

一种新型线性二阶滤波器的研究与应用

李军[†], 万文军, 王越超

(广东电网有限责任公司电力科学研究院, 广东广州 510080)

摘要: 针对线性二阶滤波器时间滞后的问题, 提出了一种LCR正弦跟踪的变形结构和新型正弦跟踪的新方法。通过对变形结构深入的理论研究和分析后得出, LCR正弦跟踪器特性的不理想, 是造成二阶滤波器滞后问题的内在原因。通过正交调幅和正交解调等技术构造出一种新型的正弦跟踪器, 采用新型正弦跟踪器构造出的新型二阶滤波器, 具有滞后时间较小和抗噪声干扰特性较强等优良的线性滤波特性。文中提出的方法属于一种线性滤波技术, 能够应用在控制理论的信号滤波等方面。通过数学分析、仿真实验和实际应用等分析了所提出方法的有效性。

关键词: 二阶滤波器; 正弦跟踪器; LC滤波器; 点频滤波器; 逆模型

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Research and application of a new type of linear second-order filter

LI Jun[†], WAN Wen-jun, WANG Yue-chao

(Electric Power Research Institute of Guangdong Power Grid Co., Ltd, Guangzhou Guangdong 510080, China)

Abstract: Aiming at the problem of time lag of linear second-order filter, a new method for the deformation structure of LCR and a new type of sinusoidal tracking is proposed. Through in-depth theoretical analysis for deformation structure, it is found that the second-order filter's lag problem is caused by LCR sinusoid tracking filter's characteristics. A novel sinusoidal tracker is constructed by orthogonal amplitude modulation and demodulation technology. By using this tracker, a novel second-order filter is built, which has strong characteristics with anti-noise and excellent linear filtering. The proposed method is one kind of the technology of linear filters. It can be applied in the signal filtering of classic control theory. The validity of the proposed method is analyzed through mathematical analysis, simulation experiment, and practical application.

Key words: second-order filter; sinusoid tracking; LC filter; single-frequency-pass filter; inverse model

1 引言(Introduction)

信号滤波方法的研究是一项永恒的课题, 吸引了众多学者和工程师涉及这一领域。二阶滤波器在诸多领域有广泛的应用。文献[1]将二阶(LCR)带通滤波器用于过程系统频率特性的分析。文献[2]将二阶(LRC)低通滤波器用于电源的滤波。

在信号的实时滤波中, 实时滤波器主要存在时间滞后的问题, 低通滤波器输出相对输入产生了滞后, 微分器输出相对理想微分产生了滞后等。高增益观测器^[3]和高增益微分器^[4]的滞后较小, 但输出噪声干扰较大^[5]。线性微分器^[6]主要在滞后特性与干扰输出特性之间存在较大的矛盾。根据非线性方法能够显著影响信号特性的事实, 人们在非线性的滤波方法上取得了较大的进展, 文献[7]提出了一种用于PID控制的非

线性二阶滤波器, 韩京清^[8]开创性地提出了非线性跟踪微分器(nonlinear tracking differentiator, NTD)和非线性扩展状态观测器(nonlinear extended state observation, NESO)等非线性滤波的思想。NTD和NESO是自抗扰控制(active disturbance rejection control, ADRC)^[8]的重要组成部分。研究和分析NTD的思想, 经典微分器与二阶低通滤波器的结合具有较好的噪声滤波特性, 但低阶微分特性较差或滞后较大。滞后的主要是原因是二阶低通滤波器的输出相对输入的“跟踪效率”不高。采用非线性的最速跟踪方法能够有效提高所述的“跟踪效率”, 显著改善了二阶低通滤波器的滞后特性, 用于构造非线性二阶跟踪微分器具有良好的低阶微分特性。

但是, 非线性的滤波方法也存在明显的不足, 文

收稿日期: 2016-08-19; 录用日期: 2016-11-09。

[†]通信作者。E-mail: lijun_87389@126.com, lijun_87389@163.com; Tel.: +86 20-85124329。

本文责任编辑: 贾英民。

国家自然科学基金项目(61473183)资助。

Supported by National Natural Science Foundation of China (61473183).

献[9]指出, 非线性最速跟踪方法对不同性质的输入信号, 例如阶跃信号、斜坡信号、抛物线信号等呈现出不同的跟踪特性.

