

# 城市交通信号的迭代学习控制及其对路网宏观基本图的影响

闫飞, 田福礼, 史忠科<sup>†</sup>

(西北工业大学 自动化学院, 陕西 西安 710129)

**摘要:** 针对在城市交通信号控制中存在对交通流难以精确建模的问题, 首先利用交通流的重复性特点, 提出了一种基于迭代学习的城市交通信号控制方法, 并证明了在不确定初态下迭代学习控制算法的收敛性. 其次, 结合路网宏观基本图的特性分析了基于迭代学习的交通信号控制策略对路网交通态势的影响. 结果表明, 当迭代的初始状态在期望初态值的小范围内波动时, 系统的跟踪误差仍能收敛到一个界内; 通过对交通信号的迭代学习控制, 路段的实际占有率能够逐步逼近期望占有率, 从而使路网内的车辆密度分布更加均匀, 确保交通流在更优的宏观基本图下运行, 防止因车辆密度分布不均引起的通行效率下降及交通拥堵的发生. 最后, 通过仿真实验对所提方法的有效性进行了验证.

**关键词:** 迭代学习控制; 占有率; 交通信号控制; 收敛性分析; 宏观基本图

**中图分类号:** U491      **文献标识码:** A

## Iterative learning control for urban traffic signals and the impacts on macroscopic fundamental diagram of road networks

YAN Fei, TIAN Fu-li, SHI Zhong-ke<sup>†</sup>

(School of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an Shaanxi 710129, China)

**Abstract:** Aiming at the difficult problem of accurately modeling traffic flow in urban traffic signal control, an iterative learning control (ILC) approach for urban traffic signals is first presented by using the repeatability characteristics of traffic flow, and the convergence of the ILC algorithm with initial state uncertainty is proved by rigorous analysis. Then, the impacts of the iterative learning based traffic signal control strategy on the traffic conditions of road networks are analyzed by using the property of macroscopic fundamental diagram (MFD). The analysis results show that uniform bounds for the system tracking errors are obtained when the initial states of traffic flow fluctuate in small ranges. The actual space occupancies of each link in the network can gradually approximate the desired ones through iterative control of the traffic signals, which makes the vehicle density distribution in the network be more homogenous and ensures traffic flows run under a well defined MFD. Therefore, the traffic efficiency decline and traffic congestion caused by heterogeneous distribution of vehicle density are effectively prevented. Finally, the effectiveness of the proposed method is verified by simulation tests.

**Key words:** iterative learning control; occupancy; traffic signal control; convergence analysis; macroscopic fundamental diagram

### 1 引言(Introduction)

交通信号控制是城市交通管理的重要手段, 合理的信号配时对缓解城市交通拥堵、提高交通流在路网中的运行效率具有重要意义.

现有的城市交通信号控制策略大多是基于交通流模型来计算信号配时方案<sup>[1]</sup>. 由于现实中的交通流受驾驶员的驾驶习惯、出行时间及突发事件等因素的影响, 具有很强的随机性和不确定性. 因此, 对复杂的交通流动态特性进行精确的建模和辨识是极其困难的. 基于模型的城市交通信号控制策略的控制效果在很

大程度上依赖于所使用的交通流模型. 一方面, 复杂的交通流模型虽然能更细致的描述交通流的动态行为, 但随着控制路网规模的增大, 系统的在线计算量会大幅增长, 从而影响控制系统的实时性. 为此, 学者们提出了如离线设计反馈调节器<sup>[2]</sup>、简化交通流模型<sup>[3]</sup>、采用快速优化算法<sup>[4]</sup>等方法解决控制系统的实时性问题; 另一方面, 简单的交通流模型虽然能够在一定程度上减小系统的在线计算量, 但因其对交通流行为的描述过分简化, 难以准确反映交通流的实际动态特性, 从而无法达到预期的控制效果.

收稿日期: 2015-06-02; 录用日期: 2016-01-13.

<sup>†</sup>通信作者. E-mail: shizknwpu@126.com.

本文责任编辑: 胡跃明.

国家自然科学基金重点项目(61134004)资助.

Supported by Key Projects of National Natural Science Foundation of China (61134004).

为了解决上述问题,近年来有些学者提出了基于路网宏观基本图(macroscopic fundamental diagram, MFD)的城市交通流调控策略. 该类方法是利用路网的平均流量与交通流密度之间的关系,从宏观层面设计控制策略,从而避免了对交通流进行建模的难题. 文献[5]根据MFD的特性提出了控制路网两个子区的模型预测控制方法,文献[6]对该方法进行了详细分析并给出了稳定性证明;为提高交通流在整个路网中的流动性,以防发生交通拥堵,文献[7]提出了一种调节路网输入流量的反馈控制策略. 从宏观角度看,交通流还具有另一个重要特征,即重复运行特性,如每一天中交通流的运行都可以认为是从凌晨很小的交通量开始,在早上的7:00-9:00达到早高峰,然后趋于平缓,直至下午5:00-7:00出现晚高峰,而交通拥堵通常也发生在相同的时间和相同的地点<sup>[8]</sup>. 因此,应该充分利用交通流本质上具有的这种重复性特点对交通信号实施控制,使控制器在重复中不断“学习”以往的控制经验进而提高其控制性能.

针对运动过程具有重复性的被控对象, Arimoto于1984年提出了一种新的控制算法,即:迭代学习控制(iterative learning control, ILC). ILC是通过对被控系统进行控制尝试,以系统的实际输出与期望输出轨迹的偏差信号修正不理想的控制信号,从而产生一个新的控制信号,使系统的跟踪性能得以提高<sup>[9]</sup>. ILC能够以较简单的方式处理有重复运动性质的非线性动态、时变和未知系统的控制问题,且仅需要较少的先验知识和较少的计算量,因此得到了广泛应用. 在交通控制领域,文献[10]首次利用交通流的重复性将ILC应用于快速路匝道控制中. 为了提高控制系统的鲁棒性,文献[8, 11-12]相继提出了基于ILC和反馈控制相结合的交通流密度控制方法,并讨论了输入受限等特殊情况. 考虑现实中的交通流并非满足严格的重复性,文献[13]研究了模型参数和期望轨迹迭代变化时ILC在快速路交通流密度控制中的应用.

