

## 适用于稀疏动态无线传感器网络的并行融合 分布式无迹信息滤波算法

汤文俊<sup>1,3†</sup>, 张国良<sup>1</sup>, 曾 静<sup>2</sup>, 徐 君<sup>1</sup>, 姚二亮<sup>1</sup>

(1. 火箭军工程大学 三系, 陕西 西安 710025; 2. 火箭军工程大学 理学院, 陕西 西安 710025;  
3. 中国人民解放军96164部队, 浙江 金华 321021)

**摘要:** 稀疏和随机动态变化是实际无线传感器网络(wireless sensor network, WSN)中普遍共同存在的两种通信拓扑不稳定因素, 使基于一致性算法的分布式无迹信息滤波(distributed unscented information filter, DUFF)算法适用于稀疏动态WSN, 将极大提高其实用性。为此, 本文提出一种并行融合DUFF(parallel fusion DUFF, PF-DUFF)算法。在PF-DUFF算法中, 通过将实时局部后验估计均值和协方差用于局部无迹信息滤波器(local unscented information filter, LUIF)的Sigma点采样, 使LUIF和加权平均一致性滤波器(weighted average consensus filter, WACF)得以并行运行, 从而有效抵制由通信拓扑随机动态变化带来的较大一致跟踪误差的困扰; 同时, WACF通过对LUIF输出的无偏局部信息矩阵和向量分别进行平均一致性滤波, 最终得到不包含由稀疏通信拓扑引起的平均一致误差的分布式后验估计结果; 进而, 建立即时更新机制有效抑制随机动态通信拓扑引起的PF-DUFF算法滤波异步问题, 同时, 基于稀疏动态WSN的平均网络模型, 在通信能量消耗受限条件下优化WACF均方收敛速率, 从而提高PF-DUFF算法的整体滤波效率。仿真实验结果表明, PF-DUFF算法能够有效应用于稀疏动态WSN机动目标跟踪。

**关键词:** 稀疏动态无线传感器网络; 分布式无迹信息滤波; 局部无迹信息滤波器; 加权平均一致性滤波器; 并行融合; 均方收敛速率

中图分类号: TP393 文献标识码: A

## Parallel fusion distributed unscented information filter algorithm for sparse dynamic wireless sensor network

TANG Wen-jun<sup>1,3†</sup>, ZHANG Guo-liang<sup>1</sup>, ZENG Jing<sup>2</sup>, XU Jun<sup>1</sup>, YAO Er-liang<sup>1</sup>

(1. Department Three, Rocket Force University of Engineering, Xi'an Shaanxi 710025, China;  
2. College of Science, Rocket Force University of Engineering, Xi'an Shaanxi 710025, China;  
3. The United 96164, People's Liberation Army, Jinhua Zhejiang 321021, China)

**Abstract:** Sparsity and stochastic dynamic change are two kinds of instability factors of communication topology, which universal joint exist in real wireless sensor network (WSN). The practicability of distributed unscented information filter (DUFF) will be improved vastly if making it applicable to the sparse dynamic WSN. For this purpose, a parallel fusion DUFF (PF-DUFF) is proposed. In the PF-DUFF algorithm, the local unscented information filter (LUIF) and weighted average consensus filter (WACF) can be implemented parallelly by applying the real local posterior estimated mean and covariance to generat the sigma points. And then the consensus tracking errors caused by stochastic dynamic communication topology can be avoided effectively. Meanwhile, by implementing average consensus filter on the unbias local information matrices and vectors output by the LUIF respectively in the WACF, the distributed posterior estimated results without average consensus error can be got. Furthermore, employing the real-time update mechanism to avoid the problem of filter synchronization in PF-DUFF algorithm caused by stochastic dynamic communication topolagy. And meanwhile, on the basis of the average network model of the sparse dynamic WSN, the convergence rate of the WACF is modified under the condition of limited communication energy consumption, so as to improve the global efficiency of PF-DUFF algorithm. The simulation results show that PF-DUFF algorithm can efficiently track the target in sparse dynamic WSN.

**Key words:** sparse dynamic wireless sensor network; distributed unscented information filter; local unscented information filter; weighted average consensus filter; parallel fusion; mean-square convergence rate

收稿日期: 2015—07—25; 录用日期: 2016—03—24。

†通信作者。E-mail: tangtcycy@sohu.com; Tel.: +86 13468972665。

本文责任编辑: 薛安克。

中国工程科技中长期发展战略研究项目(2014—zcq—10)资助。

Supported by Medium and Long-term Development Strategy Research of National Engineering Science and Technology of China (2014—zcq—10).

## 1 引言(Introduction)

近十年来,由于高效率,高容错性和内在的并行性等优点,多智能体系统(multi-agent system, MAS)得到了较为广泛的关注和应用<sup>[1]</sup>. 与多无人机系统、地面多机器人系统和摄像机网络系统相似,无线传感器网络(wireless sensor networks, WSN)也是 MAS 的典型实例之一,并在农情和环境监测<sup>[2]</sup>、机动目标跟踪<sup>[3-6]</sup>、化学羽流跟踪<sup>[7]</sup>和污染源定位<sup>[8-9]</sup>等应用中发挥了重要作用. 对来自于不同传感器节点的多源信息进行合理有效地状态估计融合,是开展WSN应用的重要基础.

目前,从系统层面的角度,应用于WSN的多源信息状态估计融合方法一般可以分为集中式和分布式两种. 在假设WSN通信可靠的前提下,集中式方法需要有指定的信息融合中心进行传感器节点量测信息的收集,进而开展状态估计. 集中式方法的优势是收集信息完整,能够获得最优估计结果,但是对信息融合中心的运算和容错能力,以及WSN通信网络状况的设想过于理想化,实用性不强. 分布式方法不需要唯一信息融合中心的存在,允许邻居节点之间进行互相通信和信息的并行处理,从而在对计算和通信复杂度的要求、以及容错性等方面,相对于集中式方法具有较为明显的优势,因而逐渐受到研究人员的青睐. 根据对WSN无线通信拓扑的适应能力的不同,分布式方法又主要可以分为两种形式,分别是以信道滤波器(channel filter)<sup>[10-11]</sup>为代表的消息传递形式(message passing)和以基于一致性算法的分布式滤波器<sup>[12-14]</sup>为代表的消息扩散形式(message diffusion). 其中,消息传递方法依赖于树形或者环形等特殊通信拓扑,对于实际中普遍存在的随机动态通信拓扑<sup>[15]</sup>则几乎无法适用; 消息扩散方法,特别是基于一致性算法的分布式滤波器,只需要邻居节点之间进行单跳通信,因而在理论上对于通信拓扑具有较强的普适性<sup>[16]</sup>,从而逐渐成为分布式方法研究的主要方向<sup>[17]</sup>. 从上述内容可以看出,通信拓扑正深刻影响着分布式方法研究的发展方向. 同时,也正如文献[18]所明确指出的,结合相关通信拓扑不稳定因素开展应用于WSN的分布式多源信息状态估计融合方法的研究,已经成为当前的中心工作之一.

由于传感器节点感知和通信范围有限、通信连接失效和节点移动性等原因,稀疏和随机动态是目前WSN中主要存在的典型通信拓扑不稳定因素之一<sup>[15, 19]</sup>. 近年来,文献[19-23]和[24-33]分别对稀疏和随机动态通信条件下的基于一致性算法的分布式滤波方法进行了较为深入地研究,取得一定成果的同时,也揭示了至少还存在如下问题需要进一步研究: 1) 如何在稀疏和随机动态这两种通信拓扑不稳定因素同时存在的情况下,开展基于一致性算法的分布式

滤波方法的研究; 2) 如何在稀疏动态通信拓扑条件下,设计适用于非线性系统的基于一致性算法的分布式滤波方法; 3) 如何在稀疏动态通信拓扑条件下,提高基于一致性算法的分布式滤波方法的收敛速率.

具体地, Kamal等人<sup>[19, 21-22]</sup>通过将自主设计的信息加权一致性滤波引入卡尔曼一致滤波(Kalman consensus filter, KCF)算法<sup>[34]</sup>,从而使KCF在稀疏摄像机网络中得到了较好地应用. 文献[20, 23]从无效节点<sup>[21]</sup>的角度出发,设计了由加权平均一致性滤波机制主导的级联分布式无迹信息滤波(distributed unscented information filter, DUF)和分布式粒子滤波(distributed particle filter, DPF)算法,并在稀疏WSN中完成了机动目标跟踪任务. 然而,上述方法在随机动态通信拓扑中都将可能由于通信拓扑无向图连通性间断和丢包等问题而失效. 针对随机动态通信拓扑,文献[24-26]假设通信拓扑的随机变化服从伯努利分布,设计了在动态通信拓扑条件下能够有效运行的分布式卡尔曼滤波(distributed Kalman filter, DKF). 文献[27]则是基于卡布滤波器(Kalman-Bucy filter)和经典李雅普诺夫方法设计了具有全局均方误差上下界的连续时间DKF算法,实现了动态WSN中的目标跟踪. 文献[28-29]和文献[30]分别在假设通信拓扑随机变化服从伯努利分布和马尔科夫过程的前提下,设计了能够应用于随机动态WSN多源信息状态估计融合的分布式 $H_{\infty}$ 滤波算法. 针对随机动态通信拓扑中极易发生的WSN异步问题,文献[31]设计了一种新的分布式贝叶斯滤波算法. 针对随机动态通信拓扑的连通性间断问题,文献[32]提出了基于约束充分统计量的分布式粒子滤波算法,旨在减少分布式估计过程中一致性算法的迭代次数. 文献[33]则提出了多速率一致融合分布式粒子滤波(multi-rate consensus/fusion distributed particle filter)算法,相比于文献[24-30]中算法,该算法的优势是,能够应用于非线性系统,无需对通信拓扑的随机变化做出合理具体的统计假设,并且其局部粒子滤波器的独立性,使得一致性算法无需一定要在局部滤波的一步迭代周期内完成有效收敛. 然而,和文献[24-30]中算法相同,该算法没有考虑WSN稀疏通信拓扑给估计精度和收敛速率等方面带来的不利影响.

