

# 执行器故障多率采样间歇过程的鲁棒 耗散迭代学习容错控制

陶洪峰<sup>†</sup>, 邹伟, 杨慧中

(江南大学 教育部轻工过程先进控制重点实验室, 江苏 无锡 214122)

**摘要:** 针对一类具有干扰和执行器故障的多率采样间歇过程, 提出一种具有鲁棒耗散性能的迭代学习容错控制算法. 通过提升技术将多采样率过程用慢速率采样的状态空间模型来描述, 并基于二维系统理论, 把迭代学习控制过程转化为等价2D Roesser故障系统, 再沿时间和迭代方向设计具有耗散性能的反馈容错控制器, 并以线性矩阵不等式形式给出容错控制器存在的充分条件, 同时确保多率采样间歇过程在正常和故障条件下的耗散性能. 注塑过程的注射速度控制仿真验证了方法的有效性和可行性.

**关键词:** 间歇过程; 迭代学习控制; 容错控制; 鲁棒耗散性能; 执行器故障; 提升技术

中图分类号: TP273 文献标识码: A

## Robust dissipative iterative learning fault-tolerant control for multi-rate sampling batch process with actuator failure

TAO Hong-feng<sup>†</sup>, ZOU Wei, YANG Hui-zhong

(Key Laboratory of Advanced Process Control for Light Industry (Ministry of Education), Jiangnan University, Wuxi Jiangsu 214122, China)

**Abstract:** For a class of multi-rate sampling linear batch process with disturbances and actuator faults, this paper presents an iterative learning fault-tolerant control algorithm with robust dissipative performances. The multi-rate sampling process is described by a state-space model with low sampling rate by using the lifting technology and based on the two-dimensional (2D) system theory. The iterative learning control process is transformed to an equivalent 2D Roesser system with structure-form faults; and then, the feedback fault-tolerant controller with dissipative performances is designed along the time and the trial directions. The sufficient conditions for the existence of the controller are given in terms of linear matrix inequalities (LMIs). Therefore, it can ensure the dissipative performances in normal and fault conditions for multi-rate sampling batch process. The injection velocity control simulations on the injection molding process demonstrate the feasibility and effectiveness of the proposed method.

**Key words:** batch process; iterative learning control; fault tolerant control; robust dissipative performance; actuator failure; lifting technology

### 1 引言(Introduction)

间歇过程是一种高附加值的批次生产方式, 在流程工业中占有重要的地位, 被广泛用于精细化工、生物制药、注塑成型、涂料加工等行业<sup>[1]</sup>. 迭代学习算法充分利用间歇过程批次生产方式的重复性和周期性特点, 通过反复修正系统上一批次的控制输入信号来改善其控制行为, 逐渐提高每个批次的控制效果.

在迭代学习控制作用下, 间歇过程往往需要同时考虑时间和批次两个维度上的控制性能. 文献[2]基

于2D系统理论, 讨论了一种综合预测迭代学习控制策略, 该方法可以保证系统在模型误差和不确定性扰动下的快速收敛性能; 针对时变不确定性间歇过程的状态时滞问题, 文献[3]通过设计鲁棒闭环迭代学习控制器, 在线优化时间和批次方向的鲁棒跟踪性能. 但值得注意的是, 传统的迭代学习间歇过程控制系统由于现场设备限制和复杂的操作工况, 导致故障极易发生, 因而设计容错控制器保障间歇过程在各个批次控制过程中的安全性和可靠性是必须解决的关键问题.

收稿日期: 2015-05-29; 录用日期: 2015-10-09.

<sup>†</sup>通信作者. E-mail: taohongfeng@hotmail.com.

本文责任编辑: 王鞠维.

国家自然科学基金(61273070, 61203092), 江苏省产学研联合研究项目(BY2015019-21), 中央高校基本科研业务费专项资金(JUSRP51510), 江苏高校优势学科建设工程项目资助.

Supported by National Natural Science Foundation of China (61273070, 61203092), Enterprise-College-Institute Cooperative Project of Jiangsu Province (BY2015019-21), Fundamental Research Funds for Central Universities (JUSRP51510) and Priority Academic Program Development of Jiangsu Higher Education Institutions.

近年来,针对间歇过程的容错控制问题,文献[4]针对间歇过程的传感器故障问题,提出了一种迭代学习可靠控制算法,该方案可以同时提高时间和批次上的控制性能,并对系统的干扰具有良好的鲁棒性;进一步,文献[5]针对间歇过程在执行器故障下的被动容错问题,提出状态反馈迭代学习控制方法,并将其推广到多面体不确定性系统.文献[6]解决了执行器故障状态时滞间歇过程的迭代学习容错控制问题,并优化了动态系统的控制性能.然而,以上迭代学习容错控制方法都是基于单采样率的间歇系统,在许多间歇过程控制中,由于硬件限制,系统的控制输入更新速率与输出采样速率并不一致,在这种情况下,为保证控制质量,可以对不同的变量采用不同的刷新速率,即多采样率控制策略<sup>[7]</sup>.目前多采样率控制系统的研究工作主要集中在系统辨识<sup>[8]</sup>和控制策略方面<sup>[9]</sup>,多率采样间歇过程的迭代学习容错控制方法还很少见.

因此,本文针对一类同时带有干扰和执行器故障的多率采样间歇过程,通过提升技术,将其转化为慢速率的单采样率系统.然后,提出了一种鲁棒耗散迭代学习容错控制方法,并结合2D系统理论,构造出2D Rosser模型,设计相应的鲁棒耗散容错控制器,以LMIs的形式分析了闭环故障系统单调收敛和渐近稳定充分条件.最后,以注塑过程的注射速度控制仿真验证了方法的有效性.