上述均是ILC在快速路交通控制中的应用研究. 目前,关于ILC在城市交叉口信号控制方面的应用研究并不多. 文献[14]在考虑交通流分配与交通信号控制关系的基础上,提出通过对交通信号的迭代学习控制使路网的交通流逐渐达到均衡状态. 该方法虽然采用ILC设计了交通信号控制律,但缺乏考虑交叉口信号各相位绿灯时间、信号周期等存在的实际约束条件. 文献[15]基于ILC理论提出了城市交叉口信号相位绿信比的迭代调整策略,该方法能够根据交叉口各进口道方向的交通需求动态调整相位绿信比,且无需给定迭代的期望轨迹. 文献[16]在文献[15]的基础上,提出了相邻交叉口信号相位差的迭代调整策略,通过迭代调整交叉口信号的开启时间以产生可能的“绿波带”,从而减少车辆的停车次数. 文献[17]将ILC应用

于多交叉口的交通网络信号控制,通过对交叉口信号的迭代学习控制使路段的平均占有率收敛于期望占有率,从而使绿灯时间得到充分利用并防止交通拥堵的发生. 文献[18]结合路网的宏观基本图,分析了交通信号的ILC策略对路网交通态势的影响. 上述研究在分析交通信号迭代学习控制律的收敛性时,均假设在迭代过程中能够满足重复的初始重置条件,而在实际交通中该假设不一定严格满足. 为此,本文在考虑交通流在迭代过程中存在初态误差的基础上,提出了带有初始状态不确定性的城市交通信号迭代学习控制方法,并对迭代学习控制算法的收敛性进行了证明. 最后,通过仿真实验对提出方法的有效性进行了验证,并分析了交通信号的迭代学习控制策略对路网MFD的影响.

本文的结构组织如下:第1节为引言;第2节为交通流模型;第3节是对所研究问题的描述;第4节提出了带有初始状态不确定性的城市交通信号迭代学习控制策略,并给出了收敛性证明和实验仿真结果;第5节分析了交通信号的迭代学习控制对路网MFD的影响;第6节是本文的结论.

## 2 交通流模型及状态空间表达(Traffic flow model and state space representation)

本文采用的交通流模型是由Gazis等人提出的“存储转发”(store-and-forward)模型<sup>[19]</sup>,该模型以路段为基本单元,采用一个周期内的平均流量计算驶离路段的车辆数,从而避免了因红绿灯转换引入二进制数给计算带来的复杂度增长问题. 因此,该模型在城市交通信号控制中得到了广泛应用<sup>[20]</sup>. 具体建模过程如下:

假设两个相邻的交叉口分别为 $j_1$ 和 $j_2$ ,连接两个交叉口的路段为 $z$ ,如图1所示.

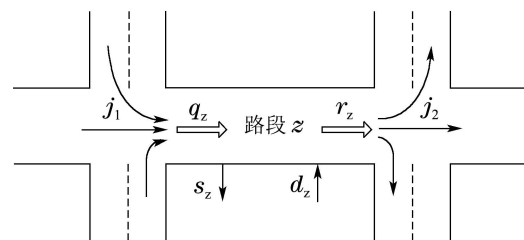


图1 路段交通流模型

Fig. 1 Link traffic flow model

图1中: $q_z$ 是上游路段的车辆经交叉口 $j_1$ 进入路段 $z$ 后形成的输入流量; $r_z$ 是车辆驶离路段 $z$ 经交叉口 $j_2$ 进入下游路段的输出流量; $s_z$ 和 $d_z$ 分别是由路段 $z$ 的中间出入口(如停车场等)驶出或驶入路段 $z$ 的车流量.

根据车辆数守恒原则,路段 $z$ 的车辆数 $n_z$ 满足如下关系:

$$n_z(k+1) = n_z(k) + \Delta T[q_z(k) - s_z(k) + d_z(k) - r_z(k)], \quad (1)$$

其中:  $\Delta T$ 为控制周期,  $k=0, 1, 2, \dots, K$ 为采样间隔.

路段 $z$ 的输入流量 $q_z(k)$ 为上游路段进入交叉口 $j_1$ 并驶入路段 $z$ 的车流量的总和, 即

$$q_z(k) = \sum_{w \in I_{j_1}} \tau_{w,z} r_w(k), \quad (2)$$

其中:  $I_{j_1}$ 为交通流驶入交叉口 $j_1$ 的路段集合;  $\tau_{w,z}$ 为交通流由路段 $w$ 进入路段 $z$ 的转向率.

假设 $G_z(k)$ 为路段 $z$ 总的有效绿灯时间, 则路段 $z$ 的输出流量 $r_z(k)$ 计算如下:

$$r_z(k) = (G_z(k)/T)S_z, \quad (3)$$

其中:  $G_z(k) = \sum_{i \in V_z} g_{j_2,i}(k)$ ,  $g_{j_2,i}(k)$ 表示交叉口 $j_2$ 第 $i$ 个相位的绿灯时长,  $V_z$ 为路段 $z$ 具有通行权的相位集合.  $S_z$ 为路段 $z$ 的饱和流量,  $T$ 为信号周期. 本文中, 假设各交叉口的信号周期相同, 且 $T = \Delta T$ .

根据信号周期的定义, 交叉口 $j$ 各相位的绿灯时间 $g_{j,i}$ 、损失时间 $L_j$ 和信号周期 $T$ 应满足

$$\sum_{i \in F_j} g_{j,i} + L_j = T, \quad (4)$$

其中 $F_j$ 为交叉口 $j$ 的相位集合.

同时, 各相位的绿灯时间 $g_{j,i}$ 还应满足如下约束:

$$g_{j,i}^{\min} \leq g_{j,i} \leq g_{j,i}^{\max}, \quad (5)$$

其中 $g_{j,i}^{\min}$ 和 $g_{j,i}^{\max}$ 分别为绿灯时间 $g_{j,i}$ 的最小值和最大值.