针对需要进一步深入研究的问题,并结合上述研究现状,针对非线性系统,本文考虑根据多速率一致融合DPF算法的框架,将文献[20]中提出的基于加权平均一致性滤波机制的DUF算法改进为并行融合DUF(parallel fusion DUF, PF-DUF)算法,使其不仅能够适用于稀疏WSN,而且在稀疏WSN通信拓扑发生随机动态变化时也能得到有效应用. 具体地,在PF-DUF算法中,局部无迹信息滤波器(local unscented information filter, LUIF)利用各个传感器节点的局部

后验估计无偏统计量进行Sigma点采样; 同时, 加权平均一致性滤波器(weighted average consensus filter, WACF)对所有局部后验估计进行一致融合, 以得到免受稀疏通信拓扑影响的精确全局后验估计结果。可见, 在PF-DUIF中, LUIF和WACF的信息处理和运算是并行的。针对可能发生的LUIF和WACF之间不同步的情况, PF-DUIF算法采用即时更新机制, 使WACF进行一致性融合的对象均是实时的局部后验估计结果。同时, 针对稀疏通信拓扑带来的WACF收敛速率较慢问题, 采用在能量消耗受限下增大平均网络(average network)<sup>[35]</sup>第2最小特征值的方法, 提高WACF的均方收敛速率, 从而使PF-DUIF算法的整体滤波效率也得到提升。仿真实验结果表明, 在稀疏动态WSN中, 基于加权平均一致性滤波的DUIF算法无法应对随机动态通信拓扑引发的滤波发散问题。相反地, PF-DUIF算法不但可以应对, 而且具有比多速率一致融合分布式粒子滤波算法更高的估计精度和整体滤波效率。

## 2 准备知识(Preparation knowledge)

### 2.1 稀疏动态WSN模型(Model of sparse dynamic WSN)

用无向图 $G_k = (V, \varepsilon_k)$ 描述任意时刻 $k$ 的稀疏动态WSN通信拓扑, 其中:  $V$ 为传感器节点集合, 其基数为传感器节点数量 $N$ , 即 $|V| = N$ ;  $\varepsilon_k$ 为当前时刻节点之间的有效通信连接边集合, 其基数为有效通信连接边的数量 $M_k$ , 即 $|\varepsilon_k| = M_k$ 。并且, 在稀疏动态WSN中,  $M_k$ 满足如下稀疏条件<sup>[15]</sup>

$$M_k << N(N-1)/2. \quad (1)$$

同时, 关于 $\varepsilon_k$ 的随机动态变化, 假设如下:

**假设1** 处于通信范围之内的任意节点 $i$ 和 $j$ 之间是否存在有效通信连接服从伯努利分布, 即

$$\begin{cases} P[(i, j) \in \varepsilon_k] = P_{ij} \in [0, 1], \\ P[(i, j) \notin \varepsilon_k] = 1 - P_{ij}. \end{cases} \quad (2)$$

**假设2** 不同有效通信连接边的随机动态变化之间是相互独立事件。

**假设3** 对于任意节点 $i$ 和 $j$ ,  $P_{ij}$ 的值在一致性算法的任意一次迭代过程中均保持不变。

基于上述假设, 为了便于阐述和分析问题, 可以考察稀疏动态WSN的平均网络无向图 $\bar{G}$ <sup>[35]</sup>, 其平均邻接矩阵为

$$\bar{A} = E[A_k] = P = [P_{ij}]_{N \times N}, \quad (3)$$

则平均拉普拉斯矩阵为

$$\bar{L} = E[L_k] = \bar{D} - \bar{A} = [\bar{L}_{ij}]_{N \times N}. \quad (4)$$

在式(3)–(4)中,  $A_k$ 和 $L_k$ 分别为任意时刻 $k$ 无向

图 $G_k$ 的邻接矩阵和拉普拉斯矩阵,  $\bar{D}$ 为平均度矩阵,  $\bar{L}_{ij}$ 为

$$\bar{L}_{ij} = \begin{cases} \sum_{j=1}^N P_{ij}, & i = j, \\ -P_{ij}, & i \neq j. \end{cases} \quad (5)$$

**引理1** 平均拉普拉斯矩阵 $\bar{L}$ 是半正定矩阵, 其特征值可以按大小排列为

$$0 = \lambda_1(\bar{L}) \leqslant \lambda_2(\bar{L}) \leqslant \cdots \leqslant \lambda_N(\bar{L}), \quad (6)$$

并且 $\lambda_2(\bar{L}) > 0$ 是 $\bar{G}$ 连通的充要条件<sup>[15]</sup>。

在平均网络 $\bar{G}$ 中, 由于通信拓扑以一定概率发生着随机动态变化, 所以更适合从均方收敛(mean square convergence)的角度考察一致性算法的收敛性<sup>[35]</sup>。

**引理2** 若 $\lambda_2(\bar{L}) > 0$ , 即 $\bar{G}$ 是连通的, 则平均一致性算法

$$x_{k+1}^i = W_k^{ii} x_k^i + \sum_{j \in N_k^i} W_k^{ij} x_k^j, \quad \forall i, j \in V \quad (7)$$

能使所有节点状态 $x_k$ 均方收敛于平均一致值 $x_{\text{avg}}$ , 即

$$\lim_{k \rightarrow \infty} E \|x_k - x_{\text{avg}}\|_2 = 0, \quad (8)$$

其中:  $x_k^i$ 为WSN中任意第*i*个节点在任意时刻*k*的状态,  $N_k^i = \{j \in V | (i, j) \in \varepsilon_k\}$ 为任意节点*i*在任意时刻*k*时的邻居集,  $W_k^{ij}$ 为任意时刻*k*作用于 $x_k^i$ 的加权值, 且满足条件

$$W_k^{ii} + \sum_{j \in N_k^i} W_k^{ij} = 1. \quad (9)$$

同时, 令初始状态向量为 $x_0$ , 则

$$x_{\text{avg}} = (\mathbf{I}\mathbf{I}^T/N)x_0, \quad (10)$$

其中 $\mathbf{I}$ 为单位列向量<sup>[35]</sup>。

### 2.2 系统和观测模型(Model of system and observation)

稀疏动态WSN中, 任意节点*i*的观测模型为

$$z_k^i = h^i(x_k, k) + v_k^i, \quad (11)$$

其中:  $z_k^i \in \mathbb{R}^p$ 为观测变量,  $x_k \in \mathbb{R}^n$ 为系统状态变量, 系统模型为

$$x_k = f(x_{k-1}, k) + w_{k-1}. \quad (12)$$

在模型(11)–(12)中,  $f(\cdot)$ 和 $h(\cdot)$ 分别为对应于系统方程和观测方程的非线性函数,  $w_{k-1} \in \mathbb{R}^n$ 和 $v_k^i \in \mathbb{R}^p$ 是相互独立的系统和观测零均值高斯白噪声向量, 并且

$$E[w_k w_k^T] = Q_k \delta_{kk},$$

$$E[v_k^i(v_k^i)^T] = R_k^i \delta_{kk},$$

其中:  $\delta$ 为狄拉克函数,  $Q_k$ 和 $R_k^i$ 均为正定矩阵。

### 3 基于加权平均一致性滤波的DUIF算法 (DUIF algorithm based on weighted average consensus filter)

记文献[20]中提出的基于加权平均一致性滤波机制的DUIF算法为基于加权平均一致性滤波的DUIF算法, 其是一种由 LUIF 和 WACF 构成的级联滤波器。LUIF 嵌入于各个节点中, 利用节点邻居集中的局部多源观测信息, 得到关于目标状态的局部无偏估计量。进而, WACF 对信息向量和信息矩阵形式的局部无偏估计量分别进行平均一致性滤波, 使各节点关于目标状态的后验估计均值渐近收敛于关于目标状态初值的加权平均一致值, 加权矩阵为初始信息矩阵, 从而避免稀疏 WSN 中无效节点对 DUIF 算法估计结果的不利影响。

#### 3.1 局部无迹信息滤波器(LUIF)

首先, 利用实时的全局后验估计均值和协方差, 进行 Sigma 点采样

$$\begin{cases} \chi_{0,k|k-1}^i = \hat{x}_{k-1|k-1}^i, \\ \chi_{s,k|k-1}^i = \hat{x}_{k-1|k-1}^i + (\sqrt{(n+\iota)P_{k-1|k-1}^i})_s, \\ \chi_{s+n,k|k-1}^i = \hat{x}_{k-1|k-1}^i - (\sqrt{(n+\iota)P_{k-1|k-1}^i})_s, \end{cases} \quad (13)$$

