

# 基于自组织小波小脑模型关节控制器的 不确定非线性系统鲁棒自适应终端滑模控制

张强<sup>1†</sup>, 于宏亮<sup>1</sup>, 许德智<sup>2</sup>, 于美娟<sup>1</sup>

(1. 济南大学 自动化与电气工程学院, 山东 济南 250022; 2. 江南大学 轻工过程先进控制教育部重点实验室, 江苏 无锡 214122)

**摘要:** 针对一类不确定非线性系统的跟踪控制问题, 在考虑建模误差、参数不确定和外部干扰情况下, 以良好的跟踪性能及强鲁棒性为目标, 提出基于自组织小脑模型(self-organizing wavelet cerebellar model articulation controller, SOWCMAC)的鲁棒自适应积分末端(terminal)滑模控制策略. 首先, 将小脑模型、自组织神经网络和小波函数各自优势相结合, 给出一种SOWCMAC, 以保证干扰估计方法具有快速学习能力和更好的泛化能力. 其次, 设计两种改进的terminal滑模面构造方法, 并分别给出各自的收敛时间. 然后, 基于SOWCMAC和改进的积分terminal滑模面, 给出不确定非线性系统鲁棒自适应非奇异terminal控制器的设计过程, 其中通过构造自适应鲁棒项抑制干扰估计误差对系统跟踪性能的影响, 并利用Lyapunov理论证明闭环系统的稳定性. 最后, 将该方法应用于近空间飞行器姿态的控制仿真实验, 结果表明所提出方法有效性.

**关键词:** terminal滑模控制; 自适应控制; 有限时间收敛; 小脑模型; 自组织神经网络

**中图分类号:** TP273      **文献标识码:** A

## A robust adaptive integral terminal sliding mode control for uncertain nonlinear systems using self-organizing wavelet cerebella model articulation controller

ZHANG Qiang<sup>1†</sup>, YU Hong-liang<sup>1</sup>, XU De-zhi<sup>2</sup>, YU Mei-juan<sup>1</sup>

(1. School of Electrical Engineering, University of Jinan, Jinan Shandong 250022, China;

2. Key Laboratory of Advanced Control for Light Industry Processes, Ministry of Education, Jiangnan University, Wuxi Jiangsu 214122, China)

**Abstract:** We propose a robust adaptive integral terminal sliding mode control method using self-organizing wavelet cerebella model articulation controller (SOWCMAC) for a class of uncertain nonlinear systems with modeling error, parameter uncertainty and external disturbances to achieve the desired tracking performance and strong robustness. Firstly, we make use of the advantages of cerebella model articulation controller, self-organizing neural networks and wavelet function in developing the SOWCMAC to ensure the fast learning ability and desirable generalization ability. Next, we design two kinds of improved integral terminal sliding surfaces and express their convergence time in the analytical form. With the SOWCMAC and improved integral terminal sliding surfaces, we develop the robust adaptive nonsingular terminal controller for the uncertain nonlinear systems. The adaptive robust term can offset the impact of the approximation errors for the system. The stability of the closed-loop system is proved by using the Lyapunov theory. The method is applied to control the attitude system of a near space vehicle. The results show that the proposed method is effective.

**Key words:** terminal sliding mode control; adaptive control; finite-time convergence; cerebellar model articulation controller (C-MAC); self-organizing neural networks (SONN)

### 1 引言(Introduction)

在许多实际控制系统中, 非线性、干扰、模型误差、不确定总是存在的. 因此, 很多控制方法如模糊控制<sup>[1]</sup>、backstepping控制<sup>[2]</sup>和terminal滑模控制<sup>[3-6]</sup>(terminal sliding mode control, TSMC)等均被大量的

研究. 其中TSMC由于其具有设计简单、鲁棒性强和跟踪误差可在有限时间内收敛到平衡零点等优势, 引起了学者广泛的关注. 然而, 奇异性是制约TSMC应用最大的主要障碍, 其产生的主要原因是在构建terminal滑模面时, 引入了幂指数小于1函数项. 为克服

收稿日期: 2015-02-01; 录用日期: 2015-09-18.

<sup>†</sup>通信作者. E-mail: zhang\_hongyu198023@163.com.

本文责任编辑: 徐胜元.

国家自然科学基金项目(61403161, 61503156), 山东省自然科学基金项目(ZR2012FQ030), 济南大学博士基金项目(XBS1459)资助.

Supported by National Natural Science Foundation of China (61403161, 61503156), Natural Science Foundation of Shandong Province (ZR2012FQ030) and Doctoral Foundation of University of Jinan (XBS1459).

此弊端,文献[3]对TSMC的设计参数做了一系列限制;文献[4]对机器臂控制系统给出非奇异TSMC设计方法;文献[5]对一类输入受限的非线性系统给出TSMC设计过程;文献[6]则研究了一类严格反馈形式非线性系统的递归非奇异TSMC设计方法.但文献[4-6]所提出的非奇异TSMC缺少严格的理论分析,并且也未给出非奇异TSMC统一普适的判别方法.因此,以设计非奇异TSMC为目标,给出一种terminal滑模面构造方法是非常具有理论和实际意义的.

与此同时,为抑制未知干扰对控制性能的影响,基于小脑模型(cerebellar model articulation controller, CMAC)、神经网络或模糊系统的估计器得到了广泛研究,并取得了大量理论成果,如文献[7-10].但文献[7-10]均要求选择适宜的基函数中心和宽度等参数以确保准确地估计未知干扰.为松弛此条件,文献[11-13]分别研究了全调节径向基神经网络、模糊神经网络、自组织模糊神经网络方法.然而文献[11-13]存在着计算量大,以至可能引起系统实时性不足的问题.因此,在保证干扰估计准确性和实时性前提下,给出一种干扰估计方法是非常具有工程意义的.

针对上述分析,针对一类不确定非线性系统的跟踪控制问题,在考虑建模误差、参数不确定和外部干扰情况下,以其拥有良好的跟踪性能以及强鲁棒性为目标,本文提出鲁棒自适应自组织小脑模型积分TSMC策略.其设计过程可分为3部分:

1) 为准确估计未知干扰,将CMAC、自组织神经网络(self-organizing neural networks, SONN)和小波基函数各自优势相结合,给出一种自组织小波小脑模型(self-organizing wavelet cerebellar model articulation controller, SOWCMAC),以保证SOWCMAC对复合干扰具有快速地学习能力和更好地泛化能力;

2) 受文献[14]中动态滑模符号函数积分和文献[15]中快速terminal滑模面构造过程启发,提出两种积分terminal滑模面设计方法,即改进的符号积分terminal滑模面和快速的分数积分terminal滑模面,以便后续设计非奇异TSMC控制器,并分别给出解析的收敛时间表达式;

3) 基于上述的SOWCMAC和改进的积分terminal滑模面,给出不确定非线性系统鲁棒自适应非奇异TSMC控制器结构,其中通过构造自适应鲁棒项以抑制干扰估计误差对系统跟踪性能的影响.

最后,将该方法应用于近空间飞行器(near space vehicle, NSV)姿态控制仿真实验,仿真结果表明所提出方法具有良好的跟踪控制性能和鲁棒性能.

## 2 问题阐述(Problem description)

考虑MIMO仿射非线性系统如下:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t)) + \Delta\mathbf{f}(\mathbf{x}(t)) + (\mathbf{g}(\mathbf{x}(t)) + \Delta\mathbf{g}(\mathbf{x}(t)))\mathbf{u}(t) + \mathbf{d}(t), \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{x}(t), \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$  为状态变量;  $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^m$  为控制变量;  $\mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}^n$  为输出变量;  $\mathbf{f}(\mathbf{x}(t)) \in \mathbb{R}^n$  和  $\mathbf{g}(\mathbf{x}(t)) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  分别为已知的光滑函数和可逆的控制增益矩阵;  $\mathbf{D}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) = \Delta\mathbf{f}(\mathbf{x}(t)) + \Delta\mathbf{g}(\mathbf{x}(t))\mathbf{u}(t) + \mathbf{d}(t) \in \mathbb{R}^n$  为系统动态变化的未知复合干扰项,其中:  $\Delta\mathbf{f}(\mathbf{x}(t)) \in \mathbb{R}^n$  和  $\Delta\mathbf{g}(\mathbf{x}(t)) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  为由建模误差和参数不确定等引起的未知不确定,  $\mathbf{d}(t) \in \mathbb{R}^n$  为外部干扰. 为设计控制器,需做如下合理假设.

**假设 1** 系统的输出信号  $\mathbf{y}(t)$  和参考输出信号  $\mathbf{y}^d(t)$  对时间  $t$  连续可微.

**假设 2**<sup>[10]</sup> 系统的复合干扰是有界的,即  $\mathbf{D}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) \leq \nu, \nu > 0$  为未知的常数.

**注 1** 值得说明的是自然界中系统的能量总是有限的.通过数学方法构建的模型,从理论上来说其各参数必然是已知或未知有界的,系统的动态特性及环境变化引起的不确定性通常是依赖于时间或状态且有界的.因此假设2是合理的.

控制任务是在闭环系统所有信号有界的条件下,设计鲁棒自适应terminal滑模控制器使得系统式(1)的输出  $\mathbf{y}(t)$  跟踪期望输出  $\mathbf{y}^d(t)$ .