将式(2)–(3)代入式(1)中并整理可得到路段 $z$ 的状态方程如下:

$$\begin{aligned} n_z(k+1) = & n_z(k) + \Delta T \left[ \sum_{w \in I_{j_1}} \tau_{w,z} \frac{S_w}{T} \sum_{i \in V_w} g_{j_1,i}(k) - \right. \\ & \left. \frac{S_z}{T} \sum_{i \in V_z} g_{j_2,i}(k) + \xi_z(k) \right], \end{aligned} \quad (6)$$

其中 $\xi_z(k)$ 是由 $s_z(k)$ 和 $d_z(k)$ 生成的扰动项.

本文方法的目的是通过对交通信号实施控制, 使路段的占有率逐渐逼近期望占有率. 即为了避免发生交通拥堵, 通过对交通信号的迭代学习控制, 使路网内各条路段的车辆数趋于给定的期望值. 因此, 定义系统的输出量 $\mathbf{y}(k)$ 等于状态量 $\mathbf{x}(k)$ , 均为路段的车辆数. 控制量 $\mathbf{u}(k)$ 为各交叉口的相位绿灯时间. 即

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k) &= [n_1(k), n_2(k), \dots, n_N(k)]^T, \\ \mathbf{y}(k) &= [n_1(k), n_2(k), \dots, n_N(k)]^T, \\ \mathbf{u}(k) &= [g_1(k), g_2(k), \dots, g_N(k)]^T, \end{aligned}$$

其中:  $n_i(k)$ 表示第 $i$ 条路段的车辆数;  $g_i(k)$ 表示相位 $i$ 的绿灯时长;  $N$ 是路网中被控路段的总数. 根据上述定义对一个给定路网的全部受控路段列写状态方程(6), 可以得到路网的状空间方程如下:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = A\mathbf{x}(k) + B\mathbf{u}(k) + E\xi(k), \\ \mathbf{y}(k+1) = C\mathbf{x}(k+1), \end{cases} \quad (7)$$

其中:  $\mathbf{x}(k)$ 为状态向量;  $\mathbf{u}(k)$ 为控制向量;  $\mathbf{y}(k)$ 为输出向量;  $\xi(k)$ 为状态扰动向量. 由式(6)及上述定义可知状态矩阵 $A$ 和输出矩阵 $C$ 均为单位矩阵; 而输入矩阵 $B$ 的元素是由路网各交叉口的相位、周期、路段的饱和流量及转向率等因素确定. 其元素的列写规则如下: 以图2中的交叉口5为例, 车辆驶入交叉口5的有路段10和11, 因此定义状态向量 $\mathbf{x}_5 = [x_{10}, x_{11}]^T$ , 控制向量 $\mathbf{u}_5 = [u_{10}, u_{11}]^T$ , 则与交叉口5相关的矩阵 $B$ 中的元素为

$$\begin{aligned} B_{55} &= \Delta T \begin{bmatrix} -\frac{S_{10}}{T} & 0 \\ 0 & -\frac{S_{11}}{T} \end{bmatrix}, \\ B_{54} &= \Delta T \begin{bmatrix} \frac{S_8}{T} & \frac{S_9}{T} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ B_{51} &= \Delta T \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \tau_{1,11} \frac{S_1}{T} & \tau_{2,11} \frac{S_2}{T} & \tau_{3,11} \frac{S_3}{T} \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

其中:  $B_{55}$ 决定驶离路段 $\mathbf{x}_5$ 的车辆数; 而 $B_{51}$ ( $B_{54}$ )决定驶入路段 $\mathbf{x}_5$ 的车辆数. 按照上述方法可以依次写出其余交叉口对应输入矩阵 $B$ 中的元素进而确定出输入矩阵 $B$ .

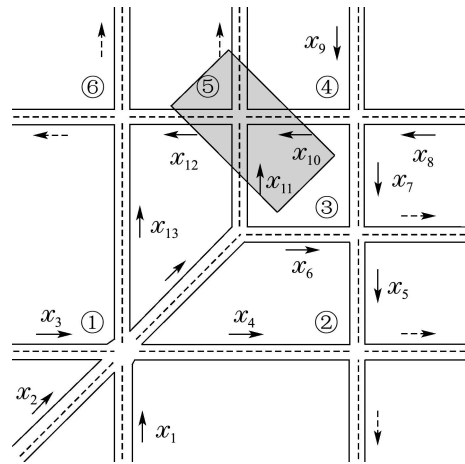


图 2 城市交通网络

Fig. 2 Urban traffic network

### 3 问题描述(Problem formulation)

#### 3.1 基本假设(Assumptions)

在迭代过程中, 虽然交通流的初始状态具有不确定性, 但是初始状态的变化通常是在一个很小的范围内波动. 因此对系统(7)给出如下假设:

**假设 1** 在迭代过程中, 迭代初始状态 $\mathbf{x}_n(0)$ 与期望的状态初值 $\mathbf{x}_d(0)$ 的变化量有界, 其界为 $b_{x_0}$ , 即

$$\|\mathbf{x}_d(0) - \mathbf{x}_n(0)\| \leq b_{x_0}, \quad \forall n, \quad (8)$$

其中 $n(=1, 2, \dots)$ 为迭代次数.

**假设2** 存在唯一的控制输入 $\mathbf{u}_d(k)$ 使得系统(7)的输出 $\mathbf{y}(k)$ 在有限的时间区间 $[0, K]$ 内完全跟踪上期望输出 $\mathbf{y}_d(k)$ .

**假设3** 对于系统(7), 矩阵 $CB$ 为满秩矩阵.

### 3.2 控制目标(Control objective)

控制目标是寻找合适的控制输入, 即各交叉路口的相位绿灯时长, 使各条路段的实际占有率在初始状态带有不确定性的情况下能够逼近给定的期望占有率, 使绿灯时间得到充分利用并防止交通拥堵的发生.

## 4 初态不确定的城市交通信号迭代学习控制及收敛性分析(Convergence analysis of the iterative learning based control algorithm with uncertain initial states for urban traffic signals)

为了便于分析, 先给出文中用到的 $\lambda$ 范数的定义:

$$\|\mathbf{h}(k)\|_\lambda = \sup_{k \in [0, K]} a^{-\lambda k} \|\mathbf{h}(k)\|,$$

其中 $\lambda > 0$ 且 $a > 1$ .