在本文中,对于矩阵 $X$ ,用 $X^T$ 表示其转置, $X > 0$ 和 $X < 0$ 分别矩阵 $X$ 是正定和负定; $I$ 和 $0$ 分别代表适当维数的单位阵和零矩阵;符号“\*”代表对称位置上的元素的转置.

## 2 问题描述(Problem description)

### 2.1 系统形式(System formulation)

考虑一类具有扰动的线性间歇过程,其多采样率系统模型可表示为以下状态方程:

$$\begin{cases} x((i+1)T_i, k) = \\ Ax(iT_i, k) + Bu(iT_i, k) + Dw(iT_i, k), \\ y(iT_o, k) = Cx(iT_o, k), \end{cases} \quad (1)$$

式中: $i$ 为采样点, $k$ 为迭代次; $u(iT_i, k) \in \mathbb{R}^m$ 是输入向量,更新率为快速率,周期为 $T_i$ ;假设状态向量 $x(iT_o, k) \in \mathbb{R}^n$ 和输出向量 $y(iT_o, k) \in \mathbb{R}^p$ 都以慢速率采样且可测,周期为 $T_o$ ;  $T_o = T_i N$ ,  $0 \leq i \leq M$ ,  $M$ 和 $N$ 为正整数. $w(iT_i, k) \in \mathbb{R}^q$ 为状态端外部有界扰动; $\{A, B, C, D\}$ 是适当维数的系统矩阵;每个批次的初始状态相同,且满足 $x(0, k) = x_{0,k}$ .

对于控制输入 $u_j(iT_i, k)$  ( $j = 1, 2, \dots, m$ ),令 $u_j^F(iT_i, k)$ 表示执行器故障信号,故障模型如下<sup>[10]</sup>:

$$u_j^F(iT_i, k) = \Gamma_j u_j(iT_i, k), \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad (2)$$

其中

$$0 \leq \underline{\Gamma}_j \leq \Gamma_j \leq \bar{\Gamma}_j, \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad (3)$$

式中: $\Gamma_j$ 是未知标量,若 $\Gamma_j = 1$ ,则对应执行器正常情

形 $u_j^F = u_j$ ;若 $\Gamma_j = 0$ ,则为完全失效故障,例如执行器脱落损毁等情形;若 $\Gamma_j > 0$ ,则为部分失效故障,例如执行器结构浮松老化等情形.

同时,定义

$$\begin{cases} q = \text{diag}\{q_1, q_2, \dots, q_m\}, \\ q_0 = \text{diag}\{q_{10}, q_{20}, \dots, q_{m0}\}, \\ q_j = \frac{(\bar{\Gamma}_j + \underline{\Gamma}_j)}{2}, \quad q_{j0} = \frac{\bar{\Gamma}_j - \underline{\Gamma}_j}{\bar{\Gamma}_j + \underline{\Gamma}_j}, \end{cases} \quad (4)$$

则存在未知矩阵 $\Gamma_0$ ,使得

$$\Gamma = (I + \Gamma_0)q, \quad (5)$$

并且

$$|\Gamma_0| \leq q_0 \leq I, \quad (6)$$

其中:矩阵 $\Gamma_0 = \text{diag}\{\Gamma_{01}, \Gamma_{02}, \dots, \Gamma_{0m}\}$ ;  $|\Gamma_0| = \text{diag}\{|\Gamma_{01}|, |\Gamma_{02}|, \dots, |\Gamma_{0m}|\}$ ,  $\Gamma_{0j} = (\Gamma_j - q_j)/q_j$ .因此,执行器故障多采样率间歇过程可描述为

$$\begin{cases} x((i+1)T_i, k) = \\ Ax(iT_i, k) + B\Gamma u(iT_i, k) + Dw(iT_i, k), \\ y(iT_o, k) = Cx(iT_o, k). \end{cases} \quad (7)$$

根据提升技术<sup>[11]</sup>,定义 $N \times m$ 维扩展输入向量

$$\bar{u}(iT_o, k) = \begin{bmatrix} u(iT_o, k) \\ u(iT_o + T_i, k) \\ \vdots \\ u(iT_o + (N-1)T_i, k) \end{bmatrix}, \quad (8)$$

进而可以将多采样率故障间歇过程(7)转化为以 $T_o$ 为周期的慢速率采样线性提升模型

$$\begin{cases} x((i+1)T_o, k) = \\ A_1 x(iT_o, k) + B_1 \Gamma_1 \bar{u}(iT_o, k) + D_1 \bar{w}(iT_o, k), \\ y(iT_o, k) = C_1 x(iT_o, k), \end{cases} \quad (9)$$

其中:

$$\begin{aligned} A_1 &= A^N, \\ B_1 &= [A^{N-1}B \quad A^{N-2}B \quad \dots \quad AB \quad B], \\ C_1 &= C, \\ D_1 &= [A^{N-1}D \quad A^{N-2}D \quad \dots \quad AD \quad D], \\ \Gamma_1 &= \text{diag}\{\Gamma, \Gamma, \dots, \Gamma\}, \end{aligned}$$

且

$$\bar{w}(iT_o, k) = \begin{bmatrix} w(iT_o, k) \\ w(iT_o + T_i, k) \\ \vdots \\ w(iT_o + (N-1)T_i, k) \end{bmatrix}.$$