为后续讨论方便,在不引起歧义的情况下省略相关变量的自变量,如  $\mathbf{f}(\mathbf{x}(t))$  写成  $\mathbf{f}$ .

## 3 SOWCMAC的结构及自组织算法(Structure of SOWCMAC and self-organizing algorithm)

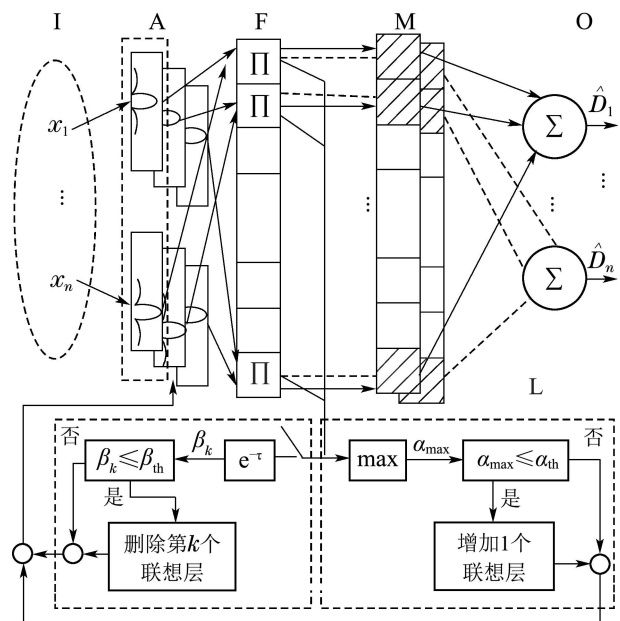


图1 SOWCMAC的结构及自组织算法

Fig. 1 Structure of SOWCMAC and self-organizing algorithm

众所周知: 1) CMAC具有收敛速度快、泛化能力强和结构简单的特点; 2) SONN具有较好的学习能力和强鲁棒性等优势; 3) 与高斯函数相比, 小波函数具有的更强的描述局部空间能力. 因此将三者相结合, 本文提出SOWCMAC的结构如图1所示.

图1包括6部分: 输入单元(I)、基于小波函数的联想单元(A)、感受域单元(F)、权值矩阵(M)、层数学习算法(L)和输出单元(O). 其中: 输入单元、联想单元、感受域单元和权值矩阵的定义与CMAC相同, 具体见文献[7], 其他符号含义将在第3.1节和第3.2节中说明.

### 3.1 自组织小波 CMAC (Self-organizing wavelet CMAC)

由图1可知: SOWCMAC输出为

$$\hat{D} = [\hat{D}_1 \ \hat{D}_2 \ \cdots \ \hat{D}_n]^T = \mathbf{W}^T \phi(\mathbf{x}, \mathbf{c}, \mathbf{v}), \quad (2)$$

式中:  $\hat{D}$ 为SOWCMAC的输出, 且为式(1)中 $D$ 的估计值;  $\mathbf{W} = [\mathbf{w}_1 \ \cdots \ \mathbf{w}_p \ \cdots \ \mathbf{w}_n] \in \mathbb{R}^{n_b \times n}$ 为权值矩阵,  $n_b$ 为感受域个数;  $\phi(\mathbf{x}, \mathbf{c}, \mathbf{v}) = [\phi_1(\mathbf{x}, \mathbf{c}_1, \mathbf{v}_1) \ \cdots \ \phi_k(\mathbf{x}, \mathbf{c}_k, \mathbf{v}_k) \ \cdots \ \phi_{n_b}(\mathbf{x}, \mathbf{c}_{n_b}, \mathbf{v}_{n_b})]^T$ 为感受域单元的输出;  $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_n]^T$ 为SOWCMAC的输入, 且为式(1)的状态;  $\mathbf{c} = [\mathbf{c}_1^T, \cdots, \mathbf{c}_k^T, \cdots, \mathbf{c}_{n_b}^T]^T$ 和 $\mathbf{v} = [\mathbf{v}_1^T, \cdots, \mathbf{v}_k^T, \cdots, \mathbf{v}_{n_b}^T]^T$ 分别为联想单元的小波函数的中心向量和宽度向量;  $\mathbf{W}$ 和 $\phi_k(\mathbf{x}, \mathbf{c}_k, \mathbf{v}_k)$ 具体表达形式为

$$\left\{ \begin{aligned} \mathbf{W} &= [\mathbf{w}_1, \cdots, \mathbf{w}_p, \cdots, \mathbf{w}_{n_b}] = \\ &\begin{bmatrix} w_{11} & \cdots & w_{1p} & \cdots & w_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{k1} & \cdots & w_{kp} & \cdots & w_{kn} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{n_b1} & \cdots & w_{n_bp} & \cdots & w_{n_bn} \end{bmatrix}, \\ \phi_k(\mathbf{x}, \mathbf{c}_k, \mathbf{v}_k) &= \prod_{i=1}^{i=n} \mu_{ik} = \\ &\prod_{i=1}^{i=n} (x_i - c_{ik})/v_{ik} \times \\ &\exp(-\sum_{i=1}^{i=n} ((x_i - c_{ik})/v_{ik})^2/2), \\ &k = 1, 2, \cdots, n_b, \end{aligned} \right. \quad (3)$$

式中:  $\mathbf{w}_p = [w_{1p} \ \cdots \ w_{kp} \ \cdots \ w_{n_bp}]^T \in \mathbb{R}^{n_b}$ ;  $w_{kp}$ 为第 $p$ 个输出与第 $k$ 个感受域之间的连接权值;  $\mathbf{c}_k = [c_{1k} \ c_{2k} \ \cdots \ c_{nk}]^T$ ,  $\mathbf{v}_k = [v_{1k} \ v_{2k} \ v_{nk}]^T$ ;  $\mu_{ik}$ 为小波基函数, 其是第 $k$ 个记忆块对 $x_i$ 的输出,  $c_{ik}$ 和 $v_{ik}$ 分别为小波基函数的中心值和宽度.

**注 2** 在输入单元中, 需将输入 $\mathbf{x}$ 进行量化, 记 $n_e$ 为解析度; 2) 在联想单元中, 需设计联想记忆块的个数 $l$ , 即联想层数, 本文取 $l$ 与感受域个数 $n_b$ 相同. 因此后续采用 $n_b$ 也代表

联想层数.

### 3.2 联想层数学学习算法(Learning algorithm of the layer number in association memory space)

记 $t$ 和 $t^+$ 分别代表层数调整前和调整后的时刻,  $I_n$ 为 $n$ 维单位阵. 借鉴文献[13]自组织模糊神经网络的思路, 本文给出SOWCMAC联想层个数学习过程分为生成新的联想层和废弃无用的联想层两部分.

生成新的联想层: 基于式(3), 选取感受域单元输出 $\phi$ 中的最大值, 即 $\alpha_{\max} = \max_{k=1,2,\cdots,n_b(t)} \phi_k$ . 当 $\mathbf{x}$ 远离当前感受域单元时, 由式(3)和 $\alpha_{\max} = \max_{k=1,2,\cdots,n_b(t)} \phi_k$ 可知 $\alpha_{\max}$ 会很小. 为此, 预设生成新的联想层竞争阈值 $\alpha_{th} \in (0, 1)$ . 当 $\alpha_{\max} \leq \alpha_{th}$ 时, 则建立新的联想层及权值向量为

$$\left\{ \begin{aligned} n_b(t^+) &= n_b(t) + 1, \ \mathbf{c}_{n_b(t^+)} = \mathbf{x}, \\ \mathbf{v}_{n_b(t^+)} &= \boldsymbol{\sigma}, \ \mathbf{W}_{n_b(t^+)} = \mathbf{0}_{1 \times n}, \end{aligned} \right. \quad (4)$$

式中 $\boldsymbol{\sigma} \in \mathbb{R}^n$ 为待设计的向量. 由此, 小波的宽度向量、小波的中心向量和权值矩阵可修改为

$$\left\{ \begin{aligned} \mathbf{c}(t^+) &= [\mathbf{c}^T(t) \ \mathbf{c}_{n_b(t^+)}^T]^T, \\ \mathbf{v}(t^+) &= [\mathbf{v}^T(t) \ \mathbf{v}_{n_b(t^+)}^T]^T, \\ \phi(t^+) &= [\phi^T(t) \ \phi_{n_b(t^+)}^T]^T, \\ \mathbf{W}(t^+) &= \begin{bmatrix} \mathbf{W}(t) \\ \mathbf{W}_{n_b(t^+)} \end{bmatrix}. \end{aligned} \right. \quad (5)$$

废弃无用的联想层: 引入第 $k$ 个联想层指标为

$$\beta_k(t^+) = \begin{cases} \beta_k \exp(-\tau), & \alpha_k(t) \leq \rho, \\ \beta_k(t), & \alpha_k(t) > \rho, \end{cases} \quad (6)$$

式中:  $\beta_k(t)$ 为第 $k$ 个联想层的指标函数, 其初值为1;  $\rho$ 为废弃联想层的竞争阈值;  $\tau$ 为衰减常数. 为判断第 $k$ 个联想层对输入的响应的大小, 预设一个弃用的竞争阈值 $\beta_{th}$ , 当 $\beta_k \leq \beta_{th}$ 时, 小波的宽度向量、小波的中心向量和权值矩阵可修改为

$$\left\{ \begin{aligned} \mathbf{c}(t^+) &= \mathbf{A}\mathbf{c}(t), \ \mathbf{v}(t^+) = \mathbf{A}\mathbf{v}(t), \\ \phi(t^+) &= \mathbf{B}\phi(t), \ \mathbf{W}(t^+) = \mathbf{B}\mathbf{W}(t), \end{aligned} \right. \quad (7)$$

其中:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} I_{(k-1)n} & 0_{(k-1)n \times n} & 0 \\ 0 & 0_{(n_b-k)n \times n} & I_{(n_b-k)n} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} I_{k-1} & 0_{(k-1) \times 1} & 0 \\ 0 & 0_{(n_b-k) \times 1} & I_{n_b-k} \end{bmatrix}.$$

**注 3** 当输入单元未采用量化时, SOWCMAC就变成自组织的小波神经网络. 当联想单元未采用小波函数和自组织算法时, SOWCMAC与文献[7, 16]的CMAC等价. 因此, 本文所提出的SOWCMAC可看做在文献[7, 16]中的CMAC引入SONN和小波函数. 因此SOWCMAC具备CMAC, SONN

和小波函数各自的优点.