另外, 文中用到的 $\|\cdot\|$ 表示1-范数, 即, 对于 $s \times t$ 的矩阵 $M$ , 其元素记为 $m_{i,j}$ , 则有

$$\|M\| = \max_{1 \leq j \leq t} \sum_{i=1}^s |m_{i,j}|.$$

### 4.1 收敛性分析(Convergence analysis)

针对交通系统(7), 本文设计的城市交通信号迭代学习控制律如下:

$$\mathbf{u}_{n+1}(k) = \mathbf{u}_n(k) + \beta \mathbf{e}_n(k+1), \quad (9)$$

其中:  $\mathbf{e}_n(k) = \mathbf{y}_d(k) - \mathbf{y}_n(k)$ 为第 $n$ 次迭代时系统的跟踪误差;  $\beta$ 为迭代学习增益.

由于交叉口各个相位的绿灯时长受行人过街时间、信号周期等因素的影响, 因此必须在一定的范围内取值, 即控制输入 $\mathbf{u}_n(k)$ 需要满足约束(5)使得 $\mathbf{u}_n(k) \in [\mathbf{u}_{\min}(k), \mathbf{u}_{\max}(k)]$ . 为此需要考虑在输入受限迭代控制律(9)的收敛性. 即

$$\mathbf{u}_{n+1}(k) = \text{sat}[\mathbf{u}_n(k)] + \beta \mathbf{e}_n(k+1), \quad (10)$$

其中 $\text{sat}[\mathbf{u}_n(k)]$ 为控制输入 $\mathbf{u}_n(k)$ 的饱和函数, 即

$$\text{sat}[\mathbf{u}_n(k)] = \begin{cases} \mathbf{u}_n(k), & \mathbf{u}_{\min}(k) < \mathbf{u}_n(k) < \mathbf{u}_{\max}(k), \\ \mathbf{u}_{\max}(k), & \mathbf{u}_n(k) \geq \mathbf{u}_{\max}(k), \\ \mathbf{u}_{\min}(k), & \mathbf{u}_n(k) \leq \mathbf{u}_{\min}(k). \end{cases}$$

在分析迭代控制律(10)的收敛性之前, 先介绍一个重要的引理:

#### 引理1

$$\|\mathbf{u}_d(k) - \text{sat}[\mathbf{u}_n(k)]\| \leq \|\mathbf{u}_d(k) - \mathbf{u}_n(k)\|. \quad (11)$$

证明过程参见文献[8].

**定理1** 对满足假设1-3的交通系统(7), 若存在矩阵 $\beta$ , 且 $\|I - CB\beta\| < 1$ , 则在控制律(10)的作用下, 系统的跟踪误差在 $[0, K]$ 内收敛到一个界内, 即

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sup_{k \in [0, K]} \|\mathbf{e}_n(k)\|_\lambda \leq \frac{\delta b_{x_0}}{1 - \rho}. \quad (12)$$

**证** 与文献[8]和文献[12]类似, 系统的输出误差:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{n+1}(k) &= \\ & \mathbf{e}_n(k) - CA^k(\mathbf{x}_{n+1}(0) - \mathbf{x}_n(0)) - \\ & CB \sum_{j=0}^{k-1} A^{k-j-1} \{\text{sat}[\mathbf{u}_{n+1}(j)] - \mathbf{u}_{n+1}(j)\} - \\ & CB\beta \sum_{j=0}^{k-1} A^{k-j-1} \mathbf{e}_n(j+1) - \\ & CE \sum_{j=0}^{k-1} A^{k-j-1} [\boldsymbol{\xi}_{n+1}(j) - \boldsymbol{\xi}_n(j)], \end{aligned} \quad (13)$$

其中

$$\begin{aligned} CB\beta \sum_{j=0}^{k-1} A^{k-j-1} \mathbf{e}_n(j+1) &= \\ CB\beta \sum_{t=1}^k A^{k-t} \mathbf{e}_n(t) &= \\ CB\beta \left[ \sum_{t=0}^{k-1} A^{k-t} \mathbf{e}_n(t) + A^{k-k} \mathbf{e}_n(k) - A^k \mathbf{e}_n(0) \right] &= \\ CB\beta \mathbf{e}_n(k) + CB\beta \sum_{j=0}^{k-1} A^{k-j} \mathbf{e}_n(j) - \\ CB\beta A^k \mathbf{e}_n(0). \end{aligned} \quad (14)$$

整理式(13)和(14), 在两边同时取范数并由假设1, 得

$$\begin{aligned} \|\mathbf{e}_{n+1}(k)\| &\leq \\ \|(I - CB\beta)\| \|\mathbf{e}_n(k)\| &+ \\ \|CB\beta\| \sum_{j=0}^{k-1} \|A^{k-j}\| \|\mathbf{e}_n(j)\| &+ \\ \|CB\| \sum_{j=0}^{k-1} \|A^{k-j-1}\| \|\text{sat}[\mathbf{u}_{n+1}(j)] - \mathbf{u}_{n+1}(j)\| &+ \\ \|CE\| \sum_{j=0}^{k-1} \|A^{k-j-1}\| \|\boldsymbol{\xi}_{n+1}(j) - \boldsymbol{\xi}_n(j)\| &+ \\ \|C\| \|A^k\| b_{x_0} + \|CB\beta\| \|A^k\| \|\mathbf{e}_n(0)\|. \end{aligned} \quad (15)$$

由式(15)及引理1, 可得

$$\begin{aligned} \|\mathbf{e}_{n+1}(k)\| &\leq \\ \|(I - CB\beta)\| \|\mathbf{e}_n(k)\| &+ \kappa \|CB\beta\| \sum_{j=0}^{k-1} \|\mathbf{e}_n(j)\| + \\ 2\kappa \|CB\| \sum_{j=0}^{k-1} \|\mathbf{u}_d(j) - \mathbf{u}_{n+1}(j)\| &+ \\ \kappa \|CE\| \sum_{j=0}^{k-1} \|\boldsymbol{\xi}_{n+1}(j) - \boldsymbol{\xi}_n(j)\| &+ \delta b_{x_0}, \end{aligned} \quad (16)$$

