: IEEE, 2012: 1 – 5.
- [13] ZHANG X D, FAN Y. Active self-adaptive control of high-speed train pantograph [C] // *Power Engineering and Automation Conference*. Wuhan, China: IEEE, 2011, 3: 152 – 156.
- [14] TARAN M F, PEDRO R A, OLARU S. Moving horizon control and estimation of a pantograph-catenary system [C] // *The 17th International Conference of System Theory, Control and Computing*. Sinaia, Romania: IEEE, 2013: 527 – 532.
- [15] IDE C K, OLARU S, RODRIGUEZ A P, et al. A nonlinear state feedback control approach for a pantograph-catenary system [C] // *The 17th International Conference of System Theory, Control and Computing*. Sinaia, Romania: IEEE, 2013: 268 – 273.
- [16] KHALIL H K. *Nonlinear Systems* [M]. 3rd Edition. New Jersey, USA: Prentice Hall, 2001.
- [17] IKEDA M, MITSUMOJI T. Evaluation method of low-frequency aeroacoustic noise source structure generated by shinkansen pantograph [J]. *Quarterly Report of RTRI*, 2008, 49(3): 184 – 190.
- [18] CHEN Mou, JIANG Changsheng, WU Qingxian. Robust H-infinity control for a class of nonlinear uncertain systems with disturbance observer [J]. *Control Theory & Applications*, 2006, 23(4): 611 – 614.
(陈谋, 姜长生, 吴庆宪. 基于干扰观测器的一类不确定非线性系统鲁棒H_∞控制 [J]. 控制理论与应用, 2006, 23(4): 611 – 614.)
- [19] CHEN W H, BALLANCE D J, GAWTHROP P J, et al. A nonlinear disturbance observer for robotic manipulators [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2000, 47(4): 932 – 938.

作者简介:

- 时光** (1981–), 男, 博士, 讲师, 目前研究方向为非线性系统、电接触理论与应用等, E-mail: sxysbc@126.com;
- 陈忠华** (1965–), 男, 教授, 目前研究方向为电接触理论与应用, E-mail: zhchen0915@126.com;
- 郭凤仪** (1964–), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为电接触理论与应用、智能电器, E-mail: fyguo64@yahoo.com;
- 刘健辰** (1978–), 男, 博士, 讲师, 目前研究方向为时滞系统鲁棒控制, E-mail: liujian4587@sina.com;
- 王智勇** (1982–), 男, 硕士, 讲师, 目前研究方向为电接触理论与应用。