**2.2 二维提升模型(Two dimensional lifting model)**

针对提升系统(9), 设计以下迭代学习控制律:

$$\bar{u}(iT_o, k) = \bar{u}(iT_o, k - 1) + r(iT_o, k), \quad (10)$$

其中:  $\bar{u}(iT_o, 0)$ 是迭代控制的初值,  $r(iT_o, k)$ 为慢速率的迭代学习更新律. 迭代学习容错控制系统(9)的变量都是采样时间 $iT_o$ 和批次指标 $k$ 的函数, 因此迭代学习控制系统具有2D动态特性. 迭代学习容错控制的设计目标是构建更新律 $r(iT_o, k)$ , 使得输出 $y(iT_o, k)$ 在有限时间内尽可能跟踪上期望轨迹 $y_d(iT_o)$ . 进而定义系统的跟踪误差

$$e(iT_o, k) = y_d(iT_o) - y(iT_o, k). \quad (11)$$

为方便起见, 对于任意变量 $f$ (如 $x, w$ 等), 引入以下符号:

$$\Delta f(iT_o, k) = f(iT_o, k) - f(iT_o, k - 1), \quad (12)$$

则根据式(9)–(11)可得

$$\begin{aligned} \Delta x((i + 1)T_o, k) = \\ A_1 \Delta x(iT_o, k) + B_1 \Gamma_1 r(iT_o, k) + D_1 \Delta \bar{w}(iT_o, k), \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} e((i + 1)T_o, k) = \\ e((i + 1)T_o, k - 1) - C_1 \Delta x((i + 1)T_o, k) = \\ e((i + 1)T_o, k - 1) - C_1 A_1 \Delta x(iT_o, k) - \\ C_1 B_1 \Gamma_1 r(iT_o, k) - C_1 D_1 \Delta \bar{w}(iT_o, k). \end{aligned} \quad (14)$$

接下来, 根据式(13)–(14), 设计控制更新律

$$\begin{aligned} r(iT_o, k) = \\ K_1 \Delta x(iT_o, k) + K_2 e((i + 1)T_o, k - 1), \end{aligned} \quad (15)$$

其中 $K_1$ 和 $K_2$ 为适当维数的控制增益矩阵. 同时设 $x^h(iT_o, k) = \Delta x(iT_o, k)$ ,  $x^v(iT_o, k) = e((i + 1)T_o, k - 1)$ ,  $\theta(iT_o, k) = \Delta \bar{w}(iT_o, k)$ , 则可得以下2D闭环系统:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} x^h((i + 1)T_o, k) \\ x^v(iT_o, k + 1) \end{bmatrix} = \\ H \begin{bmatrix} x^h(iT_o, k) \\ x^v(iT_o, k) \end{bmatrix} + F \theta(iT_o, k), \\ z(iT_o, k) = G \begin{bmatrix} x^h(iT_o, k) \\ x^v(iT_o, k) \end{bmatrix}, \end{cases} \quad (16)$$

其中:

$$\begin{aligned} H = \begin{bmatrix} A_1 + B_1 \Gamma_1 K_1 & B_1 \Gamma_1 K_2 \\ -C_1 (A_1 + B_1 \Gamma_1 K_1) & I - C_1 B_1 \Gamma_1 K_2 \end{bmatrix}, \\ F = \begin{bmatrix} D_1 \\ -C_1 D_1 \end{bmatrix}, \quad G = [0 \quad I]. \end{aligned}$$

**定义 1** 针对故障闭环系统(16), 定义如下形式

的能量供给率函数<sup>[12]</sup>:

$$\begin{aligned} J(\theta, z, (N_1, N_2)) = \\ \langle z, Qz \rangle_{(N_1, N_2)} + 2 \langle z, S\theta \rangle_{(N_1, N_2)} + \langle \theta, R\theta \rangle_{(N_1, N_2)}, \end{aligned} \quad (17)$$

其中:  $\langle u, v \rangle_{(N_1, N_2)} = \sum_{i=0}^{N_1} \sum_{k=0}^{N_2} u^T(iT_o, k)v(iT_o, k)$ ,  $N_1$ 和 $N_2$ 为正整数,  $Q, S, R$ 为已知实数矩阵, 且 $Q$ 和 $R$ 是对称矩阵.

**定义 2** 对于给定的能量供给率函数(17), 如果对正整数 $N_1, N_2$ 和足够小的 $\alpha > 0$ , 有<sup>[13]</sup>

$$J(\theta, z, (N_1, N_2)) + \beta(0) \geq \alpha \langle \theta, R\theta \rangle_{(N_1, N_2)}, \quad (18)$$

则称闭环系统(16)严格 $(Q, S, R)$ 鲁棒耗散, 其中 $\beta(0) \geq 0$ .

**3 迭代学习容错控制器设计 (Design of iterative learning fault tolerant controller)**

**3.1 单调收敛性分析 (Monotonic convergence analysis)**

由于系统(16)是具有扰动的2D系统, 因此本文目标是一种合适的迭代学习容错控制器使得: i) 当 $\theta(t, k) = 0$ 时, 二维系统模型(16)沿时间方向和迭代方向容错且单调收敛; ii) 当 $\theta(t, k) \neq 0$ 时, 系统(16)具有 $(Q, S, R)$ 鲁棒耗散容错性能.