其中:

$$\begin{aligned} \kappa &:= \max \{ \|A^{k-j}\|, k \in [0, K], j \in [0, K] \} = \\ &\max \{ \|A^{k-j-1}\|, k \in [0, K], j \in [0, K] \} = \\ &\max \{ \|A^k\|, k \in [0, K] \}, \end{aligned}$$

$$\delta = \kappa \|C\| (\|CB\beta\| + 2).$$

对式(16)两边取λ范数, 有

$$\begin{aligned} &\|e_{n+1}(k)\|_\lambda \leq \\ &\|(I - CB\beta)\| \|e_n(k)\|_\lambda + (\kappa \|CB\beta\| \|e_n(j)\|_\lambda + \\ &2\kappa \|CB\| \|u_d(j) - u_{n+1}(j)\|_\lambda + \\ &\kappa \|CE\| \|\xi_{n+1}(j) - \xi_n(j)\|_\lambda) \frac{a^{-\lambda}(1-a^{-\lambda k})}{1-a^{-\lambda}} + \delta b_{x_0}. \end{aligned} \quad (17)$$

由式(17)可知, 当  $\lambda \rightarrow \infty$  时, 有

$$\|e_{n+1}(k)\|_\lambda \leq \rho \|e_n(k)\|_\lambda + \delta b_{x_0}, \quad (18)$$

其中

$$\rho = \|I - CB\beta\|. \quad (19)$$

进一步由式(18)可得

$$\left( \|e_{n+1}(k)\|_\lambda - \frac{\delta b_{x_0}}{1-\rho} \right) \leq \rho \left( \|e_n(k)\|_\lambda - \frac{\delta b_{x_0}}{1-\rho} \right). \quad (20)$$

经过多次迭代, 可计算得出

$$\|e_n(k)\|_\lambda \leq \left( \|e_1(k)\|_\lambda - \frac{\delta b_{x_0}}{1-\rho} \right) \rho^{n-1} + \frac{\delta b_{x_0}}{1-\rho}. \quad (21)$$

因此, 当  $\|(I - CB\beta)\| < 1$  时, 有

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \|e_n(k)\|_\lambda \leq \frac{\delta b_{x_0}}{1-\rho}, \quad (22)$$

即

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sup_{k \in [0, K]} \|e_n(k)\|_\lambda \leq \frac{\delta b_{x_0}}{1-\rho}. \quad (23)$$

上述证明充分说明, 随着迭代次数的增加, 系统的跟踪误差将收敛到一个与变化量  $b_{x_0}$  有关的界内. 当迭代初态  $x_n(0)$  与期望的状态初值  $x_d(0)$  的变化量  $b_{x_0} \rightarrow 0$  时, 有

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sup_{k \in [0, K]} \|e_n(k)\| = 0. \quad (24)$$

此时, 系统的输出  $y_n(k)$  在时间区间  $[0, K]$  内能够完全跟踪期望输出  $y_d(k)$ .

由假设3可知, 如果矩阵  $CB$  为满秩矩阵, 根据迭代控制律的收敛条件  $\|I - CB\beta\| < 1$ , 迭代增益矩阵  $\beta$  的值可由下式计算得到:

$$\beta = \theta \cdot \text{inv}(CB), \quad (25)$$

其中:  $\theta$  为调节系数, 且满足  $0 < \theta < 1$ ;  $\text{inv}(\cdot)$  表示矩阵的逆.

由迭代控制律(10)计算得到的相位的绿灯时间没有考虑信号的周期约束, 即式(4). 为了使绿灯时间能

够满足信号的周期约束, 对由迭代控制律(10)计算得到的绿灯时间进行如下优化处理:

$$\begin{cases} \min \sum_{i \in F_j} (u_{j,i} - U_{j,i})^2, \\ \text{s.t.} \sum_{i \in F_j} U_{j,i} + L_j = T, \\ U_{j,i} \in [u_{j,i}^{\min}, u_{j,i}^{\max}], \forall i \in F_j, \end{cases} \quad (26)$$

式中:  $u_{j,i}$  为迭代学习控制器计算得到的绿灯时间;  $U_{j,i}$  为满足周期约束的绿灯时间.

#### 4.2 仿真分析(Simulation analysis)

为了验证本文提出的带有初态不确定性的城市交通信号迭代学习控制方法的有效性, 下面通过 MATLAB 和 VISSIM 软件搭建的集成控制仿真平台进行仿真研究. 其中, 测试路网使用文献[19]中的路网模型, 如图2所示. 该路网由13条路段、6个交叉口构成, 每条路段均为单向双车道. 不同路段间的转向率见文献[21]. 仿真参数设置如下: 信号周期为120 s; 交叉口1的损失时间为12 s, 其余交叉口的损失时间为8 s; 路段2的长度为650 m, 路段4和13的长度为1000 m, 其余路段的长度均为500 m; 调节系数  $\theta = 0.05$ ; 迭代增益矩阵  $\beta$  由式(25)计算得到; 车辆的平均长度为6.7 m; 仿真时间为1 h. 其他参数如交通构成、车速分布、驾驶员驾驶特性等参数均为缺省值; 根据 VISSIM 软件中路段饱和和流量的设置方法可知, 在上述参数取缺省值时单车道的饱和和流量值为2000 veh/h.

仿真如下两种交通情形:

**情形 1** 欠饱和状态;

**情形 2** 饱和状态.

路网各起始路段的输入流量随时间变化情况如表1所示.

表 1 路网的输入流量(veh/h)

Table 1 Inflows of the network (veh/h)

情形	时段/min	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_8$	$x_9$
情形1	0~20	600	1000	600	800	600
	20~40	1000	1400	1000	1200	1000
	40~60	800	1200	800	1000	800
情形2	0~20	1800	2200	1800	2000	1800
	20~40	2200	2800	2200	2400	2200
	40~60	2000	2600	2000	2200	2000

仿真两种控制方案: 1) 固定配时(fixed-time, FT). 其中, 各交叉口相位的绿灯时间由 Webster 优化程序计算得到[22]; 2) 迭代学习控制. 为了减小初始迭代误差, 仿真中将固定配时方案设为 ILC 的初始输入.

