

## 非仿射系统的自学习滑模抗扰控制

曾喆昭<sup>†</sup>, 吴亮东, 杨振源, 唐欢

(长沙理工大学 电气与信息工程学院, 湖南 长沙 410076)

**摘要:** 针对一类单输入单输出(single-input single-output, SISO)非仿射非线性系统的控制问题, 提出了一种自学习滑模抗扰控制方法. 该方法用非线性光滑函数设计扩张状态观测器, 实现SISO非仿射非线性系统内部不确定性和外部扰动的扩张状态估计, 并将扩张状态观测器(extended state observer, ESO)与自学习滑模控制技术融为一体, 实现SISO非仿射非线性系统的自学习滑模抗扰控制. 该方法不依赖受控对象的数学模型, 可以快速跟踪任意给定的参考信号. 数值仿真试验表明了该方法响应速度快、控制精度高, 具有很强的抗扰能力, 因而是一种鲁棒稳定性很强的控制方法, 在SISO非仿射非线性系统控制领域具有重要作用.

**关键词:** 非仿射非线性系统; 滑模控制; 自抗扰控制; 自学习控制; 非线性扩张状态观测器

中图分类号: TP13 文献标识码: A

## Self-learning sliding-mode disturbance rejection control for non-affine systems

ZENG Zhe-zhao<sup>†</sup>, WU Liang-dong, YANG Zhen-yuan, TANG Huan

(College of Electric and Information Engineering, Changsha University of Science and Technology, Changsha Hunan 410076, China)

**Abstract:** Disturbance rejection control (DRC) method with self-learning sliding mode (SLSM) is proposed for a class of single-input single-output (SISO) non-affine nonlinear systems (NANS). The proposed method realizes the extended state estimation of internal parameters perturbation and external disturbances of the NANS based on extended state observer (ESO) designed by nonlinear smooth function. Sliding mode disturbance rejection control (SMDRC) for SISO NANS with uncertainties and disturbance is realized by the technology based on the ESO combined with auto-learning sliding mode control (ALSMC). The method is not dependent on the mathematical model of the controlled plants, and can fast track any given reference signal. Numerical simulation results show that the proposed method not only has fast response, high control precision, but also has strong disturbance-rejection ability for the non-affine nonlinear systems with internal and external disturbance. So the proposed control method will play an important role in control field of the SISO NANS because of its strong robust stability.

**Key words:** non-affine nonlinear systems (NANS); sliding mode control (SMC); auto-disturbance rejection (ADR); self-learning control (SLC); nonlinear extended state observer (LNESO)

### 1 引言(Introduction)

近年来, 国内外学者对非仿射型系统的控制问题引起了极大关注, 并获得了大量的研究成果<sup>[1-6]</sup>. 这些研究方法的主要思想是<sup>[7]</sup>: 1) 基于隐函数定理或中值定理或泰勒级数定理证明存在理想的控制器能够镇定该类系统; 2) 利用逼近定理构建理想的控制器, 然后利用Lyapunov方法进行稳定性分析. 然而, 这些方法不仅需要建立模糊与神经网络逼近器, 而且还涉及对虚拟控制的求导, 随着输入维数的增加, 该类问题的控制器设计会显得非常复杂. 为此, 文献[7]采用韩京清研究员提出的自抗扰控制技术<sup>[8-9]</sup>(auto-disturb-

ance rejection control, ADRC)对一类非仿射系统进行了研究. 该方法的主要思想是: 根据微分同胚变换和自抗扰思想, 首先将仿射系统转化为含有未知非线性和未知控制增益的仿射形式, 然后研究了基于扩展状态自适应观测器的自抗扰控制, 在不需要知道所有状态信息的条件下, 解决了在外部干扰情况下非仿射系统的控制问题. 仿真结果表明了该设计方法对系统内部不确定性和外部扰动具有很好的抑制能力. 然而, 该方法仍然存在一些局限性: 1) 设计复杂、计算量大、不便于实际应用; 2) 控制器参数凭经验给定, 缺乏理论依据, 没有通用性; 3) 控制信号幅值过大, 特别是

收稿日期: 2015-07-22; 录用日期: 2016-04-15.

<sup>†</sup>通信作者. E-mail: 508984293@qq.com.

本文责任编辑: 武玉强.

国家自然科学基金项目(61040049), 电子科学与技术湖南省重点学科和智能电网运行与控制湖南省重点实验室项目资助.

Supported by National Natural Science Foundation of China (61040049) and Key Discipline of Electronic Science and Technology in Hunan Province and Key Laboratory of Smart Grids Operation and Control in Hunan Province.

暂态控制信号幅值高达数千伏, 容易损坏器件. 显然, 为了有效提高非仿射非线性系统的控制性能, 还有待进一步研究新的理论方法.

考虑到滑模控制(sliding mode control, SMC)不仅对模型精度要求不高, 而且对参数摄动、外部扰动具有强鲁棒性等优点而日益成为国内外学者们研究的热点<sup>[10-14]</sup>. 然而, 高频抖振现象仍是制约其应用的主要因素. 目前, 解决滑模控制高频抖振问题的主要手段有高阶滑模控制<sup>[15-18]</sup>和非奇异终端滑模控制<sup>[19-20]</sup>. 文献[21]利用传统幂次趋近律与指数趋近律的线性组合提出一种快速幂次趋近律, 解决了传统幂次趋近律存在的问题; 文献[22]提出了一种双幂次趋近律用以实现机器人控制中状态快速收敛问题; 文献[23]对双幂次趋近律特性进行分析并提出解决系统有界不确定扰动影响的方案; 然而现有的滑模控制律还存在下列问题:

1) 高阶滑模控制尽管抑制抖振效果显著, 但往往不适用于一阶系统;

2) 非奇异终端滑模控制能够有效抑制系统控制量的抖振, 而且能够在有限时间内使系统状态收敛于平衡点, 但如果考虑趋近滑动模态的能力, 即便快速终端滑模控制在靠近滑动模态的空间位置时, 其趋近速度相对于指数趋近率也非常慢, 所以非奇异终端滑模的无抖振是以控制性能的降低为代价的;

3) 等速趋近律的趋近速度很慢, 而且趋近速度单一;

4) 指数趋近律是在等速趋近律基础上增加一指数项, 虽然趋近速度快, 但在接近滑动模态时系统抖振较大;

5) 幂次趋近律采用幂次项技术使得系统接近滑动模态时趋近速度放缓, 有利于削弱抖振, 不足之处是在状态远离滑动模态的趋近阶段存在速度过小, 运动时间过长的问题.