其中:  $s = 1, 2, \dots, n$ ,  $\iota$  为 Sigma 点选择的尺度,  $(\sqrt{(n+\iota)P_{k-1|k-1}^i})_s$  为矩阵  $(n+\iota)P_{k-1|k-1}^i$  的乔利斯基分解结果(Cholesky decomposition)的第  $s$  行。

考虑任意节点  $i$ , 预测估计, 得到预测估计均值和预测协方差矩阵:

$$\hat{x}_{k|k-1}^i = \sum_{s=0}^{2n} \omega_s^{i,(m)} \chi_{s,k|k-1}^i, \quad (14)$$

$$\begin{aligned} P_{k|k-1}^i &= \\ &\sum_{s=0}^{2n} \omega_s^{i,(c)} [\chi_{s,k|k-1}^i - \hat{x}_{k|k-1}^i] [\chi_{s,k|k-1}^i - \hat{x}_{k|k-1}^i]^T, \end{aligned} \quad (15)$$

其中  $\chi_{s,k|k-1}^i = f(\chi_{s,k-1}^i)$ . 进而, 得到预测信息矩阵和信息向量:

$$Y_{k|k-1}^i = (P_{k|k-1}^i)^{-1}, \quad (16)$$

$$\begin{aligned} y_{k|k-1}^i &= Y_{k|k-1}^i \hat{x}_{k|k-1}^i = \\ &(P_{k|k-1}^i)^{-1} \sum_{s=0}^{2n} \omega_s^{i,(m)} \chi_{s,k|k-1}^i, \end{aligned} \quad (17)$$

其中  $\omega_s^{i,(c)}$  和  $\omega_s^{i,(m)}$  分别为对应于目标状态估计均值和协方差的权值, 即

$$\begin{cases} \omega_0^{i,(m)} = \iota/(n+\iota), \\ \omega_s^{i,(m)} = 1/[2(n+\iota)], \\ \omega_0^{i,(c)} = \iota/(n+\iota) + (1-\varsigma^2 + \tau), \\ \omega_s^{i,(c)} = 1/[2(n+\iota)], \end{cases} \quad (18)$$

其中:  $\varsigma$  为尺度参数,  $\tau$  为用于表征其它对后验估计结果产生影响的高阶参数, 上标  $m$  和  $c$  分别代表均值和协方差。

定义伪观测矩阵

$$H_k^i = (P_{k|k-1}^{i,xz})^T (P_{k|k-1}^i)^{-1}, \quad (19)$$

其中:

$$\begin{aligned} P_{k|k-1}^{i,xz} &= \\ &\sum_{s=0}^{2n} \omega_s^{i,(c)} [\chi_{s,k|k-1}^i - \hat{x}_{k|k-1}^i] [h(\chi_{s,k|k-1}^i) - \hat{z}_{k|k-1}^i]^T, \end{aligned} \quad (20)$$

$$\hat{z}_{k|k-1}^i = \sum_{s=0}^{2n} \omega_s^{i,(m)} h(\chi_{s,k|k-1}^i). \quad (21)$$

由此得到局部多源观测信息

$$\begin{cases} \varphi_k^j = \sum_{j \in N_i \cup \{i\}} (H_k^j)^T (R_{k|k-1}^j)^{-1} [z_k^j - \hat{z}_{k|k-1}^j], \\ \Phi_k^j = \sum_{j \in N_i \cup \{i\}} (H_k^j)^T (R_{k|k-1}^j)^{-1} H_k^j, \end{cases} \quad (22)$$

其中  $N_i$  为静态稀疏 WSN 中任意节点  $i$  的邻居集. 最后, 更新得到任意  $k$  时刻的局部后验估计信息向量和矩阵

$$\begin{cases} y_{k|k}^i = y_{k|k-1}^i + \varphi_k^j, \\ Y_{k|k}^i = Y_{k|k-1}^i + \Phi_k^j, \end{cases} \quad (23)$$

从而得到任意  $k$  时刻的局部状态后验估计协方差和均值:

$$P_{k|k}^i = (Y_{k|k}^i)^{-1}, \quad \hat{x}_{k|k}^i = P_{k|k}^i y_{k|k}^i. \quad (24)$$

LUIF 能够防止可能由无效节点引起的对目标状态估计的不良影响在整个 WSN 中传播和累积.

#### 3.2 加权平均一致性滤波器(WACF)

在稀疏 WSN 通信拓扑不发生随机动态变化的情况下, 利用加权平均一致性滤波机制对信息向量和信息矩阵形式的局部无偏估计量分别进行平均一致性滤波, 目的是使全局后验估计结果以信息矩阵对后验估计均值加权的形式输出, 从而合理消除稀疏 WSN 中节点之间在状态估计可靠性方面的差异.

**引理 3** 用无向图  $G = (V, \varepsilon)$  描述包含  $N$  个节点的静态稀疏 WSN 通信拓扑. 使各节点中的由 LUIF 输出的局部后验估计信息向量  $y_{k|k}^i$  和信息矩阵  $Y_{k|k}^i$  执行平均一致性算法

$$x_{k+1}^i = W_{ii} x_k^i + \sum_{j \in N_i} W_{ij} x_k^j, \quad \forall i, j \in V, \quad (25)$$

其中:  $N_i = \{j \in V | (i, j) \in \varepsilon\}$  为任意节点  $i$  的邻居集,  $W_{ij}$  为作用于  $x_k^j$  的加权值, 且满足条件

$$W_{ii} + \sum_{j \in N_i} W_{ij} = 1.$$

若  $G$  连通, 则各节点的后验估计均值将渐近收敛于加

权平均一致值<sup>[20]</sup>

$$x_{\text{avg}} = \left( \sum_{i=1}^N Y_0^i \right)^{-1} \sum_{i=1}^N Y_0^i x_0^i, \quad (26)$$

其中  $Y_0^i$  为任意节点  $i$  的初始信息矩阵.

根据文献[20,36]可知, 引理3结论得以成立的基础是引理4.

**引理4** 若静态稀疏WSN无向图是连通的, 则如式(25)所示的平均一致性算法, 能够使所有节点状态渐近收敛于如式(10)所示的平均一致值.

### 3.3 DUIF算法流程及问题分析(DUIF algorithm flow and problem analysis)

基于加权平均一致性滤波的DUIF算法的具体流程如图1所示. 从图1可以看出, WACF的运行依赖于LUIF输出的局部信息矩阵和局部信息向量, 而LUIF的运行则依赖于WACF输出的全局后验估计结果.

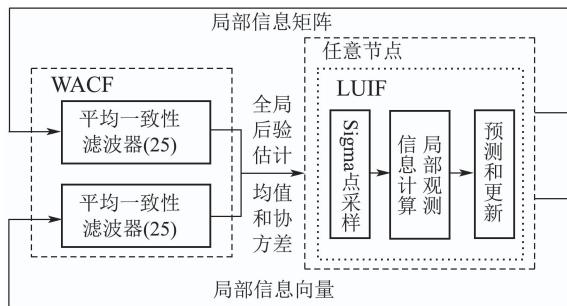


图1 基于加权平均一致性滤波的DUIF算法

Fig. 1 DUIF algorithm based on WACF

在WACF中, 两个相同的平均一致性算法(25)分别以  $y_{k|k}^i$  和  $Y_{k|k}^i$  为输入并行运行, 对所有节点的局部估计结果进行融合. 根据引理4可知, 两个平均一致性算法(25)在任意  $k$  时刻的输出将分别对所有节点输出值的平均值  $y_k^*$  和  $Y_k^*$  进行跟踪, 即

$$\begin{cases} y_{k|k}^i \rightarrow y_k^* = \sum_{i=1}^N y_{k|k}^i / N, \\ Y_{k|k}^i \rightarrow Y_k^* = \sum_{i=1}^N Y_{k|k}^i / N, \end{cases} \quad (27)$$

并且各个节点中两个平均一致性算法(25)的输出均将分别渐近趋于如下平均一致值:

$$\begin{cases} \lim_{k \rightarrow \infty} y_{k|k}^i = y_{\text{avg}} = \sum_{i=1}^N y_0^i / N, \\ \lim_{k \rightarrow \infty} Y_{k|k}^i = Y_{\text{avg}} = \sum_{i=1}^N Y_0^i / N. \end{cases} \quad (28)$$

由于收敛时间不可能达到无限, 所以式(27)所示跟踪过程总会存在一定的平均一致跟踪误差<sup>[37]</sup>, 即

$$\begin{cases} D_k^y = \sqrt{\left( \sum_{i=1}^N \|y_{k|k}^i - y_k^*\|^2 \right) / N}, \\ D_k^Y = \sqrt{\left( \sum_{i=1}^N \|Y_{k|k}^i - Y_k^*\|^2 \right) / N}, \end{cases} \quad (29)$$

但是只要平均一致性算法(25)能够在LUIF的一步迭代周期内完成有效收敛, 就可以将该误差收敛至合理范围, 从而不会对最终估计结果造成较大的负面影响.