为了模拟交通流初始状态的不确定性, 仿真中先设路网各起始路段的输入流量为100 veh/h, 在不同随机种子下运行10 min, 以产生随机的初始状态. 根据路网的输入流量, 仿真中令两种情形下的期望占有率

分别为0.2和0.3. 不同控制策略的控制效果可以通过车辆在路网中运行的平均延误时间(s)、平均停车次数、平均速度(km/h)及驶离路网的车辆数等指标进行评价. 表2和3分别给出了第15次迭代时ILC与FT策略在两种情形下的仿真结果和对比情况.

表 2 仿真结果

Table 2 Simulation results

仿真情形	控制策略	延误时间/s	停车次数	平均速度/(km·h <sup>-1</sup> )	驶离车辆数
情形1	FT	74.26	4.17	28.45	4856
	ILC	63.47	3.74	29.87	4870
情形2	FT	198.76	28.58	19.21	6732
	ILC	164.82	24.29	20.73	6948

表 3 仿真结果对比(%)

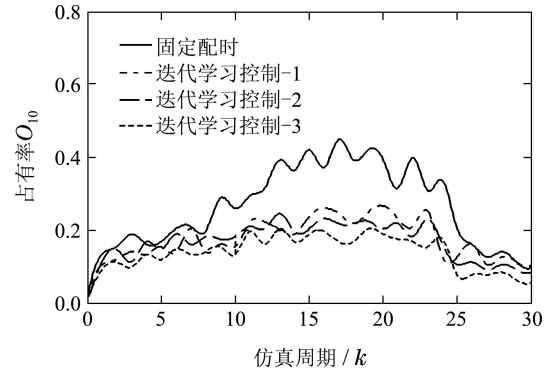
Table 3 Comparisons of the simulation results (%)

仿真情形	控制策略	延误时间	停车次数	平均速度	驶离车辆数
情形1	ILC vs. FT	-14.53	-10.31	4.99	0.29
情形2	ILC vs. FT	-17.08	-15.01	7.91	3.21

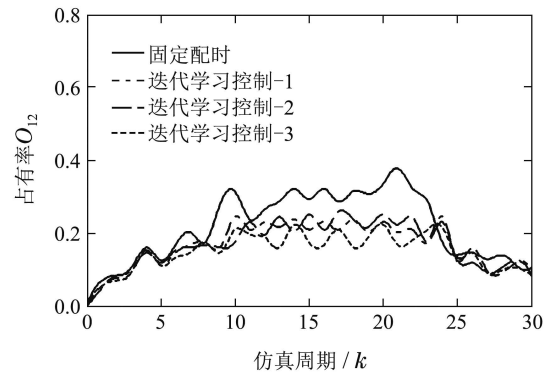
从表2和3的仿真结果和对比情况可以看出, ILC策略在经过15次迭代学习后的控制效果明显优于FT方案. 虽然FT方案是根据路网的输入流量经优化计算得到, 但因FT方案的实时性较差而无法对随机变化的交通状况进行有效控制. 相反, ILC策略能够利用交通流的重复性特征, 根据路段的实际占有率与期望占有率的偏差不断修正绿灯时长, 使各条路段的占有率逐渐逼近期望占有率, 进而使绿灯时间得到充分利用, 减少因车辆拥堵产生的延误和停车次数.

为了进一步说明在迭代初态不确定情况下ILC策略的控制效果, 下面给出在3种不同随机种子下ILC策略控制下路段10和12的占有率随仿真周期的变化情况.

图3(a)和3(b)分别为情形1下路段10和12的占有率变化曲线, 可以看出, 经过15次迭代后, ILC策略下路段10和12的最大占有率均在期望占有率附近波动, 但在前10个周期和后5个周期内路段的占有率不能逼近期望占有率, 其主要原因是由于在此期间路网的交通需求不足. 图4(a)和4(b)分别为情形2下路段10和12的占有率变化曲线, 可以看出, 在交通需求充足时, 尽管迭代的初始状态带有不确定性, 但经过15次迭代后路段10和12的占有率均能逼近期望占有率且在其附近小范围内波动. 而在FT方案下, 路段10和12的最大占有率分别增至0.55和0.52; 说明此时该路段出现了较严重的交通拥堵. 因此, 在饱和状态下, ILC控制器仍然能够使路段的占有率逐步逼近期望占有率, 从而避免路段发生拥堵.

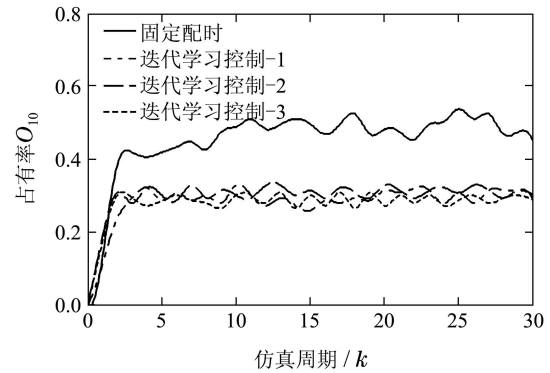


(a) 路段10

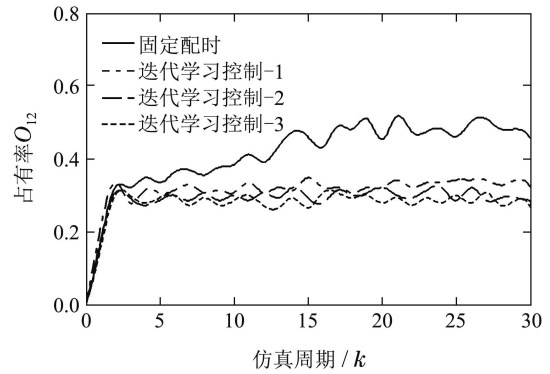


(b) 路段12

图 3 情形1下路段10和12的占有率变化情况  
Fig. 3 Occupancies of links 10 and 12 for Scenario 1



(a) 路段10



(b) 路段12

图 4 情形2下路段10和12的占有率变化情况  
Fig. 4 Occupancies of links 10 and 12 for Scenario 2

## 5 城市交通信号的迭代学习控制策略对路网宏观基本图的影响 (Impacts of the ILC based urban traffic signal control strategy on network MFD)

### 5.1 路网的宏观基本图(MFD of road networks)

MFD是道路网络的固有属性,反映了路网的总交通量与路网运行水平的关系,其不仅能够描述路网交通流量与道路占有率的关系,也能反映出路网内车辆数与驶离路网车辆数之间的关系,以及车辆行驶里程与运行时间之间的关系等.典型道路网络的MFD如图5所示.