6) 快速幂次趋近律和双幂次趋近律能够实现快速收敛问题, 但没有解决受扰时控制作用的抖振问题.

7) sat或fal函数仍然与符号函数有关, 当 $|e| > \delta$ 时, 因sat或fal函数的切换作用不可避免产生高频抖振现象.

由于SMC的强抗扰性是通过增大切换增益来实现的, 而滑模切换增益的增大会增强滑模固有的抖振现象, 降低了系统的控制性能.

综上所述, 现有滑模控制高频抖振的幅度可以采用多种方法削弱, 但却无法完全消除, 如果完全消除了高频抖振也就完全消除了滑模变结构控制的抗扰动能力. 很显然, 在完全消除高频抖振的情况下, 如何保证滑模控制系统强的抗扰动性能和鲁棒稳定性是一个挑战性的课题.

前期研究发现: 到目前为止, 有关增益参数自学习的滑模控制方法还未见报道, 为此, 本文围绕增益参

数自学习的滑模控制原理进行了理论研究, 并结合扩张状态观测器技术以实现非仿射非线性系统的控制. 仿真结果表明了本文控制方法不仅具有响应速度快、控制精度高、抗扰动能力强的特点, 而且完全消除了现有滑模控制方法普遍存在的高频抖振现象, 因而是一种鲁棒稳定性强的控制方法.

## 2 一类非线性光滑函数(A class of nonlinear smooth functions)

### 2.1 非线性光滑函数 $g(x, \sigma)$ (Nonlinear smooth function $g(x, \sigma)$ )

根据“小误差大增益, 大误差小增益”的工程特性思想, 系统分析了非线性组合幂次函数fal<sup>[8-9]</sup>的内在机理, 研究了一类非线性光滑函数 $g(x, \sigma)$ , 在扩张状态观测器的设计中, 使用 $g(x, \sigma)$ 替代函数fal( $x, \alpha, \delta$ ), 不仅可以完全消除抖振现象, 而且有利于提高状态观测精度. 非线性光滑函数定义如下:

$$g(x, \sigma) = \frac{x}{\sigma^2} (\exp(-x^2/2\sigma^2)). \quad (1)$$

由于因子 $\sigma > 0$ 具有大误差免疫功能, 因此也称非线性光滑函数 $g(x, \sigma)$ 为免疫函数, 该免疫函数具有如下性质:

1)  $g(0, \sigma) = 0, g(\pm\infty, \sigma) = 0$ ;

2) 当 $x = -\sigma$ 时,  $g(x, \sigma)$ 取得极小值:  $g(-\sigma, \sigma) = -1/(\sigma\sqrt{e})$ ;

3) 当 $x = \sigma$ 时,  $g(x, \sigma)$ 取得极大值:  $g(\sigma, \sigma) = 1/(\sigma\sqrt{e})$ , 其中 $e$ 为自然对数的底.

### 2.2 非线性光滑函数 $f(x, \sigma)$ (Nonlinear smooth function $f(x, \sigma)$ )

仿照Sigmoid函数模型, 另一个非线性光滑函数 $f(x, \sigma)$ 定义如下:

$$f(x, \sigma) = [1 - \exp(-x/\delta)]/[1 + \exp(-x/\delta)]. \quad (2)$$

该非线性光滑函数具有性质:  $f(0, \sigma) = 0; g(-\infty, \sigma) = -1; g(+\infty, \sigma) = 1$ .

显然, 将 $g(x, \sigma)$ 和 $f(x, \sigma)$ 两个非线性光滑函数合理应用于扩张状态观测器和滑模趋近律的设计, 将会起到期望的状态观测效果和控制效果.

## 3 SISO非仿射非线性系统的自学习滑模控制器(SISO non-affine nonlinear system self-learning sliding mode controller)

### 3.1 非仿射非线性系统模型(Non affine nonlinear system model)

为了便于分析, 以二阶SISO非仿射非线性系统为例, 考虑外部扰动的二阶SISO非仿射非线性系统模型为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2), \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2, u) + d, \\ y = x_1, \end{cases} \quad (3)$$

其中:  $x_1, x_2$  是系统的状态变量,  $u \in \mathbb{R}$  是控制输入,  $d$  是外部有界扰动, 即  $|d| \leq D$ ;  $f_1(x_1, x_2)$  和  $f_2(x_1, x_2, u)$  是未知非线性函数. 设  $y_1 = x_1, y_2 = f_1(x_1, x_2)$ , 由系统(3)则有

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2, \\ \dot{y}_2 = y_3 + b_0 u, \\ y = y_1, \end{cases} \quad (4)$$

其中  $y_3 = y_2 \frac{\partial f_1}{\partial x_1} + (f_2 + d) \frac{\partial f_1}{\partial x_2} - b_0 u$ .

显然  $y_3$  具有内部不确定性和外部扰动, 如果将  $y_3$  看作扩张状态, 则系统(4)可以扩张为三阶线性不确定系统:

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2, \\ \dot{y}_2 = y_3 + b_0 u, \\ \dot{y}_3 = w, \\ y = y_1. \end{cases} \quad (5)$$

由于不确定线性系统(4)是非仿射非线性系统(3)的等价变换, 因此, 对系统(4)的控制等价于对系统(3)的控制. 针对SISO非仿射非线性受控系统(3), 下面结合扩张系统(5)、扩张状态观测器(extended state observer, ESO)以及自学习滑模控制技术进行控制器设计, 以实现SISO非仿射非线性系统(3)的控制.