目前NTD^[10-13]和ADRC^[14-17]的研究和应用成果较为丰富. 在ADRC的思想中, 包括NTD和NESO在内的非线性滤波环节, 参数较多和调整困难. 高志强^[18]在ADRC的线性化方面做了大量卓有成效的工作, 例如线性ESO和线性ADRC等, 较大程度简化了ADRC参数的调整等, 为ADRC的广泛推广奠定了良好的基础. 广大的工程技术人员是最终推动ADRC发展(技术革命)的主力军, 为了有助于工程技术人员认识线性ADRC的结构, 孙立等^[20]给出了线性ESO的Laplace表达形式, 表明了线性ESO主要是由LRC低通滤波器^[1]和LCR带通滤波器^[2]等线性二阶滤波器所构成.

为了能够从本质上改善线性二阶滤波器的滞后特性, 笔者在经过长期的工程实践探索基础上, 提出了二阶滤波器变形结构的新思路, 在滞后问题的认识和研究上找到了一种新途径. 研究结果发现, 变形结构内部LCR正弦跟踪器特性的不理想, 是造成二阶滤波器滞后问题的内在根源. 笔者从信号处理的角度, 提出了一种新型正弦跟踪器(new sinusoid tracking, NST), 构造出一种特性优良的新型线性二阶滤波器, 显著特点是输出相对输入的“跟踪效率”较高或输出滞后较小, 抗噪声干扰特性较强等. 新方法是线性滤波技术的发展与延伸, 可以为控制理论提供信号滤波的有益补充.

文中变量的表达具有唯一性, 可相互引用. 文中不设仿真实验篇, 根据需要, 仿真实验的结果分布在各章节中. 无特别说明, 仿真实验的数值计算间隔为1 s.

2 二阶低通滤波器(Second-order low-pass filter)

二阶惯性系统是一种简单的二阶低通滤波器(second-order low-pass filter, SOLPF), 表达为

$$W_{\text{SOLPF}}(s) = \frac{1}{(1 + T_\alpha s)^2}, \quad (1)$$

式中: $W_{\text{SOLPF}}(s)$ 为二阶低通滤波器传递函数; T_α 为惯性常数, s.

之后用“SOLPF”表达二阶低通滤波器. 在单位阶跃激励下, SOLPF的输出信号为

$$\begin{cases} Y_{1-\text{SOLPF}}(t) = L^{-1}\left[\frac{1}{(1 + T_\alpha s)^2}\right] = \\ 1 - Y_{d1}(t) - Y_{d2}(t), \\ Y_{d1}(t) = e^{-\frac{t}{T_\alpha}}, Y_{d2}(t) = \frac{t}{T_\alpha} e^{-\frac{t}{T_\alpha}}, \end{cases} \quad (2)$$

式中: $Y_{1-\text{SOLPF}}(t)$ 为单位阶跃激励下的SOLPF输出信号, $Y_{d1}(t)$ 为一阶微分信号, $Y_{d2}(t)$ 为二阶微分信号.

2.1 二阶低通滤波器变形结构(The deformation structure of second-order low-pass filter)

式(1)的变形式为

$$\begin{cases} W_{\text{SOLPF}}(s) = W_{\text{LCF}}(s)W_{\text{LCRSTF}}(s), \\ W_{\text{LCF}}(s) = \frac{\omega_f^2}{\omega_f^2 + s^2}, \\ W_{\text{LCRSTF}}(s) = 1 - W_{\text{LCRST}}(s), \\ W_{\text{LCRST}}(s) = \frac{2\omega_f s}{\omega_f^2 + 2\omega_f s + s^2}, \\ \omega_f = \frac{1}{T_\alpha}, \end{cases} \quad (3)$$

式中: $W_{\text{LCF}}(s)$ 为LC滤波器传递函数, $W_{\text{LCRSTF}}(s)$ 为LCR正弦跟踪滤波器传递函数, $W_{\text{LCRST}}(s)$ 为LCR正弦跟踪器传递函数, ω_f 为自由振荡频率, rad/s, 之后统一称为“滤波频率”. 变形结构如图1所示.