**引理 1** 假设 $W, L$ 和 $V$ 为给定适维矩阵, 且 $W$ 和 $V$ 为正定矩阵, 则 $L^T V L - W < 0$ 等价于<sup>[14]</sup>

$$\begin{bmatrix} -W & L^T \\ L & -V^{-1} \end{bmatrix} < 0 \quad (19)$$

或者

$$\begin{bmatrix} -V^{-1} & L \\ L^T & -W \end{bmatrix} < 0. \quad (20)$$

**引理 2** 给定的合适维数的矩阵 $\Phi = \Phi^T, X, Y$ 对任意满足 $\Delta^T \Delta \leq qI$ 的矩阵<sup>[15]</sup>

$$\Phi + X \Delta Y + Y^T \Delta^T X^T < 0 \quad (21)$$

成立的充分必要条件是: 存在 $\varepsilon > 0$ , 使得

$$\Phi + \varepsilon^2 X X^T + \varepsilon^{-2} Y^T Y < 0. \quad (22)$$

**定理 1** 当 $\theta(t, k) = 0$ , 如果存在正定对称矩阵 $M_1$ 和 $M_2$ , 以及适维矩阵 $L_1, L_2$ , 标量 $\varepsilon > 0$ , 使得如下线性矩阵不等式成立:

$$\Theta = \begin{bmatrix} \Theta_1 & * \\ \Theta_2 & \Theta_3 \end{bmatrix} < 0, \quad (23)$$

其中:

$$\kappa = A_1 M_1 + B_1 q L_1,$$

$$\Theta_1 = \begin{bmatrix} -M_1 & * & * \\ 0 & -M_2 & * \\ \kappa & B_1 q L_2 & -M_1 \end{bmatrix},$$

$$\Theta_2 = \begin{bmatrix} -C_1 \kappa & M_2 - C_1 B_1 q L_2 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon (q_0 B_1)^T \\ q L_1 & q L_2 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Theta_3 = \begin{bmatrix} -M_2 & * & * \\ -\varepsilon (q_0 C_1 B_1)^T & -\varepsilon I & * \\ 0 & 0 & -\varepsilon I \end{bmatrix},$$

则闭环2D系统(16)在可容许故障条件(6)和迭代学习控制律(10)作用下单调收敛,即系统的输出 $y(iT_o, k)$ 渐近跟踪上期望轨迹 $y_d(iT_o)$ ,此时迭代学习控制器更新律(15)的增益矩阵为

$$K_1 = L_1 M_1^{-1}, K_2 = L_2 M_2^{-1}. \quad (24)$$

**证** 首先构造李雅普诺夫泛函

$$V(iT_o, k) = V_h(iT_o, k) + V_v(iT_o, k), \quad (25)$$

其中:函数 $V_h(iT_o, k) = x^h(iT_o, k)^T P_1 x^h(iT_o, k)$ ,  $V_v(iT_o, k) = x^v(iT_o, k)^T P_2 x^v(iT_o, k)$ ,且 $P_1 > 0$ ,  $P_2 > 0$ ,  $P = \text{diag}\{P_1, P_2\}$ ,则

$$\begin{aligned} \Delta V(iT_o, k) &= \\ \Delta V_h(iT_o, k) + \Delta V_v(iT_o, k) &= \\ V_h((i+1)T_o, k) - V_h(iT_o, k) + \\ V_v(iT_o, k+1) - V_v(iT_o, k) &= \\ \begin{bmatrix} x^h(iT_o, k) \\ x^v(iT_o, k) \end{bmatrix}^T (H^T P H - P) \begin{bmatrix} x^h(iT_o, k) \\ x^v(iT_o, k) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (26)$$

若2D闭环系统(16)稳定,则存在 $P > 0$ ,使得

$$H^T P H - P < 0. \quad (27)$$

运用引理1的结论,同时令 $M_1 = P_1^{-1}$ ,  $M_2 = P_2^{-1}$ ,  $M = P^{-1}$ ,并在不等式(27)的左边矩阵前后乘以 $\text{diag}\{M, I\}$ ,即可得

$$\begin{bmatrix} -M_1 & * & * & * \\ 0 & -M_2 & * & * \\ \bar{\kappa} & B_1 \Gamma_1 L_2 & -M_1 & * \\ -C_1 \bar{\kappa} & M_2 - C_1 B_1 \Gamma_1 L_2 & 0 & -M_2 \end{bmatrix} < 0, \quad (28)$$

且 $\Gamma_1 = \text{diag}\{\Gamma, \Gamma, \dots, \Gamma\}$ ,  $\bar{\kappa} = A_l M_1 + B_1 \Gamma_1 L_1$ .

接下来,进一步将式(5)代入式(28),并根据引理2和故障性质 $|G_0| \leq q_0 \leq I$ ,最后直接可得定理1成立.

**注1** 结合式(8)并从定理1可以看出,迭代学习容错控制器 $\bar{u}(iT_o, k)$ 虽然是依据慢速率采样模型(16)得到,但是在快速率采样时刻 $iT_o + T_i, \dots, iT_o + (N-1)T$ 依然进行控制律更新.若在该快速率采样时刻控制律不更新,即采用单一

慢速率容错控制器依然可保证系统(16)的稳定性,但这样通常会影响到容错系统的动态性能.