### 3.2 基于非线性光滑函数的滑模控制器(Sliding mode controller based on nonlinear smooth function)

设参考跟踪信号为  $r(t)$ 、受控系统输出为  $y(t)$ , 则跟踪误差为  $e = r - y$ . 设滑模函数为

$$s = c_0 e + \dot{e}, \quad (6)$$

其中:  $c_0 > 0, \dot{e} = \dot{r} - \dot{y} = \dot{r} - y_2$ . 对式(6)微分, 得

$$\dot{s} = c_0 \dot{e} + \ddot{e}. \quad (7)$$

又因为  $\dot{e} = \dot{r} - y_2, \ddot{e} = \ddot{r} - \dot{y}_2 = \ddot{r} - y_3 - b_0 u$ , 代入式(7), 整理得

$$\dot{s} = c_0(\dot{r} - y_2) + \ddot{r} - y_3 - b_0 u. \quad (8)$$

设滑模趋近律为

$$\dot{s} = -c_1 g(s, \delta_3) - c_2 f(s, \delta_4). \quad (9)$$

根据式(8)和式(9), 可得滑模控制律

$$u = [\ddot{r} + c_0(\dot{r} - y_2) + c_1 g(s, \delta_3) + c_2 f(s, \delta_4) - y_3] / b_0, \quad (10)$$

其中:  $c_0 > 0, c_1 > 0, c_2 > 0$ .

由于  $y_2$  和  $y_3$  通常是未知状态, 因此, 式(10)所示的控制律难以实现对系统(3)的有效控制. 为了解决SISO非仿射非线性系统(3)的控制问题, 本文通过非线性扩张状态观测器(NLESO)来实时估计不确定线性系统(4)的各个未知状态.

### 3.3 基于非线性光滑函数的扩张状态观测器(Extended state observer based on the nonlinear of smooth function)

#### 3.3.1 非线性扩张状态观测器模型(The model of the nonlinear extended state observer)

仿照ESO的设计思想<sup>[8-9, 24]</sup>, 将上述免疫函数  $g(x, \sigma)$  取代非线性组合幂次函数  $\text{fal}(x, \sigma, \delta)$ , 从而可以得到特殊扩张状态观测器模型如下:

设  $y = y_1$  是系统(3)或系统(4)的状态输出,  $z_i (i = 1, 2, 3)$  是NLESO的各个观测状态, 且系统输出的观测误差为  $e_{o1} = z_1 - y$ , 则NLESO模型如下:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 - \beta_{01} e_{o1}, \\ \dot{z}_2 = z_3(k) - \beta_{02}(e_{o1} + g(e_{o1}, \sigma_{01})) + b_0 u, \\ \dot{z}_3 = -\beta_{03}[e_{o1} + g(e_{o1}, \sigma_{02})], \end{cases} \quad (11)$$

式中:  $\beta_{01}, \beta_{02}, \beta_{03}$  是误差增益可调参数;  $\sigma_{01}$  和  $\sigma_{02}$  是两个误差免疫因子;  $u(k)$  是系统控制信号.

#### 3.3.2 扩张状态观测器收敛性分析(Extended state observer convergence analysis)

设观测误差分别为  $e_{oi} = z_i - y_i, i = 1, 2, 3$ , 则由系统(4)和系统(11)可得观测误差系统为

$$\begin{cases} \dot{e}_{o1} = e_{o2} - \beta_{01} e_{o1}, \\ \dot{e}_{o2} = e_{o3} - \beta_{02}(e_{o1} + g(e_{o1}, \sigma_{01})), \\ \dot{e}_{o3} = -w - \beta_{03}[e_{o1} + g(e_{o1}, \sigma_{02})]. \end{cases} \quad (12)$$

当观测误差系统(12)进入稳态时, 方程右端全部收敛于零, 即

$$\begin{cases} e_{o2} - \beta_{01} e_{o1} = 0, \\ e_{o3} - \beta_{02}(e_{o1} + g(e_{o1}, \sigma_{01})) = 0, \\ -w - \beta_{03}[e_{o1} + g(e_{o1}, \sigma_{02})] = 0. \end{cases} \quad (13)$$

由误差系统(13)的第3式, 有  $\beta_{03}|e_{o1} + g(e_{o1}, \sigma_{02})| = |w|$ . 又因为

$$|e_{o1} + g(e_{o1}, \sigma_{02})| = |e_{o1}| [1 + \exp(-e_{o1}^2 / 2\sigma_{02}^2) / \sigma_{02}^2] \geq |e_{o1}|,$$

因此误差系统的稳态误差分别为

$$\begin{cases} |e_{o1}| \leq \frac{|w|}{\beta_{03}} \leq \frac{\varepsilon}{\beta_{03}}, \\ |e_{o2}| = \beta_{01}|e_{o1}| \leq \frac{\beta_{01}}{\beta_{03}} \varepsilon, \\ |e_{o3}| \leq 2\beta_{02}|e_{o1}| \leq 2\frac{\beta_{02}}{\beta_{03}} \varepsilon. \end{cases} \quad (14)$$

显然, 只要  $\beta_{03}$  足够大于  $\varepsilon$ , 即  $\beta_{03} \gg \varepsilon$ , NLESO的各个状态估计误差都会足够小, 从而保证NLESO是收敛的. 用  $z_2$  和  $z_3$  分别近似代替  $y_2$  和  $y_3$ , 则式(10)所示的滑模控制律可改写为

$$u = [\ddot{r} + c_0(\dot{r} - z_2) + c_1 g(s, \delta_3) + c_2 f(s, \delta_4) - z_3] / b_0. \quad (15)$$

### 3.4 系统稳定性分析(System stability analysis)

将滑模控制律式(15)加入受控系统后, 系统的稳定性分析如下:

设 Lyapunov 函数为  $v = 0.5s^2$ , 则有  $\dot{v} = s\dot{s}$ . 将式(15)代入式(8), 整理得

$$\begin{aligned} \dot{s} = & z_3 - y_3 + c_0(z_2 - y_2) - \\ & c_1g(s, \delta_3) - c_2f(s, \delta_4), \end{aligned} \quad (16)$$

因此有

$$\begin{aligned} \dot{v} = & s\dot{s} = \\ & s(z_3 - y_3) + c_0s(z_2 - y_2) - \\ & c_1sg(s, \delta_3) - c_2sf(s, \delta_4). \end{aligned} \quad (17)$$

根据稳态误差限式(14)可知, NLESO的状态观测误差满足下列不等式:

$$\begin{aligned} |z_2 - y_2| = |e_{o2}| & \leq \frac{\beta_{01}}{\beta_{03}}\varepsilon, \\ |z_3 - y_3| = |e_{o3}| & \leq 2\frac{\beta_{02}}{\beta_{03}}\varepsilon, \end{aligned}$$