#### 4 积分TSMC设计(Integral TSMC design)

分析文献[3-6]可知:引起TSMC奇异性问题主要原因是设计的terminal滑模面中存在 $e^l$ 或 $x^l$ 等分数函数项.因此,受文献[14]中的动态滑模符号函数积分和文献[15]中的快速terminal滑模面设计启发,本文首先提出两种积分terminal滑模面设计方法:改进的符号函数积分terminal滑模面和快速分数函数积分terminal滑模面;然后,基于SOWCMAC在线估计干扰,给出鲁棒自适应非奇异积分TSMC控制器设计过程.

为后续书写方便,记 $e = y - y^d = [e_1 \cdots e_n]^T$ 为跟踪误差,  $\text{sgn } e = [\text{sgn } e_1, \cdots, \text{sgn } e_n]^T$ ,  $e^{q/p} = [\text{sgn } e_1 |e_1|^{q/p}, \cdots, \text{sgn } e_n |e_n|^{q/p}]^T$ ,  $\text{sgn}(\cdot)$ 为符号函数.

##### 4.1 改进的符号函数积分terminal滑模面(Improved sign integral terminal sliding mode surface)

设计改进的符号积分terminal滑模面如下:

$$\begin{cases} \dot{s} = e + \lambda e_I, \\ \dot{e}_I = -K_I e_I + \text{sgn } e, \end{cases} \quad (8)$$

式中:  $\lambda > 0$ 和 $K_I = \text{diag}\{k_{I1}, \cdots, k_{In}\} > 0$ 分别为设计的正常数和正定矩阵;  $e_I$ 为具有初值为 $-e(0)/\lambda$ 的函数.

**引理1** 设计terminal滑模面式(8),当系统进入滑模面后,则从任意有限初始跟踪误差 $e(0)$ 出发的轨迹收敛到原点所需时间如式(9)所示:

$$\begin{cases} T_f^s = \max\{t_{f1}^s, \cdots, t_{fn}^s\}, \\ t_{fi}^s = \frac{1}{k_{Ii}} \ln(k_{Ii} |e_i(0)|/\lambda + 1). \end{cases} \quad (9)$$

**证** 依据式(8),当 $s=0$ 时,  $e = -\lambda e_I$ . 整理式(8)有

$$\dot{e}_{Ii} = -k_{Ii} e_{Ii} - \text{sgn}(\lambda e_{Ii}), \quad i=1, 2, \cdots, n. \quad (10)$$

由于 $\lambda > 0$ ,则 $\text{sgn}(\lambda e_{Ii}) = \text{sgn } e_{Ii}$ 成立.令 $\chi_i = |e_{Ii}|$ ,整理上式,可得其通解为

$$\chi_i = |e_{Ii}| = \frac{1}{k_{Ii}} (c \exp(-k_{Ii} t) - 1). \quad (11)$$

令式(11)中的 $t=0$ ,将 $e_{Ii}(0) = -e_i(0)/\lambda$ 代入式(11)中有

$$c = k_{Ii} |e_i(0)|/\lambda + 1. \quad (12)$$

将式(12)代入式(11),即可以得式(9)所示收敛时间,引理1成立.值得注意的是在 $s=0$ 时,  $\dot{e} = \lambda(K_I e_I +$

$\text{sgn } e_I)$ .由此,  $e$ 可以看做是随着 $e_I$ 收敛于零点而收敛的.

**注4** 当式(8)中 $K_I=0$ 时,可退化为文献[17]给出的符号函数积分terminal滑模面设计方法,即 $e_I$ 为 $e$ 的符号函数积分,但这会引起 $e_I$ 的抖动.因此本文在滑模面式(8)中引入线性部分以减少系统进入滑模面后抖振现象.

##### 4.2 快速的分数函数积分terminal滑模面(Fast dfractional integral terminal sliding mode surface)

设计快速的分数函数积分terminal滑模面如下:

$$\begin{cases} \dot{s} = e + \lambda e_I, \\ \dot{e}_I = -\bar{K}_I e_I - e^{q/p}, \end{cases} \quad (13)$$

式中:  $\lambda > 0$ 和 $\bar{K}_I = \text{diag}\{\bar{k}_{I1}, \cdots, \bar{k}_{In}\} > 0$ 分别为设计的正常数和正定矩阵,  $p > q > 0$ 为正奇数,  $e_I$ 为具有初值为 $-e(0)/\lambda$ 的函数.

**引理2** 设计terminal滑模面式(13),当系统进入滑模面后,则从任意有限初始跟踪误差 $e(0)$ 出发的轨迹收敛到原点所需时间如式(14)所示:

$$\begin{cases} T_f^f = \max\{t_{f1}^f, \cdots, t_{fn}^f\}, \\ t_{fi}^f = \frac{1}{\bar{k}_{Ii}(1-q/p)} \ln\left(\frac{|e_i(0)|^{1-q/p}}{\lambda} + 1\right). \end{cases} \quad (14)$$

**证** 依据式(13),当 $s=0$ 时,  $e = -\lambda e_I$ . 整理式(13)有

$$\dot{e}_I + \bar{K}_I e_I + \lambda^{q/p} e_I^{q/p} = 0. \quad (15)$$

利用文献[15]的成果和 $e_{Ii}(0) = |e_i(0)|/\lambda$ ,  $i=1, 2, \cdots, n$ ,  $e_{Ii}(t)$ 收敛于零的时间解析表达式为

$$t_{fi}^f = \frac{1}{\bar{k}_{Ii}(1-q/p)} \ln \frac{|e_{Ii}(0)|^{1-q/p} + \lambda^{q/p}}{\lambda^{q/p}} = \frac{1}{\bar{k}_{Ii}(1-q/p)} \ln \left( \frac{|e_i(0)|^{1-q/p}}{\lambda} + 1 \right), \quad (16)$$

式中 $i=1, 2, \cdots, n$ .由此,引理2成立.

**注5** 当式(13)中 $\bar{K}_I=0$ 时,则是文献[17]提出的分数函数积分terminal滑模面设计方法.本文通过在滑模面式(13)中引入线性部分的目的是加快 $e_I$ 远离零时的收敛速度,进而实现 $e$ 的快速收敛任务.

下面比较所设计的滑模面式(13)和文献[17]给出的分数函数积分terminal滑模面的收敛时间.为便于比较,将式(13)和文献[17]中意义相同的参数取值一致,即 $n=1, \lambda=1, q=7, p=9$ .此外,式(13)中,  $\bar{K}_I=1$ ,得到比较结果如表1所示.

从表1可知:滑模面式(13)中引入线性环节可以减少收敛时间.尤其是 $e(0)$ 较大时,效果更佳明显.

表1 不同初始误差下文献[17]和式(13)的收敛时间对比

Table 1 The comparison of Eq.(13) convergence time with Ref.[17] convergence time

初始误差 $e(0)$	文献[17]的	式(13)的	式(13)与文
	收敛时间	收敛时间	献[17]的
	$T_f^f/s$	$T_f^f/s$	$T_f^f$ 之比/(%)
$e(0) = 100$	12.5215	5.9868	47.81
$e(0) = 10$	7.5065	4.4162	58.83
$e(0) = 1$	4.5000	3.1192	69.31
$e(0) = 0.1$	2.6977	2.1136	78.35
$e(0) = 0.01$	1.6172	1.3816	85.43

### 4.3 基于 SOWCMAC 的鲁棒自适应非奇异积分 TSMC 控制器设计 (Adaptive nonsingular integral TSMC via SOWCMAC)

当设计非奇异积分 TSMC 控制器时, 需利用 SOWCMAC 估计式(1)中复合干扰  $D$  以及构造自适应鲁棒项抑制干扰估计误差. 因此, 给出如下合理的假设和引理.

**假设 3** 令  $x \in M_x$ , 其中  $M_x$  是系统状态的一个紧集, 存在最优权值  $W^*$ 、联想单元小波的中心  $c^*$  和宽度  $v^*$ , 使得  $\|\epsilon\| \leq c^*$ ,  $\epsilon$  为 SOWCMAC 辨识误差,  $c^*$  为大于零的常数, 并且存在常数  $\bar{W}$ ,  $\bar{c}$  及  $\bar{v}$ , 满足  $\|W^*\| \leq \bar{W}$ ,  $\|c^*\| \leq \bar{c}$  和  $\|v^*\| \leq \bar{v}$ .