### 3.2 耗散性能分析(Dissipative performance analysis)

**定理2** 当 $\theta(iT_o, k) \neq 0$ ,如果存在正定对称矩阵 $M_1$ 和 $M_2$ ,以及适维矩阵 $L_1, L_2$ ,标量 $\varepsilon > 0$ 和 $\alpha > 0$ ,使得如下线性矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} -M & * & * & * & * \\ -S^T G M & -R + \alpha I & * & * & * \\ Q_-^{1/2} G M & 0 & -I & * & * \\ T_1 & F & 0 & -M & * \\ q \bar{L} & 0 & 0 & \varepsilon T_2 & -\varepsilon I \end{bmatrix} < 0, \quad (29)$$

式中 $Q$ 为满足定义1的适维矩阵,满足分解条件 $(Q_-^{1/2})^T \cdot Q_-^{1/2} = -Q$ ,且

$$M = \text{diag}\{M_1, M_2\},$$

$$T_1 = \begin{bmatrix} A_1 M_1 + B_1 q L_1 & B_1 q L_2 \\ -C_1 (A_1 M_1 + B_1 q L_1) & M_2 - C_1 B_1 q L_2 \end{bmatrix},$$

$$T_2 = \begin{bmatrix} (q_0 B_1)^T - (q_0 C_1 B_1)^T \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \bar{L} = \begin{bmatrix} 0 \\ L \end{bmatrix},$$

$$L = [L_1 \quad L_2],$$

则闭环2D Rosser系统(16)在可容许执行器故障条件(6)和迭代学习控制器(10)的作用下稳定,且具有 $(Q, S, R)$ 鲁棒耗散性能,此时迭代学习容错控制器更新律(15)的增益矩阵 $K_1 = L_1 M_1^{-1}$ ,  $K_2 = L_2 M_2^{-1}$ .

**证** 当 $\theta(iT_o, k) \neq 0$ 时,根据系统(16)定义 $\xi(t, k) = \begin{bmatrix} x^h(t, k) \\ x^v(t, k) \end{bmatrix}$ ,进而构造如式(25)形式的李雅普诺夫泛函,可得

$$\Delta V(iT_o, k) = \begin{bmatrix} \xi(iT_o, k) \\ \theta(iT_o, k) \end{bmatrix}^T \Phi_1 \begin{bmatrix} \xi(iT_o, k) \\ \theta(iT_o, k) \end{bmatrix}, \quad (30)$$

其中

$$\Phi_1 = \begin{bmatrix} H^T P H - P & H^T P F \\ * & F^T P F \end{bmatrix}.$$

结合定义1,可得

$$\begin{aligned} \Delta V(iT_o, k) - J(\theta, z, (N_1, N_2)) &= \\ \begin{bmatrix} \xi(iT_o, k) \\ \theta(iT_o, k) \end{bmatrix}^T \Phi_2 \begin{bmatrix} \xi(iT_o, k) \\ \theta(iT_o, k) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (31)$$

其中

$$\Phi_2 = \begin{bmatrix} H^T P H - P - G^T Q G & H^T P F - G^T S \\ * & F^T P F - R + \alpha I \end{bmatrix}.$$

根据引理1, 可知 $\Phi_2 < 0$ 可进一步等价于

$$\begin{bmatrix} -P & * & * & * \\ -SG^T & -R + \alpha I & * & * \\ Q_-^{1/2}G^T & 0 & -I & * \\ H & F & 0 & -P^{-1} \end{bmatrix} < 0. \quad (32)$$

将式(32)的左边矩阵前后都乘以 $\text{diag}\{M, I, I, I\}$ , 其中 $P = \text{diag}\{P_1, P_2\}$ ,  $M = P^{-1}$ , 就可得到以下矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix} -M & * & * & * \\ -SG^T M & -R + \alpha I & * & * \\ Q_-^{1/2}G^T M & 0 & -I & * \\ HM & F & 0 & -M \end{bmatrix} < 0. \quad (33)$$

结合式(6), 不等式(33)可改写为如下形式:

$$\Pi + \chi\Gamma_0\Gamma + (\chi\Gamma_0\Gamma)^T < 0, \quad (34)$$

其中:

$$\begin{aligned} \chi &= [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ B_1^T \ -(C_1B_1)^T]^T, \\ \Gamma &= [qL_1 \ qL_2 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0], \quad \Pi = \begin{bmatrix} \Pi_1 & * \\ \Pi_2 & \Pi_3 \end{bmatrix}, \\ \Pi_1 &= \begin{bmatrix} -M_1 & * & * \\ 0 & -M_2 & * \\ 0 & -S^T M_2 & -R + \alpha I \end{bmatrix}, \\ \Pi_2 &= \begin{bmatrix} 0 & Q_-^{1/2}M_2 & 0 \\ \kappa & B_1qL_2 & D_1 \\ -C_1\kappa & M_2 - C_1B_1qL_2 & -C_1D_1 \end{bmatrix}, \\ \Pi_3 &= \begin{bmatrix} -I & * & * \\ 0 & -M_1 & * \\ 0 & 0 & -M_2 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

与定理1的证明过程类似, 可得式(29)成立.