然而, 在稀疏动态WSN中, 对于文献[20]中基于加权平均一致性滤波的DUIF算法而言, 随机动态变化的通信拓扑使WSN的连通性呈现断断续续的形式, 通信拓扑的稀疏度也在不断地发生变化, 这会造成算法中平均一致性算法(25)的收敛周期被拉长. 由于LUIF的一步迭代周期相当于固定的传感器节点观测时间间隔, 所以容易发生平均一致性算法(25)的收敛周期大于LUIF一步迭代周期的情况, 则平均一致性算法(25)将无法在LUIF一步迭代周期内完成有效收敛, 从而使WACF输出带有较大一致跟踪误差<sup>[37]</sup>的全局后验估计结果. 基于这种全局后验估计结果的LUIF的Sigma点采样过程必然也会被引入较大的不确定性, 从而也将输出不可靠的局部后验估计信息矩阵和向量作为WACF的输入. 如此往复, 适用于稀疏WSN的一致性快速DUIF算法将趋于失效.

### 4 并行融合 DUIF 算法 (Parallel fusion DUIF algorithm)

针对上述问题, 本文提出并行融合DUIF(parallel fusion DUIF, PF-DUIF)算法, 其具体流程如图2所示.

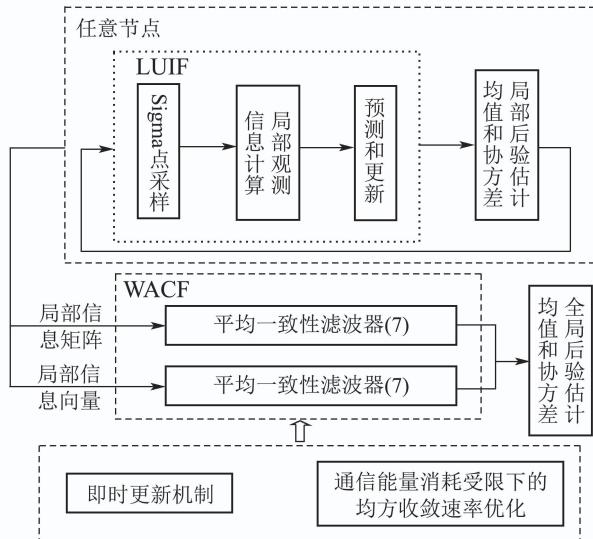


图2 并行融合DUIF算法

Fig. 2 Parallel fusion DUIF algorithm

与基于加权平均一致性滤波的DUIF算法的级联结构不同, PF-DUIF算法使LUIF和WACF能够并行运行. 将即时更新机制和通信能量消耗受限下的均方收敛速率优化作用于WACF, 以克服并行运行机制中可能发生的滤波异步问题和提高PF-DUIF算法的整体滤波效率.

#### 4.1 局部无迹信息滤波器(LUIF)

在PF-DUIF算法中, LUIF的滤波流程与第3.1节

所示滤波流程基本相同。但是,如图2所示,用于式(13)所示Sigma点采样的是实时局部后验估计均值 $\hat{x}_{k-1|k-1}^{i,l}$ 和协方差 $P_{k-1|k-1}^{i,l}$ 。由此,进行预测估计:

$$\hat{x}_{k|k-1}^{i,l} = \sum_{s=0}^{2n} \omega_s^{i,m} \chi_{s,k|k-1}^i, \quad (30)$$

$$P_{k|k-1}^{i,l} = \sum_{s=0}^{2n} \omega_s^{i,c} [\chi_{s,k|k-1}^i - \hat{x}_{k|k-1}^{i,l}] [\chi_{s,k|k-1}^i - \hat{x}_{k|k-1}^{i,l}]^T, \quad (31)$$

从而得到局部预测信息向量和矩阵

$$y_{k|k-1}^{i,l} = Y_{k|k-1}^{i,l} \hat{x}_{k|k-1}^{i,l}, \quad Y_{k|k-1}^{i,l} = (P_{k|k-1}^{i,l})^{-1}. \quad (32)$$

计算局部多源观测信息

$$\begin{cases} \varphi_k^j = \sum_{j \in \Omega_i \cup \{i\}} (H_k^j)^T (R_{k|k-1}^j)^{-1} [z_k^j - \hat{z}_{k|k-1}^{j,l}], \\ \Phi_k^j = \sum_{j \in \Omega_i \cup \{i\}} (H_k^j)^T (R_{k|k-1}^j)^{-1} H_k^j, \end{cases} \quad (33)$$

其中,与式(22)所示局部多源观测信息所不同的是,式(33)中的 $\hat{z}_{k|k-1}^{j,l}$ 为局部预测观测,即

$$\hat{z}_{k|k-1}^{i,l} = \sum_{s=0}^{2n} \omega_s^{i,m} h^i(\chi_{s,k|k-1}^i), \quad (34)$$

任意节点*i*的伪观测矩阵 $H_k^i$ 的计算如下

$$H_k^i = (P_{k|k-1}^{i,l,xz})^T (P_{k|k-1}^{i,l})^{-1}, \quad (35)$$

其中

$$\begin{aligned} P_{k|k-1}^{i,l,xz} &= \\ &\sum_{s=0}^{2n} \omega_s^{i,c} [\chi_{s,k|k-1}^i - \hat{x}_{k|k-1}^{i,l}] [h^i(\chi_{s,k|k-1}^i) - \hat{z}_{k|k-1}^{i,l}]^T, \end{aligned} \quad (36)$$

观测更新,则可以得到局部后验估计信息向量 $y_{k|k}^{i,l}$ 和信息矩阵 $Y_{k|k}^{i,l}$ :

$$\begin{cases} Y_{k|k}^{i,l} = Y_{k|k-1}^{i,l} + \Phi_k^j, \\ y_{k|k}^{i,l} = y_{k|k-1}^{i,l} + \varphi_k^j, \end{cases} \quad (37)$$

从而可以得到局部后验估计均值和协方差

$$P_{k|k}^{i,l} = (Y_{k|k}^{i,l})^{-1}, \quad \hat{x}_{k|k}^{i,l} = (Y_{k|k}^{i,l})^{-1} y_{k|k}^{i,l}. \quad (38)$$

在式(30)–(38)中,变量的上标*l*表示该变量为LUIF得到的局部变量。由式(30)–(38)所示滤波过程可以看出,无论通信拓扑如何变化,LUIF输出的局部信息矩阵 $Y_{k|k}^{i,l}$ 和信息向量 $y_{k|k}^{i,l}$ 不会受到可能极不充分收敛的全局后验估计结果的不良影响。在此情况下,WACF和LUIF能够并行运行。

同时,值得注意的是,在上述LUIF中,用于Sigma点采样的实时局部后验估计均值 $\hat{x}_{k-1|k-1}^{i,l}$ 必须是无偏估计量<sup>[38]</sup>。下文中的定理2将证明 $\hat{x}_{k-1|k-1}^{i,l}$ 是无偏估

计量。

#### 4.2 加权平均一致性滤波器(WACF)

在PF-DUIF算法中,为了抵制稀疏通信拓扑的不良影响,对所有节点局部估计结果的一致融合依然采用基于加权平均一致性的DUIF算法的WACF原理和结构。但是,由于加权值 $W_{ij}$ 在随机动态通信拓扑中是时变的,所以需采用式(7)所示的平均一致性算法对局部信息矩阵和向量分别进行一致融合。为了便于分析,将式(7)所示算法化为向量形式

$$x_{k+1} = W_k x_k = (\prod_{t=0}^k W_t) x_0. \quad (39)$$

令

$$\Psi_{k+1} = \prod_{t=0}^k W_t, \quad (40)$$

则式(39)可以化为

$$x_{k+1} = \Psi_{k+1} x_0. \quad (41)$$

基于稀疏动态WSN的平均网络模型,根据文献[36],选择在任意时刻均赋予所有通信连接边相同的权值 $\alpha$ ,则可以计算任意时刻*k*的状态加权矩阵

$$W_k = I - \alpha L_k \quad (42)$$

对应的平均状态加权矩阵为

$$\bar{W} = I - \alpha \bar{L}. \quad (43)$$

考察算法(39)的均方收敛特性,根据引理2,当 $\bar{G}$ 是连通的,即 $\lambda_2(\bar{L}) > 0$ ,则算法(39)均方收敛至平均一致值(10),即

$$\begin{aligned} x_{\text{avg}} &= \lim_{k \rightarrow \infty} x_k = \lim_{k \rightarrow \infty} (\prod_{t=0}^{k-1} W_t) x_0 = \\ &\lim_{k \rightarrow \infty} \Psi_k x_0 = \frac{\mathbf{I}\mathbf{I}^T}{N} x_0. \end{aligned} \quad (44)$$

根据式(44)可知,式(10)等价于

$$\lim_{k \rightarrow \infty} (\prod_{t=0}^{k-1} W_t) = \lim_{k \rightarrow \infty} \Psi_k = \frac{\mathbf{I}\mathbf{I}^T}{N}. \quad (45)$$

**定理1** 用平均网络无向图 $\bar{G}$ 描述稀疏动态WSN通信拓扑,节点数为*N*。在PF-DUIF算法中,使各节点中的由LUIF输出的局部后验估计信息向量 $y_{k|k}^{i,l}$ 和信息矩阵 $Y_{k|k}^{i,l}$ 执行平均一致性算法(39),若 $\bar{G}$ 连通,则各节点的后验估计均值将渐近收敛于加权平均一致值(26)。