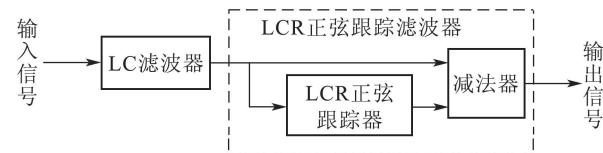
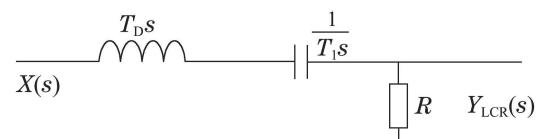


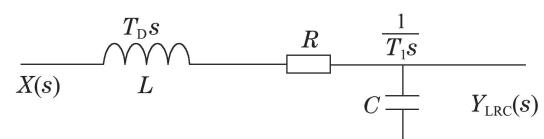
图1 二阶低通滤波器变形结构示意图

Fig. 1 The deformation structure diagram of second-order low-pass filter

在图1中, LCR正弦跟踪器是 $R = 2 \Omega$ 的LCR滤波器^[1], LC滤波器是 R 趋于0的LRC滤波器^[2]如图2所示.



(a) LCR滤波器



(b) LRC滤波器

图2 LRC与LCR滤波器示意图

Fig. 2 The diagram of LRC and LCR filter
在图2中: R 为电阻, Ω ; T_D 为电感 L 的微分常数, s; T_I 为电容 C 的积分常数, s; 其中 $T_D = T_I = T_\alpha$.

之后用“LCRF”表达LCR滤波器^[1], 用“LCRST”表达LCR正弦跟踪器, 用“LCRSTF”表达LCR正弦跟踪滤波器. 用“LRCF”表达LRC滤波器^[2], 用“LCF”表达LC滤波器.

2.2 变形结构中间变量(The intermediate variable of deformation structure)

变形结构揭示了SOLPF的本质,一种内在的LCF和LCRST的结构.其中LCF的输出是一种中间变量.获取LCF的输出对构造新型二阶滤波器具有重要的意义.LCF的单位阶跃激励响应和斜坡激励响应为

$$\begin{cases} Y_{1-LCF}(s) = L^{-1}[W_{LCF}(s)\frac{1}{s}] = 1 - \cos(\omega_f t), \\ Y_{t-LCF}(s) = L^{-1}[W_{LCF}(s)\frac{V_t}{s^2}] = V_t t + \frac{V_t}{\omega_f} \sin(\omega_f t). \end{cases} \quad (4)$$

式中: $Y_{1-LCF}(t)$ 为单位阶跃激励下的LCF输出信号,由单位阶跃激励信号1,单位幅值的余弦信号 $\cos(\omega_f t)$ 所构成; $Y_{t-LCF}(t)$ 为斜坡激励下的LCF输出信号,由斜坡激励信号 $V_t t$, V_t : ω_f 幅值的正弦信号 $\sin(\omega_f t)$ 所构成; V_t 为斜坡速率, s^{-1} .

2.3 LCR正弦跟踪特性分析(Analysis of LRC sinusoid tracker features)

在 $Y_{1-LCF}(t)$ 的激励下, LCRST的输出信号为

$$Y_{1-LCF-LCRST}(t) = L^{-1}\left[\frac{\omega_f^2}{\omega_f^2 + s^2} \frac{2\omega_f s}{\omega_f^2 + 2\omega_f s + s^2} \frac{1}{s}\right] = -\cos(\omega_f t) + Y_{d1}(t) + Y_{d2}(t), \quad (5)$$

式中: $Y_{1-LCF-LCRST}(t)$ 为 $Y_{1-LCF}(t)$ 激励下的LCRST输出信号, 残留 $Y_{d1}(t)$ 和 $Y_{d2}(t)$ 的成分.

其中在 $T_\alpha = 100$ s, 得到 $Y_{1-LCF-LCRST}(t)$ 的实验结果如图3所示.

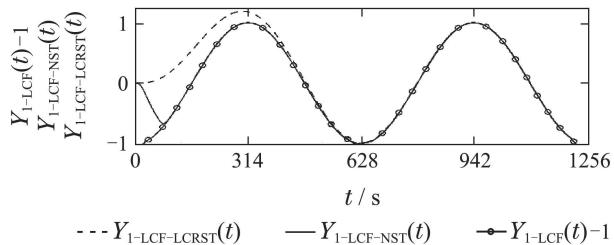


图3 LC滤波信号与正弦跟踪特性示意图

Fig. 3 The diagram of the LC filter signal and the sinusoid tracker features

由图3可见, $Y_{1-LCF-LCRST}(t)$ 跟踪 $\cos(\omega_f t)$ 的特性不理想. $Y_{1-LCF-NST}(t)$ 为 $Y_{1-LCF}(t)$ 激励下的新型正弦跟踪信号, 跟踪 $\cos(\omega_f t)$ 的特性比较理想.