**引理 3**<sup>[18]</sup> 考虑如下系统:

$$\dot{x} = f + gu, \quad (17)$$

$$\dot{\sigma}_1 = \frac{\partial \sigma_1}{\partial x^T} (f + gu) = \Psi(x) + \Gamma(x)u, \quad (18)$$

式中:  $x \in \mathbb{R}^n$  为系统状态,  $f \in \mathbb{R}^n$  为不确定光滑函数;  $g \in \mathbb{R}^{n \times n}$  为可逆的控制增益矩阵;  $\sigma_1$  为系统式(17)的稳定滑模面, 且满足  $\|\Psi\| \leq \kappa$ ,  $\kappa > 0$  为未知的常数,  $\|\Gamma\| \neq 0$ . 当选取式(17)的控制量和参数自适应律分别为式(19)和式(20)时, 系统的  $\sigma_1$  在有限时间内收敛到零及增益  $K_a(t)$  有界, 即存在一个时间常数  $t_F > 0$  和一个正常数  $k > 0$  使得  $\sigma_1(x(t)) = 0, t > t_F$  和  $\|K_a(t)\| \leq k, \forall t > 0$  成立.

$$u = -\Gamma^{-1} K_a \text{sgn } \sigma_1, \quad (19)$$

$$\begin{cases} \dot{K}_a = \bar{K}_1 \|\sigma_1\|, & \|\sigma_1\| \neq 0, \\ \begin{cases} K_a(t) = \bar{K}_2 \|\delta\| + \bar{K}_3, \\ \rho \dot{\delta} + \delta = \text{sgn } \sigma_1, \end{cases} & \|\sigma_1\| = 0, \end{cases} \quad (20)$$

式中:  $\bar{K}_1 = \text{diag}\{\bar{k}_{11}, \dots, \bar{k}_{1n}\} > 0$ ,  $\bar{K}_3 = \text{diag}\{\bar{k}_{31}, \dots, \bar{k}_{3n}\} > 0$  和  $\rho = \text{diag}\{\rho_1, \dots, \rho_n\} > 0$  为设计的正定矩阵;  $\bar{K}_2 = \bar{K}_a(t^*)$ ,  $t^*$  为满足  $\sigma_1(x(t^*)) \neq 0$  的一个时刻,  $t^{*-}$  为  $t^*$  的前一时刻.

记  $\hat{W}, \hat{\phi}, \hat{c}, \hat{v}$  分别为 SOWCMAC 的理想权值  $W^*$  的估计值, 感受域单元  $\phi^*$  的估计值, 联想层小波理想中心向量  $c^*$  的估计值和理想宽度向量  $v^*$  的估计值,  $\phi_c = \frac{\partial \phi}{\partial c^T}, \phi_v = \frac{\partial \phi}{\partial v^T}, \tilde{c} = c^* - \hat{c}, \tilde{v} = v^* - \hat{v}, \tilde{W} = W^* - \hat{W}, \tilde{\phi} = \phi^* - \hat{\phi}, \tilde{\theta} = \theta^* - \hat{\theta}$ . 其中  $\hat{\theta}$  为  $\theta^*$  的估计值,  $\theta^*$  为未知有界正数, 其含义将在式(30)中阐述.

**定理 1** 针对满足假设1-3的不确定非线性系统式(1), 若取有限时间收敛 Terminal 滑模面式(8)或式(13), 控制律式(21), SOWCMAC 的估计方法式(2)-(7)且其参数自适应律式(22), 鲁棒项式(23)及其自适应律式(24), 则跟踪误差收敛于零, 且信号  $\tilde{c}, \tilde{v}, \tilde{W}, \tilde{\phi}$  和  $\hat{\theta}$  均为有界的.

$$u = g^{-1}(-Ks - f - \hat{W}^T \hat{\phi}(x, \hat{c}, \hat{v}) - \lambda \dot{e}_I + \hat{y}^d - r), \quad (21)$$

$$\dot{\hat{W}} = \eta_1 \hat{\phi} s^T, \quad \dot{\hat{c}} = \eta_2 \hat{\phi}_c^T s, \quad \dot{\hat{v}} = \eta_3 \hat{\phi}_v^T s, \quad (22)$$

$$r = \hat{\theta} \text{sgn } s, \quad (23)$$

$$\begin{cases} \dot{\hat{\theta}} = \eta_4 \|s\|, & \|s\| \neq 0, \\ \begin{cases} \hat{\theta}(t) = \eta_5 \|\delta\| + \eta_6, \\ \rho \dot{\delta} + \delta = \text{sgn } s, \end{cases} & \|s\| = 0, \end{cases} \quad (24)$$

式中:  $K > 0$  为设计的正定矩阵;  $\lambda$  的定义见式(8)或式(13);  $\eta_i > 0 (i = 1, 2, 3, 4)$  为设计的学习率;  $\eta_5$  即是式(20)中  $\bar{K}_2$  为标量的形式;  $\eta_6 > 0$  为设计常数;  $\rho$  的定义见式(20).

**证** 在假设2-3下, 利用 SOWCMAC 式(2)-(7)对式(1)中的复合干扰  $D$  进行估计, 有

$$D = W^{*T} \phi^*(x, c^*, v^*) + \epsilon. \quad (25)$$

在假设1下, 对式(8)和式(13)中第1个子式求导, 并代入式(1)(25)和误差微分  $\dot{e} = \dot{y} - \dot{y}^d$  有

$$\begin{aligned} \dot{s} &= \dot{e} + \lambda \dot{e}_I = \\ & f + gu + W^{*T} \phi^*(x, c^*, v^*) + \epsilon + \lambda \dot{e}_I - \dot{y}^d. \end{aligned} \quad (26)$$

取 Lyapunov 函数

$$V = \frac{1}{2} s^T s + \frac{1}{2\eta_1} \text{tr}(\tilde{W}^T \tilde{W}) + \frac{1}{2\eta_2} \tilde{c}^T \tilde{c} + \frac{1}{2\eta_3} \tilde{v}^T \tilde{v} + \frac{1}{2\eta_4} \tilde{\theta}^2. \quad (27)$$

对式(27)求导, 并代入式(21)(23)和式(26)可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s^T (f - Ks - f - \hat{W}^T \hat{\phi}(x, \hat{c}, \hat{v}) - \\ & \lambda \dot{e}_I + \hat{y}^d - r + W^{*T} \phi^*(x, c^*, v^*) + \\ & \epsilon + \lambda \dot{e}_I - \dot{y}^d) + \frac{1}{\eta_1} \text{tr}(\tilde{W}^T \dot{\tilde{W}}) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\eta_2} \tilde{\mathbf{c}}^T \dot{\tilde{\mathbf{c}}} + \frac{1}{\eta_3} \tilde{\mathbf{v}}^T \dot{\tilde{\mathbf{v}}} + \frac{1}{\eta_4} \tilde{\theta}^T \dot{\tilde{\theta}} = \\ & \mathbf{s}^T (-\mathbf{K}\mathbf{s} + \mathbf{W}^{*T} \hat{\boldsymbol{\phi}}^* - \hat{\mathbf{W}}^T \hat{\boldsymbol{\phi}} + \boldsymbol{\epsilon} - \hat{\boldsymbol{\theta}} \times \\ & \text{sgn } \mathbf{s}) - \frac{1}{\eta_1} \text{tr}(\tilde{\mathbf{W}}^T \dot{\tilde{\mathbf{W}}}) - \frac{1}{\eta_2} \tilde{\mathbf{c}}^T \dot{\tilde{\mathbf{c}}} - \\ & \frac{1}{\eta_3} \tilde{\mathbf{v}}^T \dot{\tilde{\mathbf{v}}} - \frac{1}{\eta_4} \tilde{\theta}^T \dot{\tilde{\theta}}. \end{aligned} \quad (28)$$

将上式中的 $\hat{\boldsymbol{\phi}}^*$ 在 $\hat{\boldsymbol{\phi}}$ 处进行Taylor展开有

$$\hat{\boldsymbol{\phi}}^* = \hat{\boldsymbol{\phi}} + \boldsymbol{\phi}_c \tilde{\mathbf{c}} + \boldsymbol{\phi}_v \tilde{\mathbf{v}} + \mathcal{O}(\cdot), \quad (29)$$

式中 $\mathcal{O}(\cdot)$ 为Taylor展开的高阶项.

由式(29)可得 $\tilde{\boldsymbol{\phi}} = \boldsymbol{\phi}_c \tilde{\mathbf{c}} + \boldsymbol{\phi}_v \tilde{\mathbf{v}} + \mathcal{O}(\cdot)$ . 因此, 根据式(25)和式(29), 定义 $\boldsymbol{\vartheta}$ 如下:

$$\boldsymbol{\vartheta} = \tilde{\mathbf{W}}^T \boldsymbol{\phi}_c \tilde{\mathbf{c}} + \tilde{\mathbf{W}}^T \boldsymbol{\phi}_v \tilde{\mathbf{v}} + \mathbf{W}^{*T} \mathcal{O}(\cdot) + \boldsymbol{\epsilon}, \quad (30)$$

式中:  $\|\boldsymbol{\vartheta}\| \leq \theta^*$ ,  $\theta^* > 0$ 为未知的常数.

值得说明的是基于假设3可知 $\|\boldsymbol{\vartheta}\|$ 为有界的. 因此, 式(30)是有意义的.