**证** 根据引理2,在 $\bar{G}$ 连通的前提下,由LUIF输出的局部后验估计信息向量 $y_{k|k}^{i,l}$ 和信息矩阵 $Y_{k|k}^{i,l}$ 执行平均一致性算法(39),将输出平均一致值

$$y_{\text{avg}} = \sum_{i=1}^N y_0^i / N, \quad Y_{\text{avg}} = \sum_{i=1}^N Y_0^i / N. \quad (46)$$

根据数列极限运算法则,推导得到PF-DUIF算法最终的后验估计均值

$$\begin{aligned}
x_{\text{avg}} &= \lim_{k \rightarrow \infty} x_{k|k}^i = \\
&\lim_{k \rightarrow \infty} (Y_{k|k}^i)^{-1} y_{k|k}^i = \\
&\lim_{k \rightarrow \infty} (Y_{k|k}^i)^{-1} \cdot \lim_{k \rightarrow \infty} y_{k|k}^i = \\
&(\lim_{k \rightarrow \infty} Y_{k|k}^i)^{-1} \cdot \lim_{k \rightarrow \infty} y_{k|k}^i = \\
&(Y_{\text{avg}})^{-1} y_{\text{avg}} = \\
&(\sum_{i=1}^N Y_0^i)^{-1} \sum_{i=1}^N Y_0^i x_0^i. \tag{47}
\end{aligned}$$

证毕.

**注 1** 在稀疏动态WSN中, 通信拓扑的随机动态变化导致无向图的拉普拉斯矩阵是时变矩阵, 根据式(42), 平均一致性算法中的状态加权矩阵也必然是时变矩阵, 因而相比于多速率一致融合分布式粒子滤波算法采用状态加权矩阵不变的平均一致性算法(25)<sup>[33]</sup>, PF-DUIF算法采用式(7)和式(39)所示的平均一致性算法是更为合理地选择.

值得注意的是, 只有如图2所示LUIF输出的局部估计均值是无偏估计量, 平均一致性算法(39)才能有效收敛<sup>[38]</sup>, 因而还需给出定理2的结论.

**定理 2** 若局部后验估计协方差矩阵  $P_k^{i,l} = P_{k|k}^{i,l}$  可逆, 即信息矩阵  $Y_k^{i,l} = (P_k^{i,l})^{-1}$  存在, 则LUIF输出的局部后验估计均值是无偏估计量, 即  $E\hat{x}_k^{i,l} = x$ .

**证** 根据式(23)可知, 对于任意节点*i*而言, 初始信息向量  $y_0^i$  的更新为

$$y_0^i = y + \varphi_0^j, \tag{48}$$

其中  $y$  为被估计未知状态  $x$  的信息向量, 在稀疏动态 WSN 中

$$\varphi_0^j = \sum_{j \in N_k^i \cup \{i\}} (H_0^j)^T (R_{0|-1}^j)^{-1} [z_0^j - \hat{z}_{0|-1}^j], \tag{49}$$

易知  $z_0^j - \hat{z}_{0|-1}^j \approx v_0^j$ , 所以

$$\varphi_0^j \approx \sum_{j \in N_k^i \cup \{i\}} (H_0^j)^T (R_{0|-1}^j)^{-1} v_0^j. \tag{50}$$

根据式(41)可得

$$\begin{cases} Y_k^{i,l} = \sum_{j=1}^N \Psi_k^{ij} Y_0^j, \\ y_k^{i,l} = \sum_{j=1}^N \Psi_k^{ij} y_0^j, \end{cases} \tag{51}$$

当局部后验估计协方差矩阵  $P_k^{i,l}$  是可逆的, 则

$$\begin{aligned}
E\hat{x}_k^i &= E[(Y_k^i)^{-1} y_k^i] = \\
&E[(Y_k^i)^{-1} (\sum_{j=1}^N \Psi_k^{ij} y_0^j)] = \\
&E[(Y_k^i)^{-1} (\sum_{j=1}^N \Psi_k^{ij} (y + \varphi_0^j))] = \\
&E[(Y_k^i)^{-1} (\sum_{j=1}^N \Psi_k^{ij} (Y_0^j x + \varphi_0^j))] =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&E[(Y_k^i)^{-1} (\sum_{j=1}^N \Psi_k^{ij} Y_0^j x + \sum_{j=1}^N \Psi_k^{ij} \varphi_0^j)] = \\
&E[(Y_k^i)^{-1} (Y_k^i x + \sum_{j=1}^N \Psi_k^{ij} \varphi_0^j)] = \\
&x + E[(Y_k^i)^{-1} (\sum_{j=1}^N \Psi_k^{ij} \varphi_0^j)] = \\
&x + \sum_{j=1}^N E[\Psi_k^{ij} (Y_k^i)^{-1} \varphi_0^j]. \tag{52}
\end{aligned}$$

联立式(47)和式(52), 并由于  $Ev_0^j = 0$ , 可得

$$\hat{x}_k^{i,l} = x. \tag{53}$$

证毕.

### 4.3 滤波同步(Filter synchronisation)

PF-DUIF 算法中 LUIF 和 WACF 并行运行的机制使 WACF 中的平均一致性算法(39)在稀疏动态通信拓扑中能够无需一定要在 LUIF 的一步迭代周期内完成有效收敛, 即有效收敛可以在任意长度的时间间隔内完成, 从而使算法免遭由于 WACF 整体收敛不充分而带来的较大平均一致跟踪误差的困扰. 然而, 这种机制下会极易出现 ACF 收敛周期大于 LUIF 一步迭代周期的情况, 即 WACF 延迟于 LUIF 的滤波异步问题.

图3所示为一种最严重的异步情况, WACF 和 LUIF 的整体收敛周期和一步迭代周期分别为  $T_W$  和  $T_L$ , 容易看出,  $T_L$  实质上就是传感器的观测周期, 一般是固定的, 但是  $T_W$  的大小却是根据 WSN 通信网络连通情况而呈现参差不齐的情形, 并从滤波开始 WACF 便延迟了 LUIF 至少一个滤波周期. 在这种情况下, WACF 每一步迭代更新的将不再是当前时刻的实时局部后验无偏估计结果, 这势必会造成分布式估计的失效.

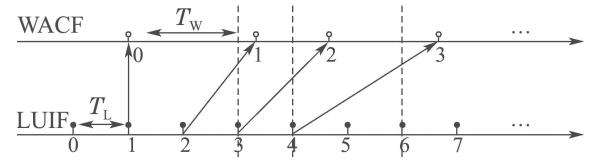


图 3 WACF 延迟于 LUIF

Fig. 3 WACF is delayed compared with LUIF

针对上述WACF延迟于LUIF的滤波异步问题, 建立WACF的即时更新机制, 使WACF进行一致性融合的对象均是最新的局部后验估计结果, 如图4所示.

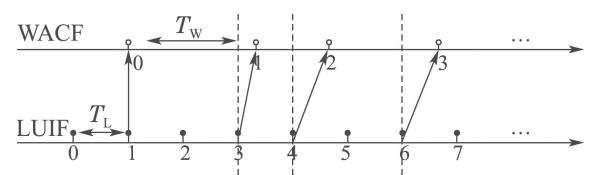


图 4 即时更新机制

Fig. 4 Real-time update mechanism

#### 4.4 收敛速率优化(Convergence rate modification)

具体地,考察平均一致性算法(7)的均方收敛特性,首先给出引理5.

**引理5** 对于任意初始状态向量 $x_0 \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ ,

$$\|x_{k+1} - x_{\text{avg}}\|_2 \leq \left( \prod_{t=0}^k \rho(W_t - \frac{\mathbf{I}\mathbf{I}^T}{N}) \right) \|x_0 - x_{\text{avg}}\|_2, \quad (54)$$

其中 $\rho(\cdot)$ 为矩阵的谱半径<sup>[15]</sup>.

在假设 $W_k$ 取值独立同分布的前提下,根据引理5可以得到平均一致性算法(7)另一种形式的均方收敛充要条件.

**引理6** 若 $E[\rho(W - \mathbf{I}\mathbf{I}^T/N)] < 1$ , 则<sup>[15]</sup>

$$\lim_{k \rightarrow \infty} E\|x_k - x_{\text{avg}}\|_2 = 0.$$

根据引理6,可以分别对平均一致性算法(7)的均方收敛因子 $C(\alpha, \bar{L})$ 和均方收敛速率 $S_g(\alpha, \bar{L})$ 描述如下:

$$C(\alpha, \bar{L}) = E[\rho(W - \frac{\mathbf{I}\mathbf{I}^T}{N})], \quad (55)$$

$$S_g(\alpha, \bar{L}) = -\ln C(\alpha, \bar{L}) = \ln(E[\rho(W - \frac{\mathbf{I}\mathbf{I}^T}{N})])^{-1}. \quad (56)$$

可以看出,  $C(\alpha, \bar{L})$ 的值越小,  $S_g(\alpha, \bar{L})$ 的值越大, 同时算法(7)均方收敛速率越快.