因此有

$$\begin{aligned} \dot{v} \leq & (c_0\frac{\beta_{01}}{\beta_{03}} + 2\frac{\beta_{02}}{\beta_{03}})\varepsilon|s| - \\ & c_1sg(s, \delta_3) - c_2sf(s, \delta_4). \end{aligned} \quad (18)$$

又因为  $sg(s, \delta_3) = \frac{s^2}{\delta_3^2} \exp(-0.5s^2/\delta_3^2) = |s|g(s, \delta_3)$ ,  $sf(s, \delta_4) = |s|f(s, \delta_4)$ , 因此

$$\begin{aligned} \dot{v} \leq & [c_0\frac{\beta_{01}}{\beta_{03}}\varepsilon + 2\frac{\beta_{02}}{\beta_{03}}\varepsilon - \\ & c_1|g(s, \delta_3)| - c_2|f(s, \delta_4)|]|s|. \end{aligned} \quad (19)$$

由式(19)可知, 只要满足下列不等式:

$$c_1|g(s, \delta_3)| + c_2|f(s, \delta_4)| \geq (c_0\beta_{01} + 2\beta_{02})\varepsilon/\beta_{03}, \quad (20)$$

则有  $\dot{v} = s\dot{s} \leq 0$ , 即 Lyapunov 函数  $v(s)$  为正定,  $\dot{v}(s)$  为负定, 满足 Lyapunov 稳定性定理, 因此, 滑模控制系统是大范围渐近稳定的. 只要 NLESO 的状态估计足够精确, 即  $\beta_{03}$  是一个足够大的正实数, 则不等式  $c_1|g(s, \delta_3)| + c_2|f(s, \delta_4)| \geq (c_0\beta_{01} + 2\beta_{02})\varepsilon/\beta_{03}$  总是容易满足的.

通常 ESO 的增益参数  $\beta_{01}, \beta_{02}, \beta_{03}$  与采样步长有关. 设  $h$  为采样步长, 仿照文献[8-9]的参数镇定方法, 本文设计的扩张状态观测器的3个增益参数分别为:  $\beta_{01} = 1/h, \beta_{02} = 6/h, \beta_{03} = 30/h$ . 由于  $\varepsilon$  是一个未知内外扰动速度的上界, 因此难以凭经验确定滑模控制增益参数  $c_0, c_1$  和  $c_2$ , 为此, 本文提出了滑模控制律增益参数的自学习镇定方法, 详细介绍如下.

### 3.5 自学习滑模控制器增益参数镇定方法(Parameters stabilization method of self-learning sliding mode controller)

为了提高滑模控制器的自适应控制能力, 本文使

用最速下降法进行参数在线更新, 算法描述如下:

设性能指标为  $J = 0.5e^2(t)$ , 其中跟踪误差为  $e = r - y$ , 结合式(15), 则3个控制增益参数的调整量如下:

$$\begin{aligned} \Delta c_0 = & -\eta \frac{\partial J}{\partial c_0} = -\eta \frac{\partial J}{\partial e} \frac{\partial e}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial u} \frac{\partial u(k)}{\partial c_0} = \\ & \eta e \frac{\partial y}{\partial u} (\dot{r} - z_2)/b_0. \end{aligned} \quad (21)$$

同理可得

$$\Delta c_1 = -\eta \frac{\partial J}{\partial c_1} = \eta e \frac{\partial y}{\partial u} g(s, \delta_3)/b_0, \quad (22)$$

$$\Delta c_2 = -\eta \frac{\partial J}{\partial c_2} = \eta e \frac{\partial y}{\partial u} f(s, \delta_4)/b_0, \quad (23)$$

其中  $\eta$  是学习步长, 且  $0 < \eta < 1$ .

系统(3)是一个二阶非仿射非线性不确定扰动受控系统, 其解析表达式难以获得, 因此偏微分  $\frac{\partial y}{\partial u}$  的计算存在困难. 由于  $\frac{\partial y}{\partial u}$  只是控制增益参数调整量的一个相乘因子, 其符号决定收敛方向, 其值只影响收敛速度, 因此用符号函数近似代替  $\frac{\partial y}{\partial u}$ , 既不影响收敛方向, 又可简化计算方法, 即

$$y_u = \frac{\partial y}{\partial u} \approx \begin{cases} \operatorname{sgn} \frac{y(k) - y(k-1)}{u(k-1) - u(k-2)}, & u(k-1) \neq u(k-2), \\ \operatorname{sgn}[y(k) - y(k-1)], & u(k-1) = u(k-2). \end{cases} \quad (24)$$

经过式(24)的近似替代后, 滑模控制器的增益参数更新算法如下:

$$\begin{cases} c_0 = c_0 + \eta e (\dot{r} - z_2) y_u / b_0, \\ c_1 = c_1 + \eta g(s, \delta_3) y_u / b_0, \\ c_2 = c_2 + \eta f(s, \delta_4) y_u / b_0. \end{cases} \quad (25)$$

显然, 自学习滑模控制器的3个增益参数只涉及乘法和加法运算, 计算量较小, 便于滑模控制器增益参数的实时更新计算.

## 4 仿真分析(The simulation analysis)

例1 考虑一阶 SISO 非仿射非线性系统如下<sup>[7]</sup>:

$$\begin{cases} \dot{x} = 0.1u^3 + 0.5u^2 + u \sin u + \sin x + d, \\ y = x, \end{cases} \quad (26)$$

式中未知非线性为  $f(x, u) = 0.1u^3 + 0.5u^2 + u \sin u + \sin x + d$ ,  $d$  为外部扰动.

设  $y_1 = x = y, y_2 = 0.1u^3 + 0.5u^2 + u \sin u + \sin x + d - b_0u$ . 如果将  $y_2$  作为扩张状态, 根据非仿射非线性系统(26), 可得二阶线性扩张系统

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2 + b_0 u, \\ \dot{y}_2 = w, \\ y = y_1. \end{cases} \quad (27)$$

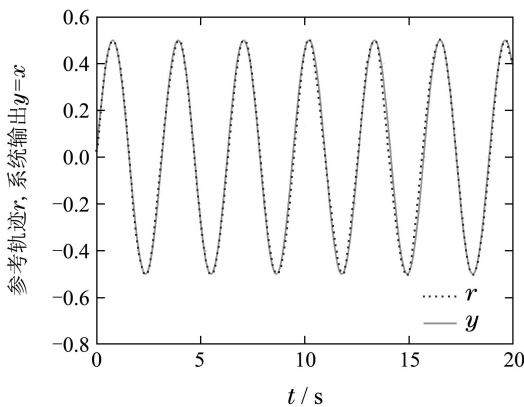
由于二阶线性扩张系统(27)是一阶SISO非仿射非线性系统的等价变换,因此,对系统(27)的控制相当于对系统(26)的等价控制.显然,只要使用一个二阶ESO即可对状态 $y_1$ 和 $y_2$ 进行估计,即 $z_1 \rightarrow y_1, z_2 \rightarrow y_2$ .