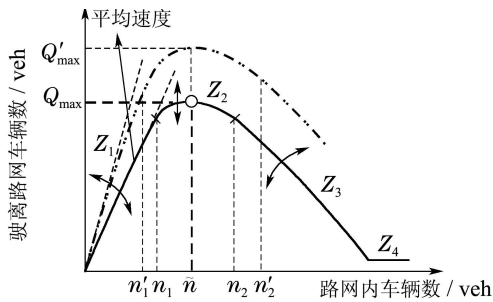


图 5 路网的宏观基本图

Fig. 5 Macroscopic fundamental diagram of road networks

图5中的MFD动态描述了驶离路网的车辆数 $Q$ 与路网内车辆数 $n$ 之间的关系.开始时,因路网内的车辆较少,因此驶离路网的车辆数也较小,即曲线 $Z_1$ 对应的区域;在该区域驶离路网的车辆数会随着路网内车辆数的增加而增加,同时车辆的平均速度缓慢下降,此时的交通流为自由流,即路网处于欠饱和状态;随着路网内车辆数的增加,驶离路网的车辆数进一步增大,当路网内的车辆数达到临界值 $\bar{n}$ 时,驶离路网的车辆数达到最大值 $Q_{max}$ ,此时路网处于饱和状态,即曲线 $Z_2$ 对应的区域.当路网内的车辆数继续增加时,驶离路网的车辆数和车辆的平均速度开始下降,路网进入 $Z_3$ 区域对应的过饱和状态,此时的交通需求已经大于路网的通行能力,路网开始出现拥堵.随着路网内车辆数的继续增大,驶离路网的车辆数急剧减小并最终进入 $Z_4$ 对应的区域,此时路网处于锁死状态,驶离路网的车辆数趋近于零.

文献[23]研究表明,路网内的车辆密度分布是影响MFD的关键因素,均匀的车辆密度(或占有率)分布能够使路网具有更高的通行能力,同时车辆具有更大的行驶速度.如图5中,在相同车辆数 $\bar{n}$ 下,若车辆密度分布更加均匀,则路网具有更大的车辆输出值 $Q'_{max}$ .而不同的交通信号控制策略对路网内的车辆密度分布具有重要影响,因此可以采取更加有效的信号控制方法对车辆密度分布进行控制进而改善路网的MFD.

### 5.2 交通信号的迭代学习控制策略对MFD的影响 (Impacts of iterative learning based traffic signal control strategy on MFD)

为了分析基于迭代学习的交通信号控制策略对路

网MFD的影响,在两种不同的交通需求下,每隔2 min采集一次数据,分别绘制路网的MFD,如图6-7所示.

图6为路网在情形1下两种控制策略对应的MFD.可以看出,两种控制策略下的MFD具有类似的形状,且均只有曲线的上升部分.此外,ILC策略下驶离路网的车辆数略高于FT方案,这一结果表明在情形1中两种控制策略下车辆在路网中的运行均为自由流,路网处于欠饱和状态,没有出现拥堵,且经优化得到的FT方案能够较好地实施控制,没有更大的改善空间.

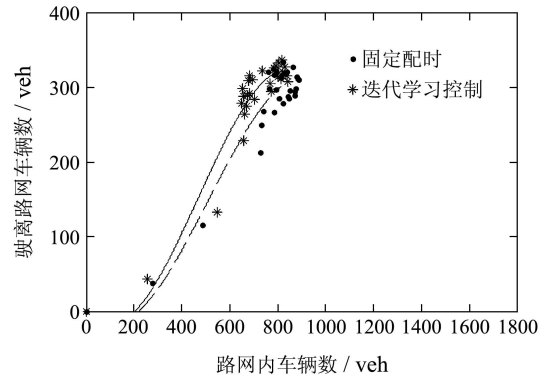


图 6 情形1下路网的宏观基本图

Fig. 6 MFD of road network for Scenario 1

图7为路网在情形2下两种控制策略对应的MFD.可以看出,在该情形下两种控制策略下的MFD形态差异较大.ILC策略下的数据点较集中,主要分布在欠饱和和饱和状态对应的区域;而FT方案下的数据点较分散,且分布在欠饱和、饱和和过饱和3个不同的区域.同时,ILC策略下MFD的最大值明显高于FT方案.这说明在当交通流量较大时,FT方案无法对随机变化的交通状况进行有效控制,使得路网内的车辆密度分布不均而引起局部路段发生拥堵,从而降低路网的通行能力;而基于ILC的信号控制策略能够根据系统的输出误差不断修正绿灯时间,使路段占有率逐步逼近期望占有率,从而使车辆密度得到更加均匀分布,进一步提高路网的通行能力,防止交通拥堵的发生.

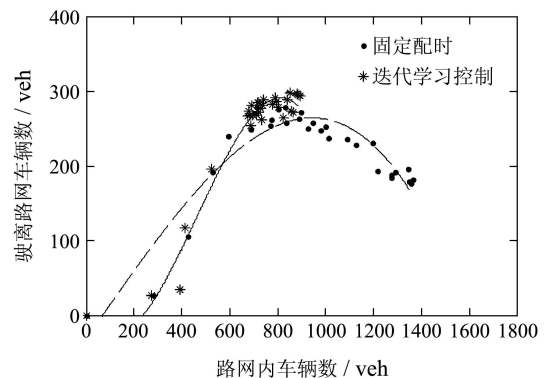


图 7 情形2下路网的宏观基本图

Fig. 7 MFD of road network for Scenario 2

## 6 结论(Conclusions)

本文利用交通流的周期性特征,提出了一种基于迭代学习的城市交通信号控制方法.该方法的优点在于不需要建立系统精确的数学模型,直接利用迭代控制律计算绿灯时间,设计简单,计算量小,易于实现.考虑交通流在迭代过程中存在的初始状态不确定性,对带有初态误差的迭代学习控制算法的收敛性进行了证明.此外,进一步分析了基于迭代学习的城市交通信号控制策略对路网宏观基本图的影响.研究结果表明,通过对交通信号的迭代学习控制,路段的实际占有率能够逐步逼近期望占有率,从而减少因车辆拥堵产生的延误和停车次数,提高交通流在路网中的运行效率,并使得路网内的车辆密度分布更加均匀,确保交通流在更优的基本图下运行.