将式(22)(29)和式(30)代入式(28)有

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \mathbf{s}^T (-\mathbf{K}\mathbf{s} + \mathbf{W}^{*T} \hat{\boldsymbol{\phi}} - \hat{\mathbf{W}}^T \hat{\boldsymbol{\phi}} + \mathbf{W}^{*T} \times \\ & \mathcal{O}(\cdot) + (\tilde{\mathbf{W}}^T + \hat{\mathbf{W}}^T)(\boldsymbol{\phi}_c \tilde{\mathbf{c}} + \boldsymbol{\phi}_v \tilde{\mathbf{v}}) + \\ & \boldsymbol{\epsilon} - \hat{\boldsymbol{\theta}} \text{sgn } \mathbf{s}) - \frac{1}{\eta_1} \text{tr}(\tilde{\mathbf{W}}^T \dot{\tilde{\mathbf{W}}}) - \\ & \frac{1}{\eta_2} \tilde{\mathbf{c}}^T \dot{\tilde{\mathbf{c}}} - \frac{1}{\eta_3} \tilde{\mathbf{v}}^T \dot{\tilde{\mathbf{v}}} - \frac{1}{\eta_4} \tilde{\theta}^T \dot{\tilde{\theta}} \leq \\ & -\underline{\mathbf{K}} \|\mathbf{s}\|^2 + \mathbf{s}^T \tilde{\mathbf{W}}^T \hat{\boldsymbol{\phi}} - \frac{1}{\eta_1} \text{tr}(\tilde{\mathbf{W}}^T \dot{\tilde{\mathbf{W}}}) + \\ & \mathbf{s}^T \hat{\mathbf{W}}^T \boldsymbol{\phi}_c \tilde{\mathbf{c}} - \frac{1}{\eta_2} \tilde{\mathbf{c}}^T \dot{\tilde{\mathbf{c}}} + \mathbf{s}^T \hat{\mathbf{W}}^T \boldsymbol{\phi}_v \tilde{\mathbf{v}} - \\ & \frac{1}{\eta_3} \tilde{\mathbf{v}}^T \dot{\tilde{\mathbf{v}}} + \mathbf{s}^T (\boldsymbol{\vartheta} - \hat{\boldsymbol{\theta}} \text{sgn } \mathbf{s}) - \frac{1}{\eta_4} \tilde{\theta}^T \dot{\tilde{\theta}} \leq \\ & -\underline{\mathbf{K}} \|\mathbf{s}\|^2 + (\theta^* - \hat{\theta}) \|\mathbf{s}\| - \frac{1}{\eta_4} \tilde{\theta}^T \dot{\tilde{\theta}} \leq -\underline{\mathbf{K}} \|\mathbf{s}\|^2, \end{aligned} \quad (31)$$

式中 $\underline{\mathbf{K}}$ 为 $\mathbf{K}$ 的最小特征值.

通过式(31)推导可得: 在式(21)–(24)下, 系统必定会达到 $\mathbf{s} = 0$ , 即滑模面 $\mathbf{s}$ 的到达条件得以满足, 并且 $\tilde{\mathbf{c}}$ ,  $\tilde{\mathbf{v}}$ ,  $\tilde{\mathbf{W}}$ ,  $\tilde{\boldsymbol{\phi}}$ 和 $\tilde{\theta}$ 均为有界的. 由此, 根据引理1和引理2有 $\mathbf{e}$ 收敛于零.

**注6** 本文所提出的积分terminal滑模具有如下特点:

1) 通过式(9)和式(14)中参数的调整, 滑模面上的跟踪误差收敛速度是非常容易调整的; 2) 与经典的TSMC设计相比, 本文所提出的积分TSMC避免了奇异值问题; 3) 文献[14]给出符号函数的动态SMC仅仅能够保持系统跟踪误差是渐近稳定的, 而本文所提出的积分TSMC能够保证跟踪误差在有限的时间内收敛于零点; 4) 与文献[19]的高阶SMC收敛时间相比, 本文所提出的积分TSMC收敛时间在滑模面上具有解析形式,

且可采用设计参数进行调整的优势.

**注7** 鲁棒项式(23)中的参数采用的是自适应方法对于干扰误差上界进行估计. 为便于工程实现, 可采用边界层的方法对其自适应律式(24)进行修正, 具体参见文献[18].

## 5 近空间飞行器姿态控制仿真(Simulation for the attitude control of NSV)

考虑到NSV飞行过程具有建模动态误差、内部不确定性, 以及外干扰对系统有较大影响等因素, 6自由度NSV姿态快、慢回路方程如下<sup>[20–21]</sup>:

$$\dot{\boldsymbol{\Omega}} = \mathbf{f}_s + \mathbf{G}_s \boldsymbol{\omega}_c + \mathbf{D}_s, \quad (32)$$

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{f}_f + \mathbf{G}_f \mathbf{M} + \mathbf{D}_f, \quad (33)$$

$$\mathbf{y} = \boldsymbol{\Omega}, \quad (34)$$

式中:  $\boldsymbol{\Omega} = [\alpha \ \beta \ \mu]^T$ ,  $\boldsymbol{\omega} = [p \ q \ r]^T$ 分别表示姿态角和角速率,  $\alpha, \beta, \mu$ 分别为攻角、侧滑角、滚转角,  $p, q, r$ 分别为滚转、俯仰和偏航角速率;  $\boldsymbol{\omega}_c$ 是慢回路的虚拟控制量, 同时也作为快回路状态的跟踪值;  $\mathbf{M} = [l_{\text{ctrl}} \ m_{\text{ctrl}} \ n_{\text{ctrl}}]^T$ 为滚转、俯仰和偏航方向上的控制力矩, 由气动舵面和推力矢量舵面产生;  $\mathbf{D}_s = \Delta \mathbf{f}_s + \Delta \mathbf{G}_s \boldsymbol{\omega}$ 和 $\mathbf{D}_f = \Delta \mathbf{f}_f + \Delta \mathbf{G}_f \mathbf{M} + \mathbf{d}_f(t)$ 分别为快、慢回路的复合干扰,  $\Delta \mathbf{f}_s, \Delta \mathbf{G}_s, \Delta \mathbf{f}_f, \Delta \mathbf{G}_f$ 为快、慢回路的内部不确定性和建模误差,  $\mathbf{d}_f(t)$ 以力矩形式作用于快回路;  $\mathbf{f}_s = [f_\alpha \ f_\beta \ f_\mu]^T$ ,  $\mathbf{f}_f = [f_p \ f_q \ f_r]^T$ ,  $\mathbf{G}_s$ 和 $\mathbf{G}_f$ 具体如下:

$$\left\{ \begin{aligned} f_\alpha &= \frac{1}{MV \cos \beta} (-\hat{q} SC_{L,\alpha} + Mg \cos \gamma \cos \mu - T \sin \alpha), \\ f_\beta &= \frac{1}{MV} (\hat{q} SC_{Y,\beta} \beta + Mg \cos \gamma \cos \mu - T \sin \beta \cos \alpha), \\ f_\mu &= \frac{1}{MV} \hat{q} SC_{L,\alpha} (\tan \gamma \sin \mu + \tan \beta) - \frac{g}{V} \cos \gamma \cos \mu \tan \beta + \\ & \frac{1}{MV} \hat{q} SC_{Y,\beta} \beta \tan \gamma \cos \mu \cos \beta + \\ & \frac{T}{MV} [\sin \alpha (\tan \gamma \sin \mu + \tan \beta) - \cos \alpha \tan \gamma \cos \mu \sin \beta], \end{aligned} \right. \quad (35)$$

$$\left\{ \begin{aligned} f_p &= I_{xx}^{-1} [l_{\text{aero}} - qr(I_{zz} - I_{yy})], \\ f_q &= I_{yy}^{-1} [m_{\text{aero}} - pr(I_{xx} - I_{zz})], \\ f_r &= I_{zz}^{-1} [n_{\text{aero}} - pq(I_{yy} - I_{xx})], \end{aligned} \right. \quad (36)$$

$$\mathbf{G}_s = \begin{bmatrix} \tan \beta \cos \alpha & 1 & -\tan \beta \sin \alpha \\ \sin \alpha & 0 & -\cos \alpha \\ \sec \beta \cos \alpha & 0 & \sec \beta \sin \alpha \end{bmatrix}, \quad (37)$$

$$G_f = \text{diag}\{I_{xx}^{-1}, I_{yy}^{-1}, I_{zz}^{-1}\}, \quad (38)$$

式中:  $M, V$  分别为 NSV 的质量和速度;  $\dot{q}$  为动压;  $S$  表示机翼参考面积;  $T$  为发动机推力. 限于篇幅, 式(32)–(38)中的其他符号意义参见本文作者前期成果文献[21].

NSV 仿真初始条件为

$$\begin{aligned} V(0) &= 3 \text{ km/s}, H(0) = 30 \text{ km/s}, \\ \boldsymbol{\Omega}(0) &= [1.8^\circ \ 1.0^\circ \ 1.2^\circ]^\text{T}, \boldsymbol{\omega}(0) = [0 \ 0 \ 0]^\text{T} \text{ rad/s}, \\ T(0) &= 208.41 \text{ kN}, M = 63503 \text{ kg}. \end{aligned}$$

同时假设气动参数存在 35% 不确定, 快回路通道式(33)在  $t = 0$  s 加入力矩干扰  $\mathbf{d}_f(t) = [1.2 \times 10^5 \cos(8t), 2.0 \times 10^5 \sin(8t), 1.2 \times 10^5 \cos(8t)]^\text{T}$ .