针对一阶SISO非仿射非线性系统的控制问题,对自学习滑模控制器设计做如下特别介绍.设跟踪误差 $e_k = r - y_1$ ,则 $\dot{e}_k = \dot{r} - \dot{y}_1 = \dot{r} - y_2 - b_0 u$ .设滑模函数为 $s = e_k$ ,则有 $\dot{s} = \dot{e}_k = \dot{r} - y_2 - b_0 u$ ;设滑模趋近律 $\dot{s} = -c_1 g(s, \delta_3) - c_2 f(s, \delta_4)$ ,可得自学习滑模控制律 $u = [c_1 g(s, \delta_3) + c_2 f(s, \delta_4) + \dot{r} - z_2]/b_0$ .

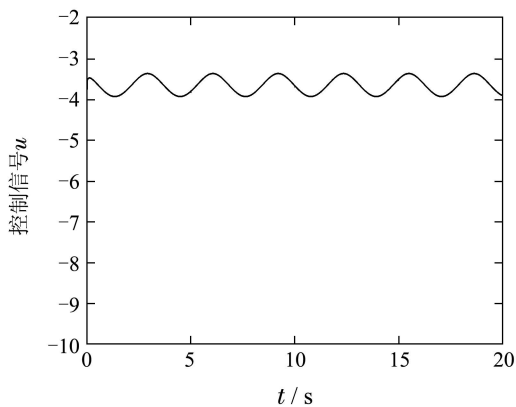
设采样步长为 $h = 1 \text{ ms}$ ,跟踪参考信号设为 $r(t) = \sin t \cos t$ ,初始值选取 $x(0) = 0.5$ ,二阶ESO相关参数为 $\beta_{01} = 1/h, \beta_{02} = 6/h, \delta_{01} = 1$ ;自学习滑模控制器相关参数为学习率 $\eta = 0.02$ ,增益参数初始值: $c_1 = c_2 = 10, \delta_3 = 0.25, \delta_4 = 1, b_0 = 2$ .

**4.1 无外部扰动时的控制结果(The control results of no external disturbance)**

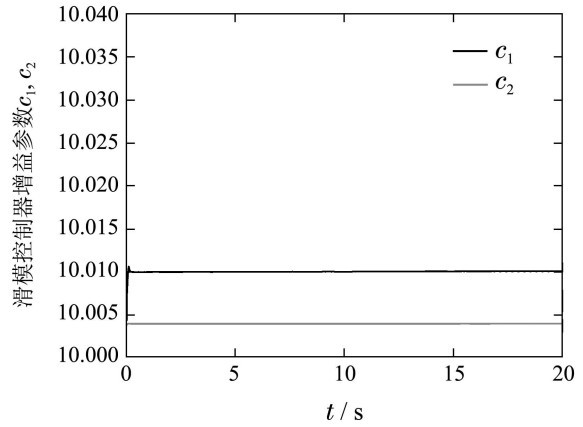
无外部扰动时,仿真结果如图1(a)–1(b)所示;文献[7]的仿真结果如图1(c)所示.



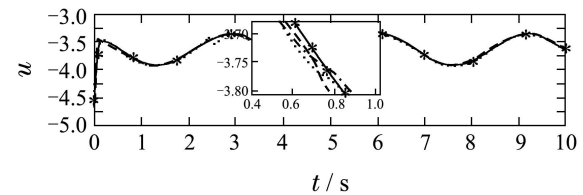
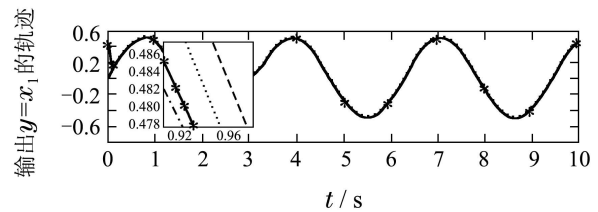
(a) 跟踪效果



(b) 控制律u



(c) 增益参数



(d) 文献[7]仿真结果

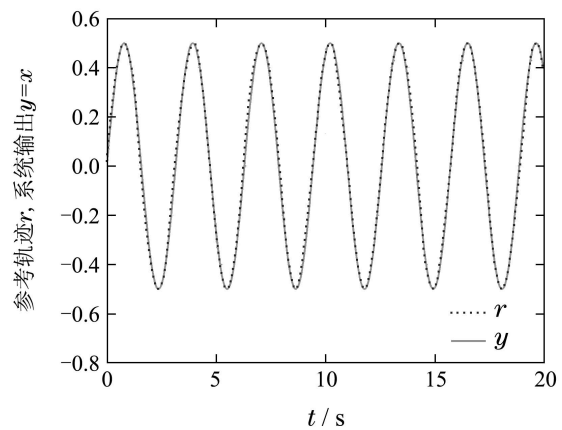
图1 实例1的仿真结果

Fig. 1 The simulation results of Example 1

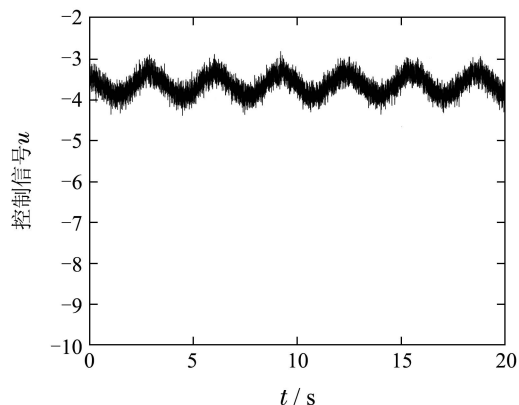
由图1可知,本文控制方法不仅响应速度快、控制精度高,而且控制信号不存在高频抖振现象.