对于正整数 $N_1, N_2$ , 闭环系统(16)经过 $N_1$ 次采样和 $N_2$ 次迭代后, 对系统能量函数(31)求和, 可得

$$\begin{aligned} &\sum_{t=0}^{N_1} \sum_{k=0}^{N_2} \Delta V(t, k) - J(\theta, z, (N_1, N_2)) + \\ &\sum_{t=0}^{N_1} \sum_{k=0}^{N_2} [\alpha\theta^T(t, k)\theta(t, k)] = \\ &\sum_{k=0}^{N_2} \{x^h(N_1 + 1, k)^T P_1 x^h(N_1 + 1, k) - \\ &x^h(0, k)^T P_1 x^h(0, k)\} + \\ &\sum_{t=0}^{N_1} \{x^v(t, N_2 + 1)^T P_2 x^v(t, N_2 + 1) - \\ &x^v(t, 0)^T P_2 x^v(t, 0)\} - J(\theta, z, (N_1, N_2)) + \\ &\sum_{t=0}^{N_1} \sum_{k=0}^{N_2} [\alpha\theta^T(t, k)\theta(t, k)] \leq 0. \quad (35) \end{aligned}$$

由系统的初始条件 $x(0, k) = x_{0,k}$ 可知

$$x^h(0, k)^T P_1 x^h(0, k) = 0,$$

则

$$\beta(0) = \sum_{t=0}^{N_1} \{x^v(t, 0)^T P_2 x^v(t, 0)\} \geq 0, \quad (36)$$

所以

$$J(\theta, z, \infty) + \beta(0) \geq \alpha \langle \theta(t, k), \theta(t, k) \rangle_\infty. \quad (37)$$

根据定义2可知, 闭环系统(16)是在可容许故障条件(6)下稳定的, 且有 $(Q, S, R)$ 鲁棒耗散性能.

#### 4 仿真结果(Simulation results)

为验证本文算法的有效性, 以文献[16]中注塑过程的注射速度控制为研究对象:

$$\begin{cases} x((i+1)T_i, k) = \\ \begin{bmatrix} 1.582 & -0.5916 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} x(iT_i, k) + \\ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(iT_i, k) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} w(iT_i, k), \\ y(iT_o, k) = [1.69 \ 1.419]x(iT_o, k). \end{cases} \quad (38)$$

系统快速率采样周期 $T_i = 0.01$  s, 取 $N = 2$ , 慢速率采样周期 $T_0 = NT = 0.02$  s,  $w(iT_i, k)$ 表示未知扰动. 系统的状态初始值条件为 $x(0, k) = [0 \ 0]^T$ ,  $u(0, k) = 0$ . 假设存在一个未知执行器故障 $\Gamma$ 满足 $0.6 \leq \underline{\Gamma} \leq \Gamma \leq \bar{\Gamma} = 1$ , 可得 $q = 0.8, q_0 = 0.25$ . 依据提升技术, 系统模型(9)中各矩阵分别为

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{bmatrix} 1.9111 & -0.9359 \\ 1.582 & -0.5916 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 1.582 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \\ C_1 &= [1.69 \ 1.419], \quad D_1 = \begin{bmatrix} 1.582 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

特别地, 当 $u(iT_o + T_i) = u(iT_o)$ 时, 模型(9)变为采样周期为 $T_o$ 的单率系统, 即

$$\begin{cases} x((i+1)T_o, k) = \\ A_s x(iT_o, k) + B_s \Gamma_1 \bar{u}(iT_o, k) + D_s \bar{w}(iT_o, k), \\ y(iT_o, k) = C_s x(iT_o, k), \end{cases} \quad (39)$$

其中:  $A_s = A_1, B_s = AB + B, C_s = C_1, D_s = D_1$ .

假设系统输出的期望设定值为

$$y_d(iT_o) = \begin{cases} \sin(0.5\pi iT_o), & 0 \leq i < 200, \\ 1, & 200 \leq i < 300, \\ 4 - 0.5iT_o, & 300 \leq i \leq 400. \end{cases} \quad (40)$$

为评价系统的跟踪性能, 引入均方根误差

$$H(k) = \sqrt{\frac{1}{400} \sum_{i=1}^{400} e^2(iT_o, k)}, \quad (41)$$

可见 $H(k)$ 越小, 表明批次 $k$ 的跟踪效果越好. 在所有

情景中, 假设故障都是从第15批次开始发生.

**情形1 定常故障和重复扰动.**

在该情形中, 假设执行器为常数故障  $\Gamma = 0.8$ ,  $w(iT_i, k) = 0.05 \sin(0.2i)$ , 因此

$$\Delta \bar{w}(iT_o, k) = 0, \theta(iT_o, k) = 0,$$

针对单率采样系统  $\{A_s, B_s, C_s, D_s\}$ , 用LMI工具箱求解定理1中的式(23)可得控制增益

$$K_1 = [-0.8526 \ 0.4336], K_2 = 0.0371. \quad (42)$$

对多速率采样系统  $\{A_1, B_1, C_1, D_1\}$ , 同样可求得控制器增益

$$K_1 = \begin{bmatrix} -1.4617 & 0.6234 \\ -0.2284 & 0.2114 \end{bmatrix}, K_2 = \begin{bmatrix} 0.2264 \\ -0.0637 \end{bmatrix}. \quad (43)$$

若将式(42)–(43)代入迭代学习控制更新律(15), 再根据式(8)可知, 由式(42)得到的控制器仅在慢速率采样时刻  $iT_o$  更新, 而由式(43)得到的控制器在每个采样时刻  $iT_o$  和  $iT_o + T_i$  依然进行控制律的更新, 从而可满足系统(1)中控制器的快速更新率要求.

此时的仿真结果如图1–3所示. 图1给出了单采样率控制和多采样率控制在批次15(开始发生故障)的均方根误差曲线; 图2和图3分别为单采样率控制器(42)下的输入和多采样率控制器(43)下的输入. 显然, 由于系统的外部扰动是重复的, 在故障发生前, 系统跟踪误差迅速收敛到稳定状态, 且跟踪性能在批次上不断提高; 故障发生后, 输出响应偏离设定值, 跟踪性能也有所下降, 然而跟踪性能在几个批次后能再次达到较理想的水平.