姿态角跟踪指令为  $\mathbf{y}^d = [3.0^\circ \ 0.0^\circ \ 0.0^\circ]^\text{T}$ , 且考虑飞行品质, 将慢回路的 3 个通道的指令分别经过  $\frac{1}{s+1}$  进行指令滤波.

为进行 NSV 姿态角跟踪控制效果对比, 采用文献[7]给出的 CMAC 方法对快慢回路的复合干扰进行估计, 然后分别设计控制器. 为后续仿真说明简洁, 定义

由文献[7]CMAC、改进的符号函数积分 terminal 滑模面式(8)与非奇异积分 TSMC 控制器式(21)相结合的控制方法为方案 1; 由文献[7]CMAC、分数函数积分 terminal 滑模面式(13)与非奇异积分 TSMC 控制器式(21)相结合的控制方法为方案 2; 由 SOWCMAC 式(2)–(7), 符号函数积分 terminal 滑模面式(8)与非奇异积分 TSMC 控制器式(21)相结合的控制方法为方案 3; 由 SOWCMAC 式(2)–(7), 分数函数积分 terminal 滑模面式(13)与非奇异积分 TSMC 控制器式(21)相结合的控制方法为方案 4; 具体参数见表 2. 在表 2 中, 为保证对比曲线更具有说服力, 选取意义相同的参数一致. 得到仿真结果如图 2–5 所示.

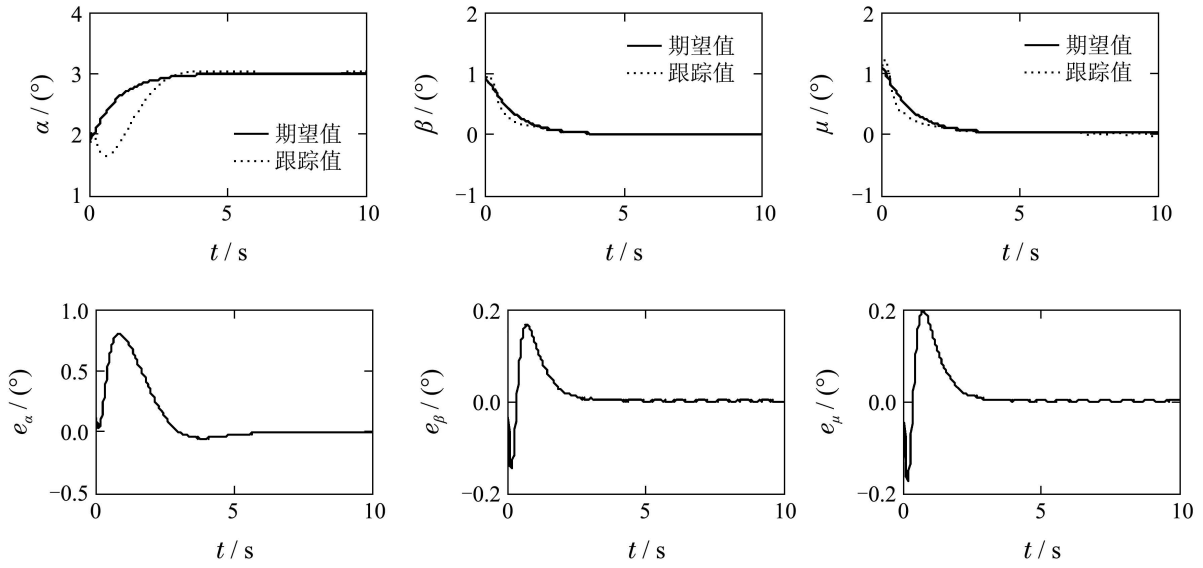
从图 2–3 和图 4–5 的(a)子图对比可知: 本文方法具有跟踪速度快和稳态跟踪误差更小等特点. 这也说明的 SOWCMAC 对复合干扰具有良好的学习能力.

由图 2, 4 和图 3, 5 的(b)子图对比可知: 采用分数函数积分 TSMC 的控制量比符号积分 TSMC 的控制量更加平滑, 而符号函数积分 TSMC 的控制量则存在微小抖振现象.

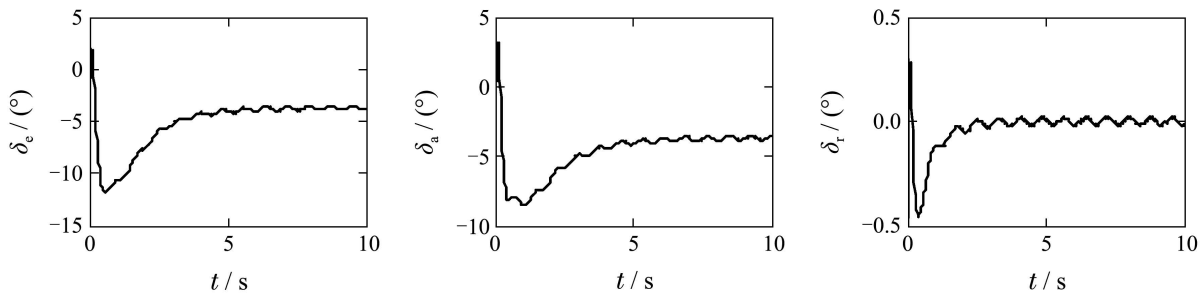
表 2 不同控制方法设计参数对照表

Table 2 Design parameters of different control methods

控制方法	慢回路参数设计		快回路参数设计	
	CMAC或SOSCMAC参数	积分TSMC参数	CMAC或SOSCMAC参数	积分TSMC参数
方法 1	$n_e = 6, n_b = 1,$ $c_i = 0, v_{ij} = 1.2,$ $i = 1, 2, 3, j = 1,$ $\mathbf{W}(0) = [0.5 \ 0.3 \ 0.7]$	$\mathbf{K}_1 = \text{diag}\{1, 2, 1\},$ $\lambda = 2, \mathbf{K} = 5I_{3 \times 3},$ $\eta_1 = 0.5,$ $\eta_2 = \eta_3 = 0.2$ $\eta_4 = 0.9, \eta_6 = 0.05,$ $\varrho = 0.01I_{3 \times 3}$	$n_e = 6, n_b = 8,$ $c_i = [-2.8 \ -2 \ -1.2 \ -0.4$ $0.4 \ 1.2 \ 2 \ 2.8]^\text{T},$ $v_{ij} = 1.5,$ $i = 1, 2, 3, 1 \leq j \leq 8,$ $\mathbf{W}(0) = \mathbf{0}_{8 \times 3}$	$\mathbf{K}_1 = \text{diag}\{3, 2, 3\},$ $\lambda = 4, \mathbf{K} = 7I_{3 \times 3},$ $\eta_1 = 0.6,$ $\eta_2 = \eta_3 = 0.3,$ $\eta_4 = 1.2, \eta_6 = 0.04,$ $\varrho = 0.02I_{3 \times 3}$
方法 2	参数 $n_e, n_b, \mathbf{c}, \mathbf{v},$ $\mathbf{W}(0)$ 与方法 1 相同	$\bar{\mathbf{K}}_1 = \text{diag}\{2, 3, 2\},$ $\lambda = 1.5, q = 1, p = 3,$ $\mathbf{K} = 2I_{3 \times 3}, \eta_1 = 0.5,$ $\eta_2 = \eta_3 = 0.3,$ $\eta_4 = 1, \eta_6 = 0.07,$ $\varrho = 0.01I_{3 \times 3}$	参数 $n_e, n_b, \mathbf{c}, \mathbf{v},$ $\mathbf{W}(0)$ 与方法 1 相同	$\bar{\mathbf{K}}_1 = \text{diag}\{5, 6, 3\},$ $\lambda = 3, q = 7, p = 9,$ $\mathbf{K} = 4I_{3 \times 3}, \eta_1 = 0.6,$ $\eta_2 = \eta_3 = 0.25,$ $\eta_4 = 1.5, \eta_6 = 0.05,$ $\varrho = 0.02I_{3 \times 3}$
方法 3	$n_e = 6, n_b(0) = 1,$ $\alpha_{th} = 0.2, \tau = 0.01,$ $\beta_{th} = 0.02, \rho = 0.1,$ $c_i(0) = 0,$ $v_{ij}(0) = \sigma_{ij} = 1.5,$ $i = 1, 2, 3, j = 1,$ $\mathbf{W}(0) = [0.8 \ 0.6 \ 0.9]$	参数 $\mathbf{K}_1, \lambda, \mathbf{K},$ $\eta_i (i = 1, 2, 3, 4, 6, \varrho)$ 与方法 1 相同	$n_e = 6, n_b(0) = 8,$ $\alpha_{th} = 0.3, \tau = 0.01,$ $\beta_{th} = 0.02, \rho = 0.1,$ $c_i(0) = [-2.8 \ -2 \ -1.2 \ -0.4$ $0.4 \ 1.2 \ 2 \ 2.8]^\text{T}$ $v_{ij}(0) = \sigma_{ij} = 1.5,$ $i = 1, 2, 3, 1 \leq j \leq 8,$ $\mathbf{W}(0) = \mathbf{0}_{8 \times 3}$	参数 $\mathbf{K}_1, \lambda, \mathbf{K},$ $\eta_i (i = 1, 2, 3, 4, 6, \varrho)$ 与方法 1 相同
方法 4	参数 $n_e, n_b(0), \alpha_{th}, \tau,$ $\beta_{th}, \rho, \mathbf{c}(0), \mathbf{v}(0), \boldsymbol{\sigma},$ $\mathbf{W}(0)$ 与方法 3 相同	参数 $\bar{\mathbf{K}}_1, \lambda, q, p,$ $\mathbf{K}, \eta_i (i = 1, 2, 3,$ $4, 6, \varrho)$ 与方法 2 相同	参数 $n_e, n_b(0), \alpha_{th}, \tau,$ $\beta_{th}, \rho, \mathbf{c}(0), \mathbf{v}(0), \boldsymbol{\sigma},$ $\mathbf{W}(0)$ 与方法 3 相同	参数 $\bar{\mathbf{K}}_1, \lambda, q, p,$ $\mathbf{K}, \eta_i (i = 1, 2, 3,$ $4, 6, \varrho)$ 与方法 2 相同