**4.2 存在外部扰动时的控制结果(The control results of the external disturbance)**

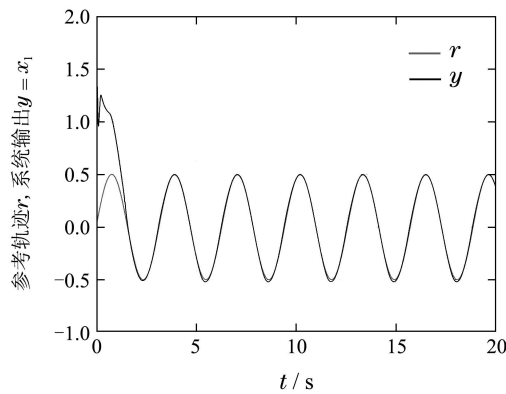
在 $(-4, 4)$ 范围内随机产生外部扰动 $d$ ,控制结果如图2(a)–2(c)所示.



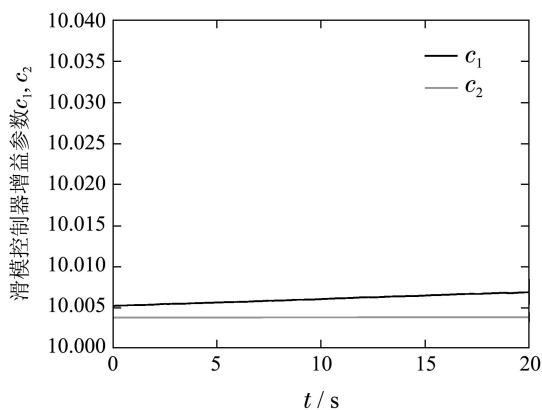
(a) 跟踪效果



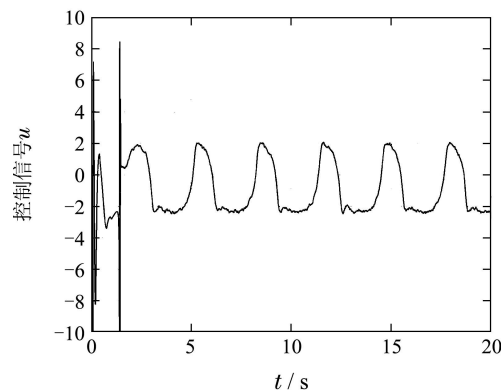
(b) 控制律  $u$



(a) 跟踪效果



(c) 增益参数  $c_1$  和  $c_2$



(b) 控制律  $u$

图2 实例2的仿真结果

Fig. 2 The simulation results of Example 2

由图2可知, 当外部存在大幅度随机扰动时, 本文方法仍然能够取得良好的控制效果, 表明本文控制方法不仅具有高精度的扩张状态观测性能, 而且具有很强的抗扰动控制能力.

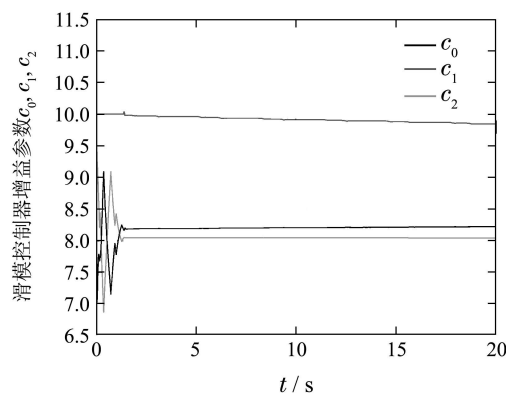
**例2** 考虑二阶SISO非仿射非线性系统如下<sup>[7]</sup>:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_1^2 + 0.15u^3 + 0.1(1 + x_2^2)e^u + \sin(0.1u) + x_2^2 + d, \\ y = x_1. \end{cases} \quad (28)$$

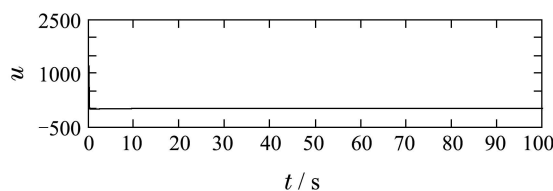
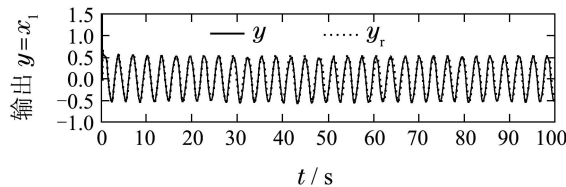
设采样步长为  $h = 1 \text{ ms}$ , 跟踪参考信号设为  $r(t) = \sin t \cos t$ , 初始值选取  $x_1(0) = x_2(0) = 0.5$ , 三阶ESO相关参数为

$$\begin{aligned} \beta_{01} &= 1/h, \beta_{02} = 6/h, \\ \beta_{03} &= 30/h, \delta_{01} = 1, \delta_{02} = 1; \end{aligned}$$

自学习滑模控制器相关参数为: 学习率  $\eta = 0.02$ , 增益参数初始值:  $c_0 = c_1 = c_2 = 10$ ,  $\delta_3 = 0.25$ ,  $\delta_4 = 1$ ,  $b_0 = 2$ . 随机产生外部扰动  $d$ , 控制结果如图3(a)–3(c)所示; 文献[7]的仿真结果如图3(d)所示. 由图3可知, 本文控制方法响应速度快、控制精度高, 与文献 cite7相比, 暂态控制量幅值至少小两个数量级.