根据文献[15], 在 $\lambda_2(\bar{L}) > 0$ 的前提下, 可以通过选择 $\alpha$ 的值, 使平均一致性算法(7)均方收敛. 特殊地, 可以将权值

$$\alpha = \frac{1}{2d_{\text{amx}}}, \quad (57)$$

赋予稀疏动态WSN的所有通信连接边. 在此基础上, 可以得到 $C(\alpha, \bar{L})$ 和 $S_g(\alpha, \bar{L})$ 的计算式

$$C(\alpha, \bar{L}) = 1 - (1/2d_{\text{amx}})E[\lambda_2(L)] < 1, \quad (58)$$

$$S_g(\alpha, \bar{L}) = -\ln\{1 - (1/2d_{\text{amx}})E[\lambda_2(L)]\}. \quad (59)$$

由式(59)可知, 算法(7)均方收敛速率与 $E[\lambda_2(L)]$ 的值成正比. 同时, 由于 $E[\lambda_2(L)]$ 的值与 $\lambda_2(\bar{L})$ 成正比. 并且, 相对于 $E[\lambda_2(L)]$ ,  $\lambda_2(\bar{L})$ 更容易计算. 所以, 为了提高均方收敛速率, 应该尽量增大 $\lambda_2(\bar{L})$ 的值.

$\lambda_2(\bar{L})$ 实质上代表了平均网络通信拓扑无向图 $\bar{G}$ 的代数连通度. 一般地,  $\lambda_2(\bar{L})$ 值的大小和WSN通信能量消耗均与WSN通信拓扑稀疏度成正比<sup>[39]</sup>. 在节点之间通信连接以概率矩阵 $P$ 发生随机动态变化的稀疏动态WSN中, 单纯地增大 $\lambda_2(\bar{L})$ 的值势必会造成通信能量消耗的增大, 然而在实际中传感器节点的能量往往是有有限的. 因此, 采用通信能量消耗受限下的交替随机一致性(alternate randomized consensus under communication cost constraints, ARCCC)方法进行

$\lambda_2(\bar{L})$ 值的最大化:

$$\begin{aligned} & \max_{\bar{L}} \lambda_2(\bar{L}), \\ & \text{s.t. } \begin{cases} \bar{L} = \bar{L}^T \in \mathbb{R}^{N \times N}, \\ -1 \leq \bar{L}_{ij} \leq 0, i, j \in V, i \neq j, \\ \bar{L}1 = 0, \\ -\frac{1}{2}\text{tr}(C\bar{L}) \leq U, \end{cases} \end{aligned} \quad (60)$$

其中:  $U$ 为能量上限,  $C$ 为能量矩阵

$$C = [C_{ij}]_{N \times N} = C^T,$$

其中 $C_{ij}$ 为任意节点*i*和*j*之间的通信消耗:

$$C_{ij} = \begin{cases} \eta d_{ij}^2, & (i, j) \in \varepsilon, \\ \infty, & \text{其他,} \end{cases} \quad (61)$$

其中:  $\eta$ 为比例参数,  $d_{ij}$ 为任意节点*i*和*j*之间的欧式距离.

式(60)所示的ARCCC方法实质上是在稀疏WSN的动态变化过程中, 不断通过半正定规划(semidefinite programming, SDP)方法对概率矩阵 $P$ 进行配置, 从而根据式(3)–(5)求解在通信消耗受限条件下的 $\lambda_2(\bar{L})$ 最大值和任意时刻的通信连接边权值 $\alpha$ , 实现动态拓扑优化, 提高算法(7)均方收敛速率, 并根据式(42)–(43)得到加权矩阵 $W_k$ 和平均状态加权矩阵 $\bar{W}$ .

值得注意的是, 基于稀疏动态WSN的平均网络无向图模型 $\bar{G}$ , 对WACF中平均一致性算法的均方收敛速率进行优化, 实质上是缩短了WACF的整体收敛周期 $T_W$ . 从理论上说, 这样可以在一定程度上改善WACF延迟于LUIF的不利状况, 从而在提高一致性PF–DUIF算法滤波效率的同时, 缓解滤波异步问题.

#### 5 仿真实验(Simulations)

为了便于讨论, 分别记集中式无迹信息滤波(centralized unscented information filter, CUIF)算法、基于加权平均一致性滤波的DUIF算法、多速率一致融合分布式粒子滤波算法和PF–DUIF算法为算法1、算法2、算法3和算法4. 进而, 分别应用上述4种算法进行稀疏动态WSN单目标跟踪中的目标状态分布式估计, 验证本文PF–DUIF算法具有更高的分布式估计精度和滤波效率.

以平均估计误差(average estimated error, AE)衡量分布式估计精度, 即

$$AE_k = (\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \|\hat{x}_k^i - x_k\|_2)^{1/2}, \quad (62)$$

一致性算法收敛速率的衡量指标主要为加权平均一致跟踪误差(weighted average consensus tracking error, WE), 即

$$WE_k = (\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \|\hat{x}_k^i - x_{k,\text{avg}}\|_2)^{1/2}, \quad (63)$$

其中  $x_{k,\text{avg}} = (\sum_{i=1}^N Y_k^i)^{-1} \sum_{i=1}^N Y_k^i \hat{x}_k^i$  为各节点任意时刻  $k$  目标状态估计的加权平均一致值.

### 5.1 仿真模型(Simulation model)

如图5所示, 随机分布  $N = 60$  个传感器节点于  $100 \text{ m} \times 100 \text{ m}$  的二维环境中. 节点坐标服从均匀分布. 设置节点感知范围为半径  $15 \text{ m}$  的圆形区域.

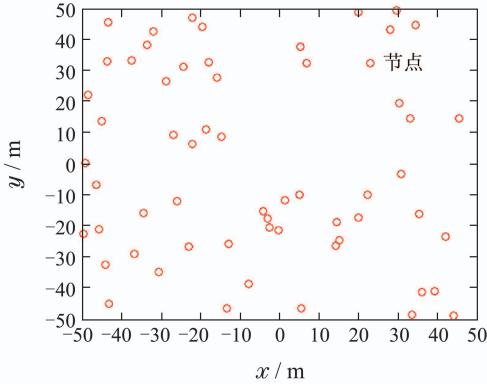


图5 节点分布

Fig. 5 Node distribution

设置传感器节点的通信距离为  $\sqrt{5.9N} \text{ m}$ . 当通信状况理想时, WSN拥有最大的有效通信连接边(蓝色实线)数量为  $M_{\max} = 304$ , 如图6所示, 易知

$$M_{\max} << N(N-1)/2 = 1770.$$

进而, 假设图5所示的WSN中任意节点  $i$  和  $j$  之间是否存在有效通信连接服从式(2)所示的伯努利分布, 即  $P_{ij} \in [0, 1]$  且同时服从假设2和假设3. 那么, 在保证无向图连通的情况下, 任意时刻  $k$  的有效通信连接边数量  $M_k \leq M_{\max}$ . 因此, 如图5所示节点形成的WSN是一种稀疏动态WSN.

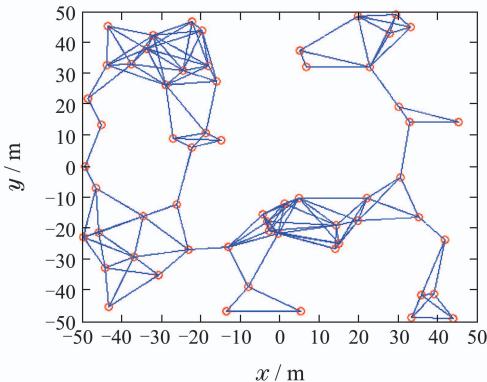


图6 通信状况理想时的稀疏WSN

Fig. 6 Wireless sensor network when the communication conditions are idea

当通信状况理想, 即概率矩阵  $P$  满足

$$\begin{cases} P[(i, j) \in \varepsilon_k] = 1, \\ P[(i, j) \notin \varepsilon_k] = 0, \end{cases} \quad (64)$$

则图5所示节点将始终形成如图6所示的稀疏WSN, 此时的通信能量消耗无疑是最大的, 因而根据式(61)和图6, 设置  $\eta = 1$ , 计算出能量上限为

$$U = -\frac{1}{2} \text{tr}(C \bar{L}) = 2.7889 \times 10^5.$$

任意传感器节点  $i$  的观测模型描述如下:

$$z_k^i = \begin{bmatrix} \sqrt{(x_k^i - x^i) + (y_k^i - y^i)} \\ \arctan(y_k^i - y^i)/(x_k^i - x^i) \end{bmatrix} + v_k^i, \quad (65)$$

其中:  $(x^i, y^i)$  为节点  $i$  的位置坐标,  $(x_k^i, y_k^i)$  为节点  $i$  在任意时刻  $k$  观测得到的目标位置坐标.

二维笛卡尔坐标系下, 用  $x_k = [x_k, y_k, \dot{x}_k, \dot{y}_k]^T$  描述任意时刻  $k$  的目标状态. 其中,  $x_k$  和  $y_k$  分别为目标在  $X$  轴和  $Y$  轴方向的位置分量,  $\dot{x}_k$  和  $\dot{y}_k$  分别为目标在  $X$  轴和  $Y$  轴方向的速度分量. 目标的非线性系统方程的描述形式与式(12)相同.