## 参考文献(References):

- [1] QI Chi, HOU Zhongsheng, JIA Yan. Optimal signal timing strategy based on the equilibrium of queue length [J]. *Control and Decision*, 2012, 27(8): 1191 – 1194.  
(齐驰, 侯忠生, 贾琰. 基于排队长度均衡的交叉口信号配时优化策略 [J]. *控制与决策*, 2012, 27(8): 1191 – 1194.)
- [2] DIAKAKI C, DINOPOULOU V, ABOUDOLAS K, et al. Extensions and new applications of the traffic-responsive urban control strategy: coordinated signal control for urban networks [J]. *Transportation Research Record*, 2003, 1856(1856): 202 – 211.
- [3] LIN S, DE SCHUTTER B, XI Y, et al. Efficient network-wide model-based predictive control for urban traffic networks [J]. *Transportation Research, Part C*, 2012, 24(9): 122 – 140.
- [4] LIN S, DE SCHUTTER B, XI Y, et al. Fast model predictive control for urban road networks via MILP [J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2011, 12(3): 846 – 856.
- [5] GEROLIMINIS N, HADDAD J, RAMEZANI M. Optimal perimeter control for two urban regions with macroscopic fundamental diagrams: a model predictive approach [J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2013, 14(1): 348 – 359.
- [6] HADDAD J, GEROLIMINIS N. On the stability of traffic perimeter control in two-region urban cities [J]. *Transportation Research Part B*, 2012, 46(9): 1159 – 1176.
- [7] EKBATANI M K, KOUVELAS A, PAPAMICHAIL I, et al. Congestion control in urban networks via feedback gating [J]. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 2012, 48(17): 1599 – 1610.
- [8] HOU Z S, XU J X, YAN J W. An iterative learning approach for density control of freeway traffic flow via ramp metering [J]. *Transportation Research Part C*, 2008, 16(1): 71 – 97.
- [9] SUN Mingxuan, HUANG Baojian. *Iterative Learning Control* [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1999.  
(孙明轩, 黄宝健. 迭代学习控制 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1999.)
- [10] HOU Z S, XU J X. Freeway traffic density control using iterative learning control approach [C] // *The IEEE 6th International Conference on Intelligent Transportation Systems*. Shanghai: IEEE, 2003: 12 – 15.
- [11] YAN Jingwen, HOU Zhongsheng. Convergence analysis of learning-enhanced PID control system [J]. *Control Theory & Applications*, 2010, 27(6): 761 – 768.  
(晏静文, 侯忠生. 学习增强型PID控制系统的收敛性分析 [J]. *控制理论与应用*, 2010, 27(6): 761 – 768.)
- [12] HOU Z S, XU X, YAN J W, et al. A complementary modularized ramp metering approach based on iterative learning control and A-LINEA [J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2011, 12(4): 1305 – 1318.
- [13] HOU Z S, YAN J W, XU J X, et al. Modified iterative-learning-control-based ramp metering strategies for freeway traffic control with iteration-dependent factors [J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2012, 13(2): 606 – 618.
- [14] HUANG W, VITI F, TAMPERE C M J. An iterative learning approach for signal control in urban traffic networks [C] // *Proceedings of the 16th International IEEE Annual Conference on Intelligent Transportation Systems*. Hague: IEEE, 2013: 468 – 473.
- [15] WANG Y, WANG D W, XIAO N, et al. Iterative tuning strategy for setting phase splits in traffic signal control [C] // *Proceedings of the 17th IEEE International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC)*. Qingdao: IEEE, 2014: 2453 – 2458.
- [16] WANG Y, WANG D W, JIN S T, et al. Iterative tuning strategy for setting two-way offset by using histogram of traffic flows in traffic signal control [C] // *Proceedings of the 18th IEEE International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC)*. Las Palmas: IEEE, 2015: 2418 – 2423.
- [17] YAN Fei, TIAN Fuli, SHI Zhongke. Iterative learning control strategy for traffic signal of urban area [J]. *Control and Decision*, 2015, 30(8): 1411 – 1416.  
(闫飞, 田福礼, 史忠科. 城市区域交通信号迭代学习控制策略 [J]. *控制与决策*, 2015, 30(8): 1411 – 1416.)
- [18] YAN F, TIAN F L, SHI Z K. Iterative learning control approach for signaling split in urban traffic networks with macroscopic fundamental diagrams [J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2015, 2015(7): 1–12.
- [19] GAZIS D C, POTTS R B. The oversaturated intersection [C] // *Proceedings of the 2nd International Symposium on the Theory of Road Traffic Flow*. Paris: Organization for Economic Cooperation and Development, 1965: 221 – 237.
- [20] ABOUDOLAS K, PAPAGEORGIOU M, KOUVELAS A, et al. A rolling-horizon quadratic-programming approach to the signal control problem in large-scale congested urban road networks [J]. *Transportation Research Part C*, 2010, 18(5): 680 – 694.
- [21] OLIVEIRA L B D, CAMPONOGARA E. Multi-agent model predictive control of signaling split in urban traffic networks [J]. *Transportation Research Part C*, 2010, 18(1): 120 – 139.
- [22] WEBSTER F V. *Traffic signal settings* [Z]. London: Road Research Laboratory, 1958.
- [23] MAZLOUMIAN A, GEROLIMINIS N, HELBING D. The spatial variability of vehicle densities as determinant of urban network capacity [J]. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 2010, 368(1928): 4627 – 4647.

## 作者简介:

闫飞 (1983–), 男, 博士研究生, 主要研究方向为迭代学习控制、城市交通信号控制, E-mail: yanfei140222@163.com;

田福礼 (1962–), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为交通控制、智能交通系统, E-mail: lft0918@163.com;

史忠科 (1956–), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为飞行控制、交通检测及智能交通系统, E-mail: shizknwpu@126.com.