(c) 增益参数  $c_0, c_1$  和  $c_2$



(d) 文献[7]仿真结果

图3 实例2的仿真结果

Fig. 3 The simulation results of Example 2

**例3** 考虑二阶SISO非仿射非线性系统如下<sup>[7,24]</sup>:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + x_2 + x_2^3/5, \\ \dot{x}_2 = x_1x_2 + u + u^3/7, \\ y = x_1. \end{cases} \quad (29)$$

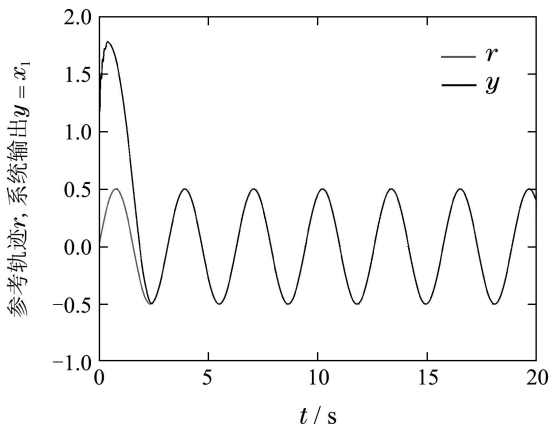
设采样步长为 $h = 1 \text{ ms}$ ,跟踪参考信号设为 $r(t) = \sin t \cos t$ ,初始值选取 $x_1(0) = 1.2, x_2 = 1.0$ ;三阶ESO相关参数为

$$\begin{aligned} \beta_{01} &= 1/h, \beta_{02} = 6/h, \\ \beta_{03} &= 30/h, \delta_{01} = 0.25, \delta_{02} = 0.5; \end{aligned}$$

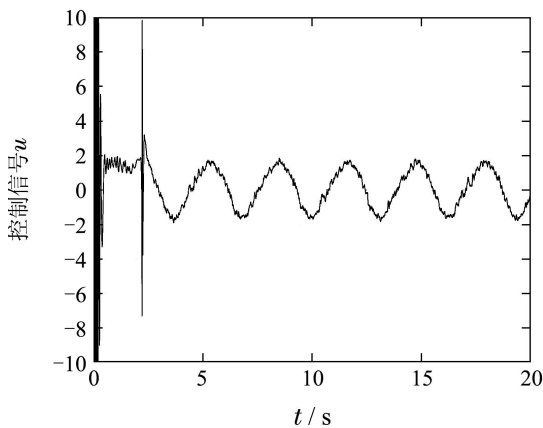
自学习滑模控制器相关参数为:学习率 $\eta = 0.02$ ,增益参数初始值:

$$\begin{aligned} c_0 = c_1 = c_2 &= 10, \\ \delta_3 = 0.25, \delta_4 = 1, b_0 &= 2. \end{aligned}$$

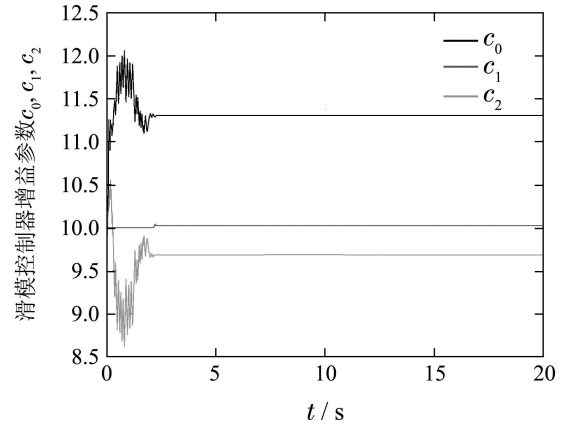
随机产生外部扰动 $d$ ,控制结果如图4(a)–4(c)所示;文献[7]和[24]的仿真结果如图4(d)所示.由图4可知,与文献[7]和[24]相比,本文控制方法控制精度更高,暂态控制量幅值至少小两个数量级,而且控制信号不存在明显的高频抖振现象,而文献[24]则存在明显的高频抖振.



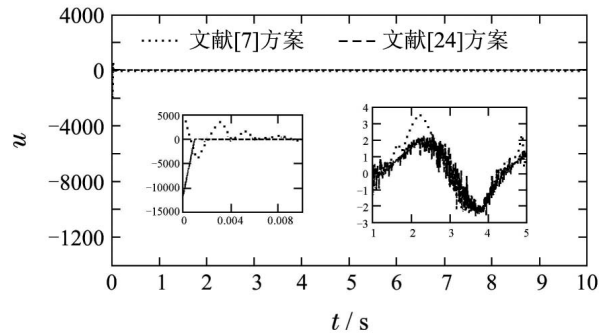
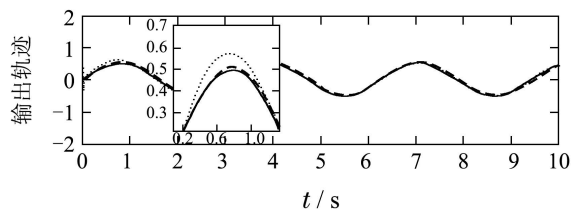
(a) 跟踪效果



(b) 控制律 $u$



(c) 增益参数 $c_0, c_1$ 和 $c_2$



(d) 文献[7]和[24]的仿真结果

图4 实例3的仿真结果

Fig. 4 The simulation results of Example 3

### 5 结论(Conclusions)

本文首次提出了SISO非仿射非线性系统的自学习滑模抗扰控制方法,其主要思想是:首先研究一种基于非线性光滑函数的扩张状态观测器(SES0)设计方法,然后将扩张状态观测器(ESO)与滑模控制技术融为一体以实现自抗扰控制性能,最后对滑模控制器的增益参数进行实时更新以进一步提高滑模控制的自适应控制能力.仿真结果表明了本文控制方法不仅具有快的响应速度和高的控制精度,而且对非仿射非线性系统内外扰动具有很强的抗扰动能力.特别是在保证强抗扰动能力的同时完全消除了现有滑模控制技术普遍存在高频抖振的现象,有效解决了滑模控制技术在抗扰性能与高频抖振之间不可调和的矛盾.与文献[7]和文献[24]的控制结果相比,本文方法的暂态控制量幅值至少小一个数量级.