系统噪声和观测噪声均为零均值高斯白噪声, 其方差分别为

$$Q_k = \text{diag}\{3, 3, 1, 1\}, R_k = 5I_2,$$

设置目标初始状态为

$$x_0 = [-10 \text{ m} \ 20 \text{ m} \ 0.2 \text{ m/s} \ -0.3 \text{ m/s}]^T.$$

### 5.2 仿真结果(Simulation results)

目标从初始位置开始的真实运动轨迹如图7所示.

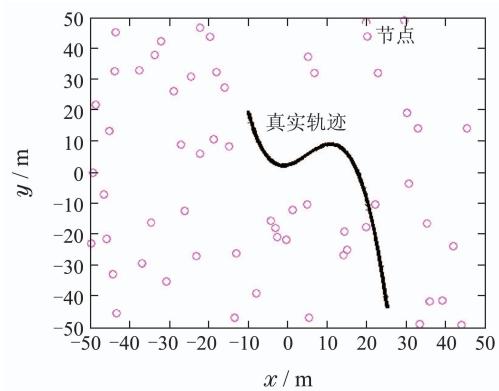


图7 真实轨迹

Fig. 7 True trajectory of target

由图7节点分布、节点感知范围和目标真实运动轨迹可以看出, 稀疏动态WSN中极易存在如文献[20]所介绍的无效节点. 设置任意无效节点  $i'$  和任意非无效节点  $i$  的初始信息矩阵分别为  $Y_0^{i'} = 3.0e^{-4} I_4$  和  $Y_0^i = 0.04I_4$ .

图8所示为算法1、算法2、算法3和算法4的跟踪结果. 图9所示为各自的跟踪平均估计误差曲线.

由图8可以直观地看出, 在能量消耗受限的稀疏动态WSN中, 本文提出的算法4的跟踪效果最接近算法1, 由于通信拓扑的随机动态变化, 算法2几乎从初始时刻开始便失效了, 并且由于稀疏通信拓扑的影响,

算法3的估计精度低于算法4。从图9可以看出，平均估计误差曲线的趋势较好地诠释了图8显示的跟踪效果。

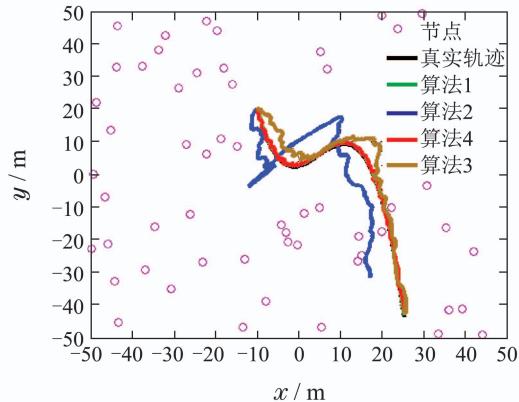


图8 跟踪结果

Fig. 8 Tracking result

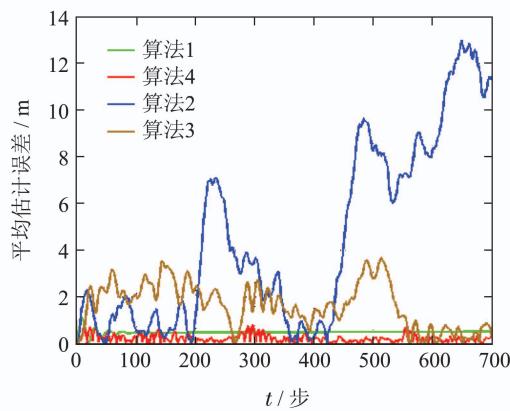


图9 平均估计误差

Fig. 9 Average estimated error

图10所示为算法4的加权平均一致跟踪误差曲线，可以看出，在整个目标跟踪过程中，算法4的WACF收敛较快。同时，从表1可以看出，算法4运行700步所耗费的平均运行时间是最少的，并且具有最小的平均估计误差均值。

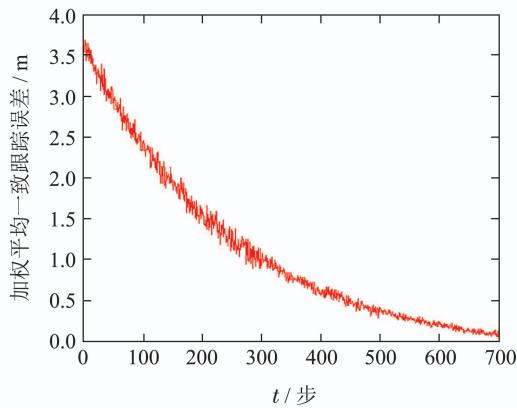


图10 PF-DUIF算法加权平均一致跟踪误差

Fig. 10 Weighted average consensus tracking error of PF-DUIF algorithm

表1 算法性能比较

Table 1 The comparison of algorithm performance

算法	平均运行时间/s	平均估计误差均值/m
算法1	3.7843	0.4860
算法2	2.7467	5.8016
算法3	6.3353	1.2803
算法4	1.9389	0.4676

在节点通信范围不变和概率矩阵满足如式(64)所示条件的情况下，将WSN节点数量减少为 $N = 50$ ，则WSN拥有最大的有效通信连接边数量为 $M_{\max} = 229$ ，如图11所示，由入式(1)所示条件可知，这依然是一种稀疏动态WSN。

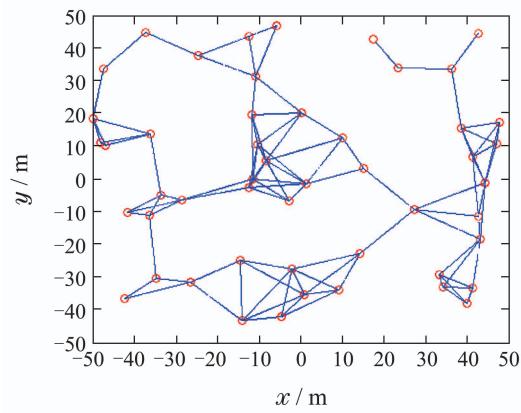


图11 稀疏动态WSN

Fig. 11 Sparser dynamic WSN

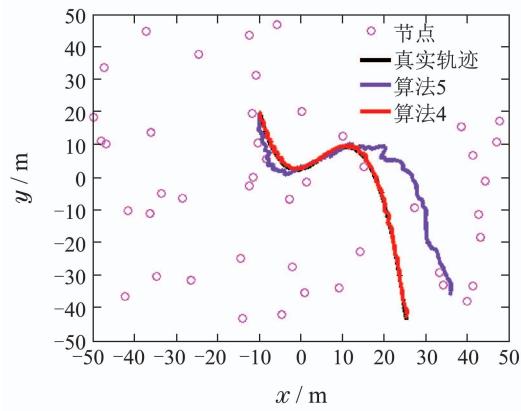


图12 跟踪结果

Fig. 12 Tracking result

为验证即时更新机制在抑制PF-DUIF算法滤波异步方面的重要作用，记不包含即时更新机制的不完整PF-DUIF算法为算法5，让算法5与算法4在图11所示稀疏动态WSN中进行目标跟踪。图12所示为算法4和算法5跟踪结果。图13所示为平均估计误差。

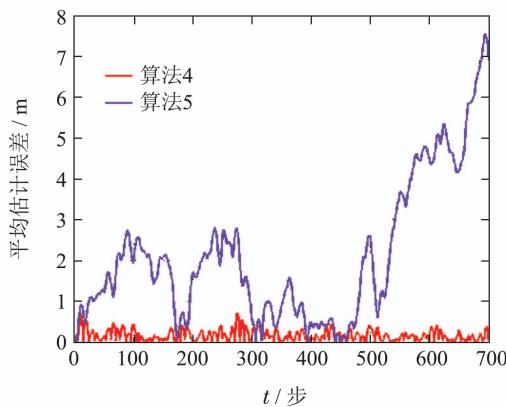


图 13 平均估计误差

Fig. 13 Average estimated error

从图12和图13可以看出,由于缺少了即时更新机制,不完整PF-DUIF算法的滤波效果极不稳定,并且,在大约第450步的时刻,滤波结果开始趋于发散。同时,虽然第4.4节中阐明收敛速率优化从理论上说可以在一定程度上缓解滤波异步问题,但是从图12-13还可以看出,当本文算法4应用于稀疏动态WSN时,收敛速率优化并不能完全避免滤波异步带来的估计失效问题,因此在目前情况下,即时更新机制还是不可或缺的。

## 6 结论(Conclusions)

相对于稀疏WSN或者动态WSN,由于同时存在稀疏和随机动态这两种通信拓扑不稳定因素,稀疏动态WSN对基于一致性算法的分布式估计方法的有效应用提出了更高的要求。为此,本文设计了一种并行融合DUIF算法。在PF-DUIF算法中,LUIF和WACF的并行运行有效回避了因通信拓扑随机动态变化而引起的一致跟踪误差的不利影响;WACF中对局部信息矩阵和信息向量分别展开的平均一致性滤波有效降低了稀疏通信拓扑带来的平均估计误差;并且作用于WACF的即时更新机制,有效抑制了可能发生的滤波异步问题;同时,能量消耗受限下的动态通信拓扑优化,使WACF中的平均一致性算法收敛速率得以提高,从而也提高了PF-DUIF算法的滤波效率。下一步工作将是实现对PF-DUIF算法的计算复杂度进行深入研究分析和精确描述,并研究通信网络的稀疏程度对PF-DUIF算法的影响。