由图1可知, 与单采样率控制相比, 多采样率控制收敛时间更短, 但多采样率系统对故障的反应更灵敏, 这是由于多采样率控制系统扩充了系统控制输入变量, 增加了系统的有效输入个数, 结果使得系统能快速稳定下来, 也能迅速响应故障.

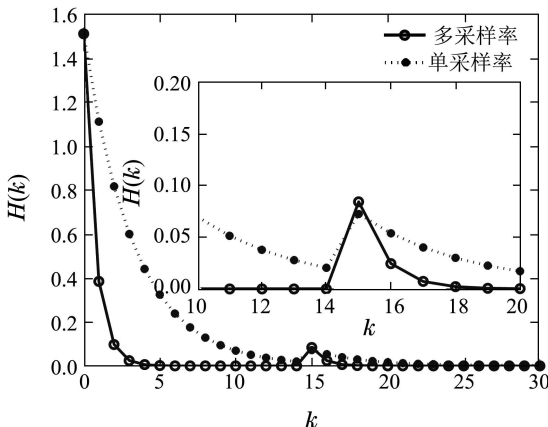


图1 情形1的均方误差轨迹

Fig. 1 The trajectories of mean square error in Case 1

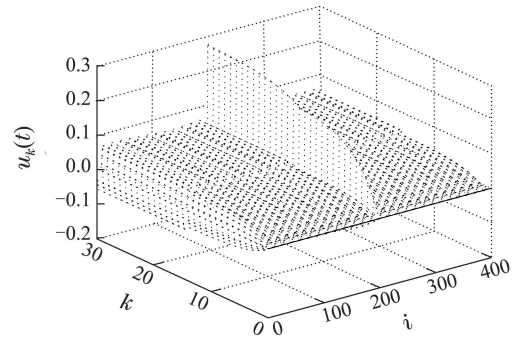


图2 情形1的单速率输入曲线

Fig. 2 The single-rate input curve in Case 1

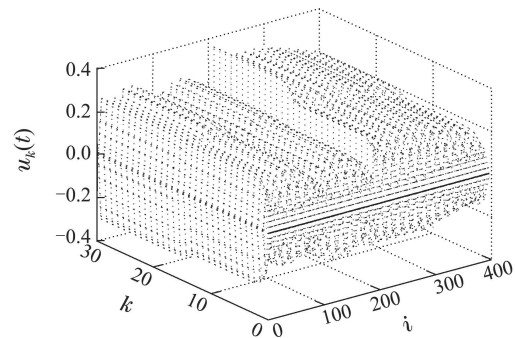


图3 情形1的多速率输入曲线

Fig. 3 The multi-rate input curve in Case 1

**情形2 时变故障和非重复扰动.**

该情形中, 假设执行器故障具有时变特性, 即  $\Gamma = 0.8 + 0.2 \sin(0.2i)$ , 由于外部扰动非重复  $w(iT_i, k) = 0.1 \sin(0.1k)$ , 因此可知  $\Delta \bar{w}(iT_o, k) \neq 0$ ,  $\theta(iT_o, k) \neq 0$ . 根据定理2, 若取  $Q = -\text{diag}\{0.1, 0.1\}$ ,  $S = [-0.0779 \ 0.0128]$ ,  $R = \text{diag}\{5, 2\}$ ,  $\alpha = 0.1$ , 可求得单速率采样控制器增益

$$K_1 = [-0.9264 \ 0.4521], K_2 = 0.0797. \quad (44)$$

多速率采样控制器增益:

$$K_1 = \begin{bmatrix} -1.3 & 0.5831 \\ -0.3836 & 0.2601 \end{bmatrix}, K_2 = \begin{bmatrix} 0.2089 \\ -0.0958 \end{bmatrix}. \quad (45)$$

仿真结果如图4–6所示.