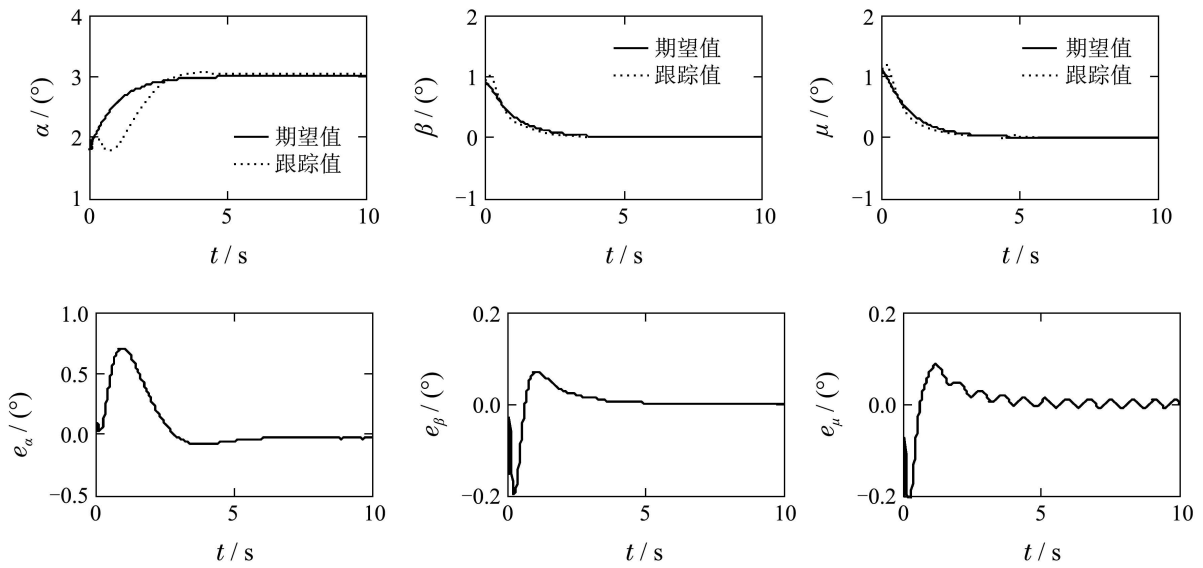
(a) 姿态角及跟踪误差响应曲线



(b) 气动舵偏角响应曲线

图2 基于CMAC的符号函数积分TSMC响应曲线

Fig. 2 The time response curve of sign function integral TSMC based on CMAC



(a) 姿态角及跟踪误差响应曲线



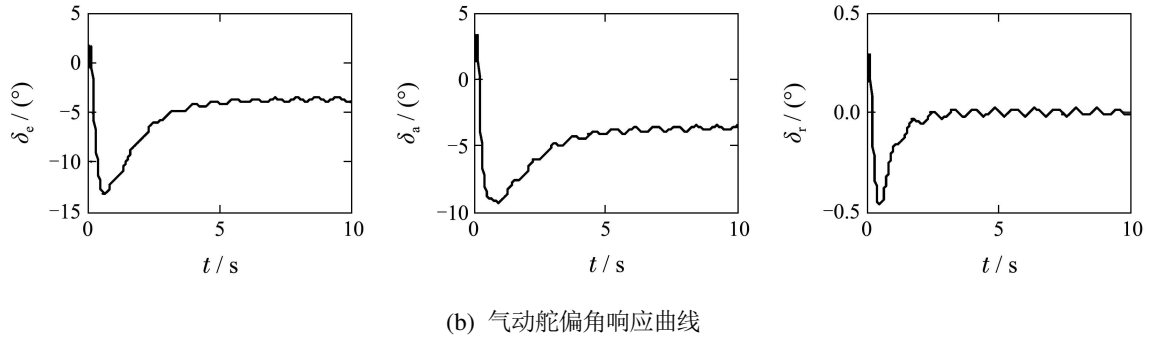


图 3 基于CMAC的分数函数积分TSMC响应曲线

Fig. 3 The time response curve of fractional function integral TSMC based on CMAC

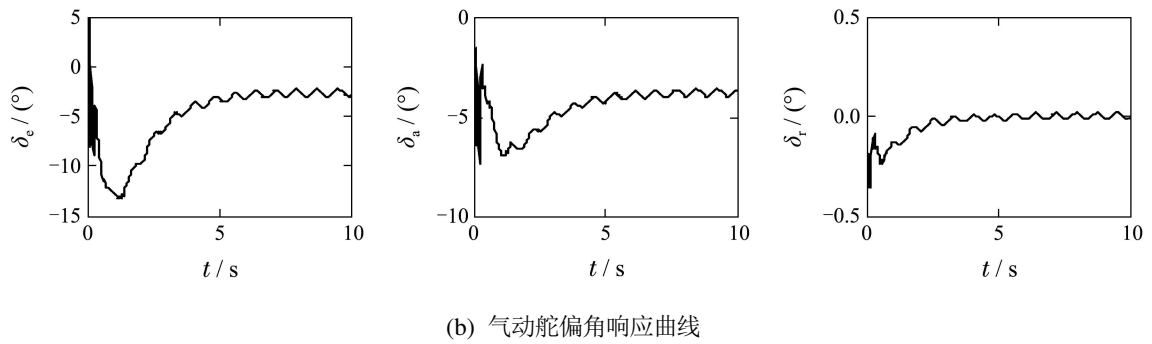
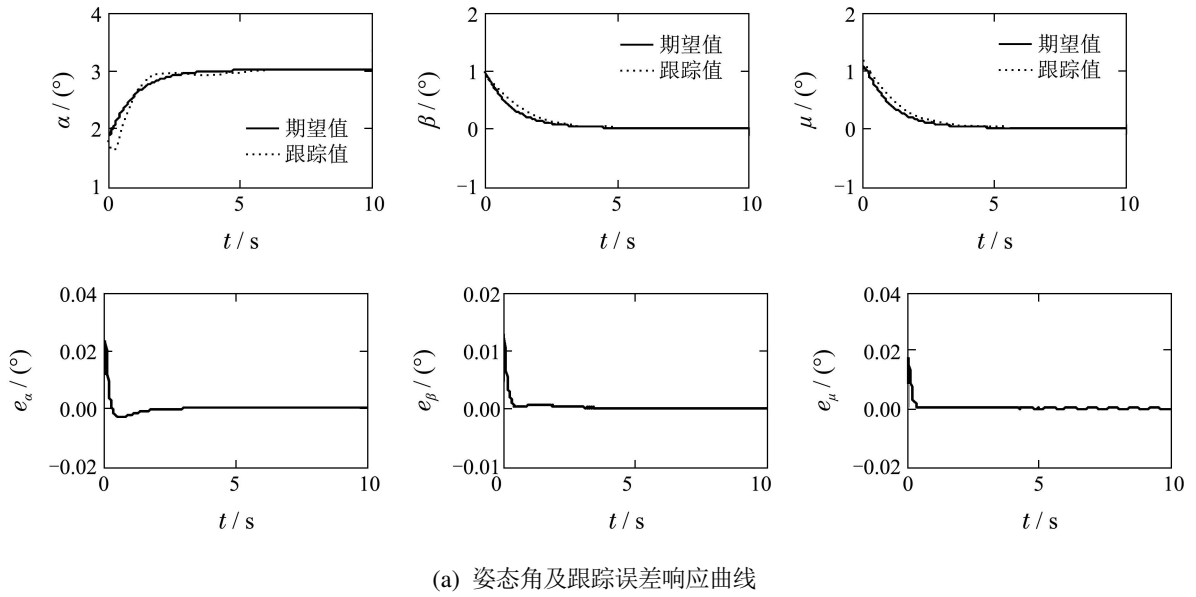
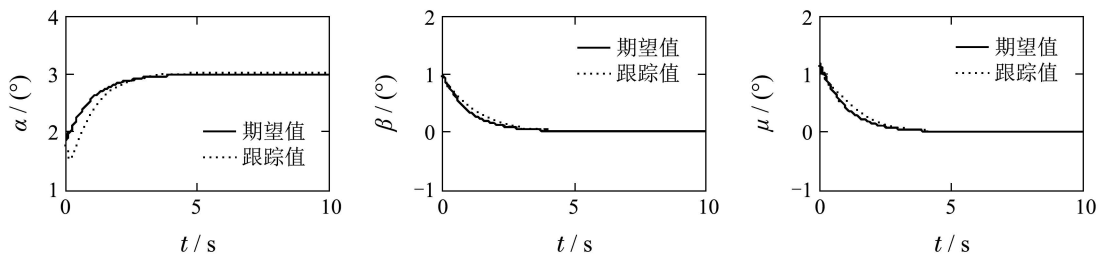