## 参考文献(References):

- [1] SUN Yijie, ZHANG Guoliang, ZHANG Shengxiu, et al. Convergence analysis for consensus protocol of heterogeneous multi-agent systems [J]. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(11): 1524 – 1529.)  
(孙一杰, 张国良, 张胜修, 等. 一类异构多智能体系统一致性协议的收敛性分析 [J]. 控制理论与应用, 2014, 31(11): 1524 – 1529.)
- [2] CORKE P, WARK T, JURDAK R, et al. Environmental wireless sensor networks [J]. *Proceedings of the IEEE*, 2010, 98(11): 1903 – 1917.
- [3] ZANG Chuanzhi, LIANG Weihua, YU Haibin. Target tracking based on moving agent in wireless sensor network [J]. *Control Theory & Applications*, 2006, 23(4): 601 – 605.  
(臧传治, 梁伟华, 于海斌. 无线传感器网络中基于移动智能体的目标跟踪 [J]. 控制理论与应用, 2006, 23(4): 601 – 605.)
- [4] OLFATI-SABER R. Distributed Kalman filtering for sensor networks [C] // *Proceedings of IEEE Conference on Decision and Control*. New Orleans: IEEE, 2007: 5492 – 5498.
- [5] ZHOU Y, LI J. Distributed sigma-point Kalman filtering for sensor networks: Dynamic consensus approach [C] // *Proceedings of IEEE Conference on Systems, Man and Cybernetics*. New Jersey: IEEE, 2009: 5178 – 5183.
- [6] GU D. Distributed particle filter for target tracking [C] // *Proceedings of IEEE Conference on Robotics and Automation*. Roma: IEEE, 2007: 3856 – 3861.
- [7] ZHAO F, GUIBAS L J. *Wireless Sensor Networks: an Information Processing Approach* [M]. San Francisco: Morgan Kaufmann Press, 2004.
- [8] LUO Xu, CHAI Li, YANG Jun. Mobile diffusion source tracking in wireless sensor networks [J]. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(2): 201 – 208.  
(罗旭, 柴利, 杨君. 无线传感器网络下移动扩散源追踪算法 [J]. 控制理论与应用, 2014, 31(2): 201 – 208.)
- [9] ZHAO T, NEHORAI A. Distributed sequential Bayesian estimation of a diffusive source in wireless sensor networks [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(4): 1511 – 1524.
- [10] GRIME S, DURRANT-WHYTE H F. Data fusion in decentralized sensor networks [J]. *Control Engineering Practice*, 1994, 2(5): 849 – 863.
- [11] ONG L L, BAILEY T, DURRANT-WHYTE H, et al. Decentralised particle filtering for multiple target tracking in wireless sensor networks [C] // *Proceedings of IEEE Conference on Information Fusion*. Cologne: IEEE, 2008: 1 – 8.
- [12] OLFATI-SABER R, FAX J A, MURRAY R M. Consensus and co-operation in networked multi-agent systems [J]. *Proceedings of the IEEE*, 2007, 95(1): 215 – 233.
- [13] SCHIZAS I D, RIBEIRO A, GIANNAKIS G B. Consensus in ad hoc WSNs with noisy links-Part I: distributed estimation of deterministic signals [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(1): 350 – 364.
- [14] SCHIZAS I D, GIANNAKIS G B, ROUMELIOTIS S I, et al. Consensus in ad hoc WSNs with noisy links-Part II: distributed estimation and smoothing of random signals [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(4): 1650 – 1666.
- [15] KAR S, MOURA J M F. Sensor networks with random links: Topology design for distributed consensus [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(7): 3315 – 3326.
- [16] ZHOU Y, WANG D, LI J. Consensus 3-D bearings-only tracking in switching sensor networks [J]. *Signal Processing*, 2014, 105(12): 148 – 155.
- [17] FEDERICA G, LUCA S. *Networked Control Systems* [M]. London: Springer, 2011.
- [18] HLINKA O, HLAWATSCH F, DJURIC P M. Distributed particle filtering in agent networks: a survey, classification, and comparison [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2013, 30(1): 61 – 81.
- [19] KAMAL A T, FARRELL J A, Roy-CHOWDHURY A K. Information weighted consensus filters and their application in distributed camera networks [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2013, 58(12): 3112 – 3125.

- [20] TANG Wenjun, ZHANG Guoliang, ZENG Jing, et al. An improved distributed unscented information filter algorithm for sparse wireless sensor network [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2014, 40(11): 2490 – 2498.  
(汤文俊, 张国良, 曾静, 等. 一种适用于稀疏无线传感器网络的改进分布式UIF算法 [J]. 自动化学报, 2014, 40(11): 2490 – 2498.)
- [21] KAMAL A T, DING C, SONG B, et al. A generalized Kalman consensus filter for wide-area video networks [C] //Proceedings of IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference. Orlando: IEEE, 2011: 7863 – 7869.
- [22] KAMAL A T, FARRELL J A, CHOWDHURY A K R. Information weighted consensus [C] //Proceedings of IEEE Conference on Decision and Control. Maui: IEEE, 2012: 2732 – 2737.
- [23] TANG W, ZHANG G, ZENG J, et al. Information weighted consensus-based distributed particle filter for large-scale sparse wireless sensor networks [J]. *IET Communications*, 2014, 8(17): 3113 – 3121.
- [24] LI W, JIA Y, DU J. Distributed Kalman consensus filter with intermittent observations [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2015. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jfranklin.2015.01.002>.
- [25] KIM D Y, YOON J H, KIM Y H, et al. Distributed information fusion filter with intermittent observations [C] //Proceedings of IEEE Conference on Information Fusion. Maui: IEEE, 2010: 1 – 7.
- [26] CHEN B, ZHANG W A, YU L. Distributed fusion estimation with missing measurements, random transmission delays and packet dropouts [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2014, 59(7): 1961 – 1967.
- [27] ZHOU Z, FANG H, HONG Y. Distributed estimation for moving target based on state-consensus strategy [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2013, 58(8): 2096 – 2101.
- [28] SHEN B, WANG Z, HUNG Y S. Distributed  $H_\infty$  consensus filtering in sensor networks with multiple missing measurements: the finite-horizon case [J]. *Automatica*, 2010, 46(10): 1682 – 1688.
- [29] YU H, ZHUANG Y, WANG W. Distributed  $H_\infty$  filtering in sensor networks with randomly occurred missing measurements and communication link failures [J]. *Information Sciences*, 2013, 222: 424 – 438.
- [30] UGRINOVSKII V. Distributed robust estimation over randomly switching networks using  $H_\infty$  consensus [J]. *Automatica*, 2013, 49(1): 160 – 168.
- [31] HLINKA O, HLAWATSCH F, DJURIC P. Distributed sequential estimation in asynchronous wireless sensor networks [J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2015, 22(11): 1965 – 1969.
- [32] MOHAMMADI A, ASIF A. Distributed consensus innovation particle filtering for bearing/range tracking with communication constraints [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, 63(3): 620 – 635.
- [33] MOHAMMADI A, ASIF A. Distributed particle filter implementation with intermittent/irregular consensus convergence [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2013, 61(10): 2572 – 2587.
- [34] OLFATI-SABER R. Kalman-consensus filter: Optimality, stability, and performance [C] //Proceedings of IEEE Conference on Decision and Control and Chinese Control. Shanghai: IEEE, 2009: 7036 – 7042.
- [35] KAR S, MOURA J M F. Distributed average consensus in sensor networks with random link failures [C] //Proceedings of IEEE Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. Honolulu: IEEE, 2007, 2: 1013 – 1016.
- [36] XIAO L, BOYD S. Fast linear iterations for distributed averaging [J]. *Systems & Control Letters*, 2004, 53(1): 65 – 78.
- [37] WAN Y M, DONG W, YE H. Distributed  $H_\infty$  filtering with consensus strategies in sensor networks: considering consensus tracking error [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2012, 38(7): 1211 – 1217.
- [38] SUN S. Multi-sensor optimal information fusion Kalman filters with applications [J]. *Aerospace Science and Technology*, 2004, 8(1): 57 – 62.
- [39] OLFATI-SABER R, MURRAY R M. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, 49(9): 1520 – 1533.

### 作者简介:

**汤文俊** (1986–), 男, 博士研究生, 主要研究方向为多智能体协同导航与控制、无线传感器网络信息融合, E-mail: tangtcycy@sohu.com;

**张国良** (1970–), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为先进控制理论与应用、机器人技术, E-mail: zhgl@sohu.com;

**曾 静** (1973–), 女, 副教授, 硕士生导师, 主要研究方向为多机器人协同导航, E-mail: moulaizj@163.com;

**徐 君** (1986–), 男, 博士研究生, 主要研究方向为多智能体协同导航与控制, E-mail: Junxu1021@126.com;

**姚三亮** (1991–), 男, 博士研究生, 主要研究方向为移动机器人同时定位与地图创建, E-mail: 752075897@qq.com.