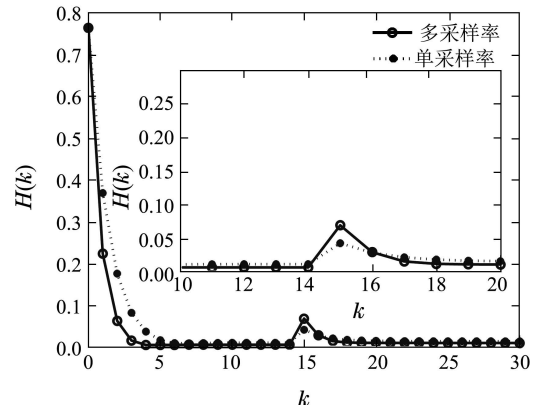


图4 情形2的均方误差轨迹

Fig. 4 The trajectories of mean square error in Case 2

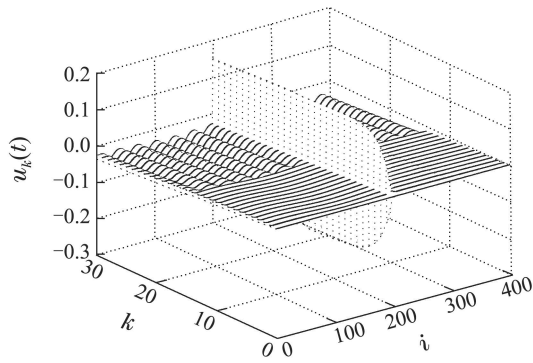


图5 情形2的单速率输入曲线

Fig. 5 The single-rate input curve in Case 2

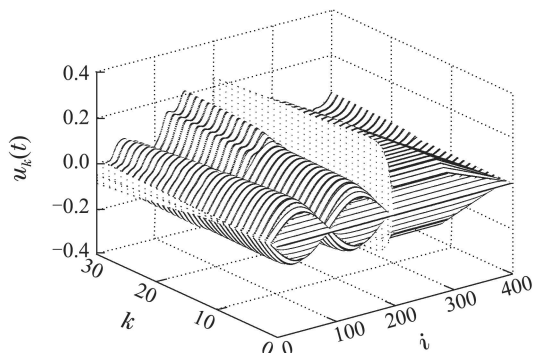


图6 情形2的多速率输入曲线

Fig. 6 The multi-rate input curve in Case 2

从这些图可以看出, 在时变故障和非重复扰动的情况下, 虽然控制输出响应和跟踪性能在一定程度上有所下降, 但能在时间方向和迭代方向上保证控制系统的鲁棒性和收敛性, 且多采样率控制性能更佳.

## 5 结语(Conclusions)

本文针对执行器故障的多采样率间歇过程, 提出了一种闭环鲁棒耗散迭代学习容错控制方案. 首先, 利用提升技术将多速率采样间歇过程描述成慢速率采样模型, 然后基于二维系统理论, 将其转换为二维Roesser系统模型, 再设计相应的批次容错控制器, 并通过线性矩阵不等式, 分析了系统的稳定性和鲁棒耗散性能的充分条件, 最后, 注塑过程的控制仿真结果表明了本文所提算法的有效性.

## 参考文献(References):

- [1] REKLAITIS G V, SUNOL A K. *Batch Processing System Engineering: Fundamentals and Applications for Chemical Engineering* [M]. Berlin, Germany: Computer and System Sciences, 1996.
- [2] CHEN C, XIONG Z H, ZHONG Y S. Design and analysis of integrated predictive iterative learning control for batch process based on two-dimensional system theory [J]. *Chinese Journal of Chemical Engineering*, 2014, 22(7): 762 – 768.

- [3] LIU T, GAO F R. Robust two-dimensional iterative learning control for batch processes with state delay and time-varying uncertainties [J]. *Chemical Engineering Science*, 2010, 65(23): 6134 – 6144.
- [4] WANG Y Q, ZHOU D H, GAO F R. Iterative learning reliable control of batch processes with sensor faults [J]. *Chemical Engineering Science*, 2008, 63(4): 1039 – 1051.
- [5] DING J, CICHY B, GALKOWSKI K, et al. Robust fault-tolerant iterative learning control for discrete systems via linear repetitive processes theory [J]. *International Journal of Automation and Computing*, 2015, 12(3): 254 – 265.
- [6] WANG L M, MO S H, ZHOU D H, et al. Robust delay dependent iterative learning fault-tolerant control for batch processes with state delay and actuator failures [J]. *Journal of Process Control*, 2012, 22(7): 1273 – 1287.
- [7] DING J, YANG S, WANG H G, et al. A modified stochastic gradient based parameter estimation algorithm for dual-rate sampled-data systems [J]. *Digital Signal Processing*, 2010, 20(4): 1238 – 1247.
- [8] HAN L L, DING F. Identification for multi-input systems using the multi-innovation identification theory [J]. *Computers and Mathematics with Applications*, 2009, 57(9): 1438 – 1449.
- [9] TIPPETT M J. Multi-rate dissipativity based control of process networks [J]. *Journal of Process Control*, 2014, 24(10): 1579 – 1595.
- [10] YU L. An LMI approach to reliable guaranteed cost control of discrete-time systems with actuator failure [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2005, 162(3): 1325 – 1331.
- [11] JIANG Yali, ZOU Yuanyuan, NIU Yugang. Explicit model predictive control for multi-rate piecewise linear systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2013, 39(5): 631 – 636.  
(蒋亚丽, 邹媛媛, 牛玉刚. 多速率分段线性系统预测控制的显示设计 [J]. *自动化学报*, 2013, 39(5): 631 – 636.)
- [12] DONG X Z. Robust strictly dissipative control for discrete singular systems [J]. *IET Control Theory and Applications*, 2007, 1(4): 1060 – 1067.
- [13] TAO Hongfeng, HU Shousong. Robust dissipative tolerant-control of Takagi-Sugeno fuzzy systems with actuator saturation [J]. *Control Theory & Applications*, 2010, 27(2): 205 – 210.  
(陶洪峰, 胡寿松. 执行器饱和T-S模糊系统的鲁棒耗散容错控制 [J]. *控制理论与应用*, 2010, 27(2): 205 – 210.)
- [14] BOYD S, GHAOUI L E, FERON E, et al. *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory* [M]. Philadelphia PA, Germany: Society for Industrial Mathematics, 1994.
- [15] XIE L H. Output feedback  $H_\infty$  control of systems with parameter uncertainty [J]. *International Journal of Control*, 1996, 63(4): 741 – 750.
- [16] SHI J, GAO F R, WU T J. Robust design of integrated feedback and iterative learning control of a batch process based on a 2D Roesser system [J]. *Journal of Process Control*, 2005, 15(8): 907 – 924.

## 作者简介:

**陶洪峰** (1979–), 男, 副教授, 博士, 目前研究方向为故障诊断与容错控制, E-mail: taohongfeng@hotmail.com;

**邹伟** (1989–), 男, 硕士研究生, 目前研究方向为迭代学习控制及应用, E-mail: zouwei14@163.com;

**杨慧中** (1955–), 女, 教授, 博士, 目前研究方向为过程控制与优化, E-mail: yhz\_jn@163.com.