图 4 基于SOWCMAC的符号函数积分TSMC响应曲线

Fig. 4 The time response curve of sign function integral TSMC based on SOWCMAC



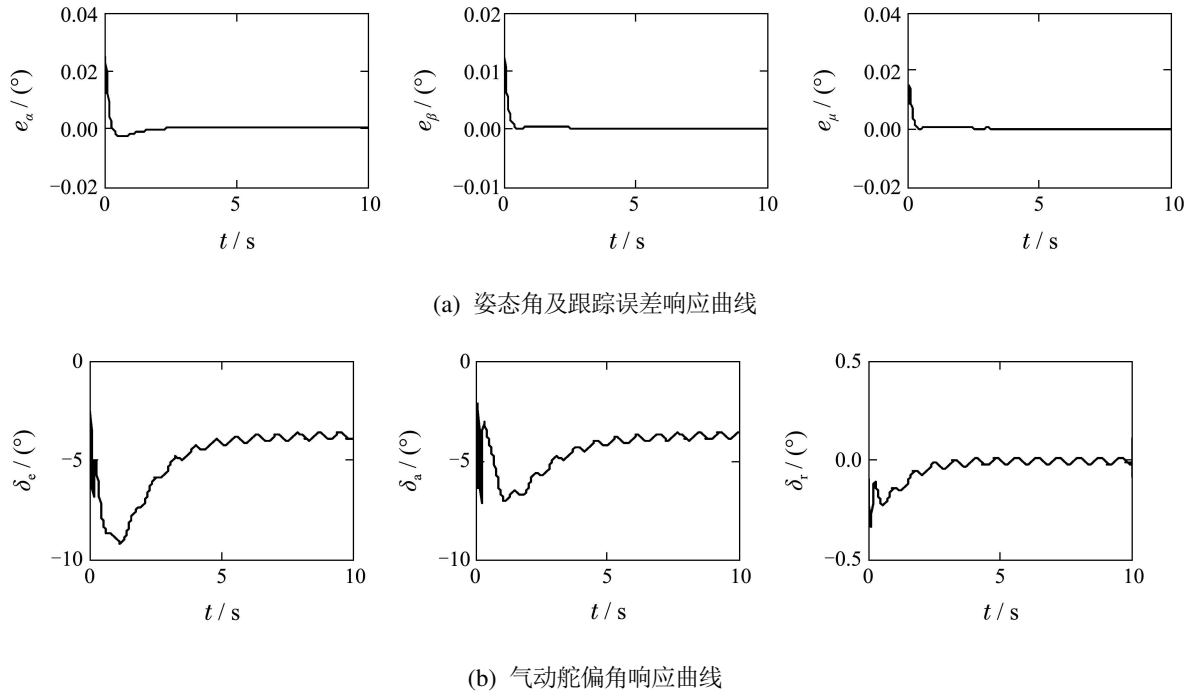


图5 基于SOWCMAC的分数函数积分TSMC响应曲线

Fig. 5 The time response curve of fractional function integral TSMC based on SOWCMAC

## 6 结论(Conclusions)

本文研究了一类不确定非线性系统的跟踪控制问题. 首先, 为实现干扰估计具有快速地学习能力及泛化能力, 提出了自组织自适应的小脑模型在线对干扰进行估计. 其次, 为避免terminal滑模控制器存在奇异性, 提出两种积分terminal滑模控制面构造方法, 并分别给出解析的收敛时间表达式. 然后, 将自组织自适应的小脑模型与积分terminal滑模相结合, 给出非奇异的terminal控制器结构, 并严格证明了系统的稳定性和跟踪误差能在有限时间内收敛到平衡零点. 仿真结果表明所提出的积分terminal滑模控制方法收敛速度快, 跟踪精度高, 并且对强烈的外界扰动和系统不确定性, 也有良好的鲁棒性.

## 参考文献(References):

- [1] KLUGA M, CASTELANA E B, LEITE V J, et al. Fuzzy dynamic output feedback control through nonlinear Takagi-Sugeno models [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2015, 263(3): 92 – 111.
- [2] SHEN Q K, SHI P. Distributed command filtered backstepping consensus tracking control of nonlinear multiple-agent systems in strict-feedback form [J]. *Automatica*, 2015, 53(3): 120 – 124.
- [3] MAN Z H, PAPLINSKI A P, WU H R. A robust MIMO terminal sliding mode control scheme for rigid robotic manipulators [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1994, 39(12): 2464 – 2469.
- [4] FENG Y, YU X H, MAN Z H. Non-singular terminal sliding mode control of rigid manipulators [J]. *Automatica*, 2002, 38(12): 2159 – 2167.
- [5] CHEN M, WU Q X, CUI R X. Terminal sliding mode tracking control for a class of SISO uncertain nonlinear systems [J]. *ISA Transactions*, 2013, 52(2): 198 – 206.
- [6] XU D Z, JIANG B, QIAN M S, et al. Terminal sliding mode control using adaptive fuzzy-neural observer [J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2013, 23(2): 388 – 400.
- [7] LIN C M, PENG Y F, LIN M H. CMAC-based adaptive backstepping synchronization of uncertain chaotic systems [J]. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2009, 42(2): 981 – 988.
- [8] HSU C F. Adaptive backstepping Elman-based neural control for unknown nonlinear systems [J]. *Neurocomputing*, 2014, 136(7): 170 – 179.
- [9] CHEN P C, CHEN C W, CHIANG W L. GA-based modified adaptive fuzzy sliding mode controller for nonlinear systems [J]. *Expert Systems with Applications*, 2009, 36(3): 5872 – 5879.
- [10] PU Ming, WU Qingxian, JIANG Changsheng, et al. Adaptive second-order dynamic sliding-mode control based on fuzzy disturbance-observer [J]. *Control Theory & Applications*, 2011, 28(6): 805 – 812.  
(蒲明, 吴庆宪, 姜长生, 等. 基于模糊干扰观测器的自适应二阶动态滑模控制 [J]. *控制理论与应用*, 2011, 28(6): 805 – 812.)
- [11] XU Y F, JIANG B, TAO G, et al. Fault tolerant control for a class of nonlinear systems with application to near space vehicle [J]. *Circuits System and Signal Process*, 2011, 30(3): 655 – 672.
- [12] PENG Y F, HSU C F. Identification-based chaos control via backstepping design using self-organizing fuzzy neural networks [J]. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2009, 42(3): 1377 – 1389.
- [13] GAO Y, ER M J. Online adaptive fuzzy neural identification and control of a class of MIMO nonlinear systems [J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2003, 11(4): 462 – 477.
- [14] XIAN B, DAWSON D M, DE QUEIROZ M S. A continuous asymptotic tracking control strategy for uncertain nonlinear systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, 49(7): 1206 – 1211.

- [15] YU X H, MAN Z H. Fast terminal sliding mode control design for nonlinear dynamic systems [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems Part I: Fundamental Theory and Applications*, 2002, 39(2): 261 – 264.
- [16] ALBUS J S. A new approach to manipulator control: the cerebellar model articulation controller (CMAC) [J]. *Transactions of the ASME Journal of Dynamic Systems Measurement and Control*, 1975, 97(3): 220 – 227.
- [17] CHIU C S. Derivative and integral terminal sliding mode control for a class of MIMO nonlinear systems [J]. *Automatica*, 2012, 48(2): 316 – 326.
- [18] PLESTANA F, SHTESSELB Y, BRÉGEAULTA V. New methodologies for adaptive sliding mode control [J]. *International Journal of Control*, 2010, 83(9): 1907 – 1919.
- [19] DEFOORT M, NOLLET F, FLOQUET T. A third-order sliding-mode controller for a stepper motor [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2009, 56(9): 3337 – 3346.
- [20] CHEN M, JIANG B. Robust attitude control of near space vehicles with time-varying disturbances [J]. *International Journal of Control, Automation, and Systems*, 2013, 11(1): 182 – 187.
- [21] ZHANG Qiang. *Robust adaptive control for nonlinear flight control systems of near space vehicle* [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2013.  
(张强. 近空间飞行器非线性飞控系统鲁棒自适应控制 [D]. 南京: 南京航空航天大学, 2013.)

#### 作者简介:

**张 强** (1980–), 男, 副教授, 博士, 硕士生导师, 目前研究方向为非线性鲁棒自适应控制以及自治飞行控制等, E-mail: zhang\_hongyu198023@163.com;

**于宏亮** (1975–), 男, 副教授, 博士, 硕士生导师, 目前研究方向为鲁棒控制及智能控制等, E-mail: cse\_yuhl@ujn.edu.cn;

**许德智** (1985–), 男, 副教授, 博士, 目前研究方向为复杂系统建模与容错控制等, E-mail: xudezhi@jiangnan.edu.cn;

**于美娟** (1990–), 女, 硕士研究生, 目前研究方向为自适应控制及滑模控制等, E-mail: Yumeijuan\_0@163.com.