## 参考文献(References):

- [1] ZHANG T, GE S S, HANG C C. Direct adaptive control of non-affine nonlinear system using multilayer neural networks [C] // *Proceedings of American Control Conference*. New York: IEEE, 1998: 515 – 519.
- [2] GE S S, LEE T H, WANG J. Adaptive control of non-affine nonlinear systems using neural networks [C] // *Proceedings of the 15th IEEE International Symposium on Intelligent Control*. Rio Patras, Greece: IEEE, 2000: 13 – 18.
- [3] GE S S, ZHANG J. Neural-network control of non-affine nonlinear system with zero dynamics by state and output feedback [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2003, 14(4): 900 – 918.
- [4] PARK J H, PARK G T, KIM S H, et al. Direct adaptive self-structuring fuzzy controller for non-affine nonlinear system [J]. *Information Sciences*, 2005, 153(3): 429 – 445.
- [5] LIU Y J, WANG W. Adaptive fuzzy control for a class of uncertain non-affine nonlinear systems [J]. *Information Sciences*, 2007, 177(18): 3901 – 3917.
- [6] CUI L, LUO Y, ZHANG H. Adaptive critic design based robust neural network control for a class of continuous time nonaffine nonlinear system [C] // *Proceedings of the 2011 International Conference on Modelling, Identification and Control*. Shanghai: IEEE, 2011: 261 – 266.
- [7] CHENG Chunhua, HU Yun'an, WU Jinhua, et al. Auto disturbance rejection controller for non-affine nonlinear systems with adaptive observers [J]. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(2): 148 – 158.  
(程春华, 胡云安, 吴进华, 等. 非仿射系统的自适应观测器自抗扰控制 [J]. 控制理论与应用, 2014, 31(2): 148 – 158.)
- [8] HAN Jingqing. Auto-disturbances-rejection controller and its applications [J]. *Control and Decision*, 1998, 13(1): 19 – 23.  
(韩京清. 自抗扰控制器及其应用 [J]. 控制与决策, 1998, 13(1): 19 – 23.)
- [9] HAN Jingqing. Auto disturbances rejection control technique [J]. *Frontier Science*, 2007, 1(1): 24 – 31.  
(韩京清. 自抗扰控制技术 [J]. 前沿科学, 2007, 1(1): 24 – 31.)
- [10] LI W L, CHANG K M. Robust synchronization of drive-response chaotic systems via adaptive sliding mode control [J]. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2009, 39(5): 2086 – 2092.
- [11] LOU X Y, CUI B T. Integral sliding mode control for a class of nonlinear neutral systems with time-varying delays [J]. *Chinese Physics B*, 2008, 17(12): 4434 – 4439.
- [12] LI Xiuchun, XU Wei, XIAO Yuzhu. Adaptive slide mode control for a class of chaotic systems with perturbations [J]. *Acta Physica Sinica*, 2008, 57(8): 4721 – 4728.  
(李秀春, 徐伟, 肖玉柱. 一类受扰混沌系统的自适应滑模控制 [J]. 物理学报, 2008, 57(8): 4721 – 4728.)
- [13] LI Peng, MA Jianjun, LI Wenqiang, et al. Improved integral sliding mode control for a class of nonlinear uncertain systems [J]. *Control and Decision*, 2009, 24(10): 1463 – 1467.  
(李鹏, 马建军, 李文强, 等. 一类不确定非线性系统的改进积分型滑模控制 [J]. 控制与决策, 2009, 24(10): 1463 – 1467.)
- [14] PENG Y, VRANCIC D, HANUS R. Anti-windup, bumpless, and conditioned transfer techniques for PID controllers [J]. *IEEE Control Systems Magazine*, 1996, 16(4): 48 – 57.
- [15] WANG Jie, ZONG Qun, TIAN Bailing, et al. Reentry attitude control for hypersonic vehicle based on quasi continuous high order sliding mode [J]. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(9): 1166 – 1173.  
(王婕, 宗群, 田栢苓, 等. 基于拟连续高阶滑模的高超声速飞行器再入姿态控制 [J]. 控制理论与应用, 2014, 31(9): 1166 – 1173.)
- [16] WANG Liang, LIU Xiangdong, SHENG Yongzhi. High-order sliding mode observer based adaptive time-varying sliding mode for reentry attitude control [J]. *Control and Decision*, 2014, 29(2): 281 – 286.  
(王亮, 刘向东, 盛永智. 基于高阶滑模观测器的自适应时变滑模再入姿态控制 [J]. 控制与决策, 2014, 29(2): 281 – 286.)
- [17] FRIDMAN L, LEVANT A. Adaptive continuous control with sliding mode for plants under nonlinear perturbations, external disturbances and actuator failures [C] // *Proceedings of the Workshop Variable Structure and Lyapunov Technique*. Benevento: IEEE, 1994: 302 – 309.
- [18] LEVANT A. Universal single-input-single-output (SISO) sliding-mode controllers with finite-time convergence [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2001, 46(9): 1447 – 1451.
- [19] FENG Y, YU X H, MAN Z H. Non-singular terminal sliding mode control of rigid manipulators [J]. *Automatica*, 2002, 38(12): 2159 – 2167.
- [20] WANG Y M, FENG Y, YU X H. High-order nonsingular terminal sliding mode control of uncertain multivariable systems [C] // *The 33rd Annual Conference of the Industrial Electronics Society*. Taipei: IEEE, 2007: 710 – 714.
- [21] YU S, YU X, SHIRINZADEH B, et al. Continuous finite-time control for robotic manipulators with terminal sliding mode [J]. *Automatica*, 2005, 41(11): 1957 – 1964.
- [22] MEI Hong, WANG Yong. Fast convergent sliding mode variable structure control of robot [J]. *Information and Control*, 2009, 38(5): 552 – 557.  
(梅红, 王勇. 快速收敛的机器人滑模变结构控制 [J]. 信息与控制, 2009, 38(5): 552 – 557.)
- [23] ZHANG Hexin, FAN Jinsuo, MENG Fei, et al. A new double power reaching law for sliding mode control [J]. *Control and Decision*, 2013, 28(2): 289 – 293.  
(张合新, 范金锁, 孟飞, 等. 一种新型滑模控制双幂次趋近律 [J]. 控制与决策, 2013, 28(2): 289 – 293.)
- [24] SHANG Fang, LIU Yungang, ZHANG Guiqing, et al. Adaptive disturbance attenuation by output feedback for a class of nonlinear systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2011, 37(12): 1530 – 1536.  
(尚芳, 刘允刚, 张桂青. 一类非线性系统输出反馈自适应扰动抑制 [J]. 自动化学报, 2011, 37(12): 1530 – 1536.)

## 作者简介:

曾喆昭 (1963–), 男, 博士, 教授, 目前研究方向为智能检测与智能控制, E-mail: 508984293@qq.com;

吴亮东 (1992–), 男, 硕士研究生, 目前研究方向为非线性控制, E-mail: 413935417@qq.com;

杨振源 (1990–), 男, 硕士研究生, 目前研究方向为微弱信号检测, E-mail: 71703003@qq.com;

唐欢 (1991–), 女, 硕士研究生, 目前研究方向为智能控制, E-mail: 594048694@qq.com.