3 新型正弦跟踪器(A new type of sinusoid tracking)

文中得出结论, LCRST跟踪正弦信号特性的不理想, 是造成SOLPF滞后问题的基本内在原因.从信号处理的角度看问题, 完全能够设计出一种特性良好的新型正弦跟踪器取代LCRST, 可显著的改善线性二阶滤波器的滞后特性.

文献[20]通过一种正交混频方法实现了准确度较高的正弦信号频率测量, 文中将这种方法运用于新型

正弦跟踪器的设计如图4所示.

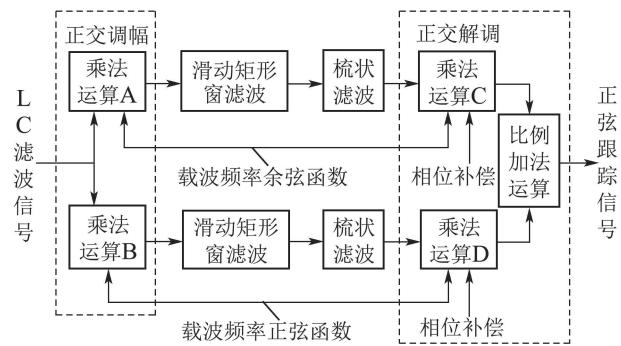


图4 新型正弦跟踪器示意图

Fig. 4 The diagram of a new type of sinusoid tracker

新型正弦跟踪器主要由正交调幅、滑动矩形窗滤波、梳状滤波、正交解调、相位补偿等所组成. 其中相位补偿的原因是: 正交解调存在相位滞后, 需要进行相位补偿.

用“NST”表达新型正弦跟踪滤波器, 文中以跟踪 $Y_{1-LCF}(t)$ 中的 $\cos(\omega_f t)$ 为例, 对NST的信号处理过程进行分析.

3.1 正交调幅分析(Analysis of orthogonal amplitude modulation)

调幅原理: 通过输入信号与载波信号的乘法运算, 将输入信号的频谱调制在载波频率的两侧, 形成了调幅信号. 而正交调幅能够同时获得两个互为正交的调幅信号, 具有良好的信号处理特性. 通常要求载波频率大于等于2倍输入正弦频率.

乘法运算A为

$$\begin{cases} R_{AM}(t) = Y_{1-LC}(t) \cos(\omega_c t + \beta) = R_\omega(t) + R_-(t) + R_+(t), \\ R_\omega(t) = \cos(\omega_c t + \beta), \\ R_-(t) = -\frac{\cos[(\omega_f - \omega_c)t - \beta]}{2}, \\ R_+(t) = -\frac{\cos[(\omega_f + \omega_c)t + \beta]}{2}, \end{cases} \quad (6)$$

式中: ω_c 为载波频率, rad/s; $R_{AM}(t)$ 为实频调幅信号, $R_\omega(t)$ 为 $R_{AM}(t)$ 中的余弦载波信号, $R_-(t)$ 为 $R_{AM}(t)$ 的下边频信号, $R_+(t)$ 为 $R_{AM}(t)$ 的上边频信号; β 为余弦载波信号的初相位, rad. 由于 β 对最终计算结果没有任何影响, 之后的分析忽略 β .

乘法运算B为

$$\begin{cases} I_{AM}(t) = Y_{1-LC}(t) \sin(\omega_c t) = I_\omega(t) + I_-(t) + I_+(t), \\ I_\omega(t) = \sin(\omega_c t + \beta), \\ I_-(t) = \frac{\sin[(\omega_f - \omega_c)t]}{2}, \\ I_+(t) = -\frac{\sin[(\omega_f + \omega_c)t]}{2}. \end{cases} \quad (7)$$

在式(7)中: $I_{\text{AM}}(t)$ 为虚频调幅信号, $I_{\omega}(t)$ 为 $I_{\text{AM}}(t)$ 中的正弦载波信号, $I_{-}(t)$ 为 $I_{\text{AM}}(t)$ 的下边频信号, $I_{+}(t)$ 为 $\text{IAM}(t)$ 的上边频信号。

3.2 滑动窗滤波分析(Analysis of filter of sliding window filtering)

用“SWF”表达滑动窗滤波。在式(6)–(7)中, $R_{\omega}(t)$ 和 $I_{\omega}(t)$ 的包络代表了LCF的输入信号。滤除 $R_{\omega}(t)$ 和 $I_{\omega}(t)$ 是获得优良正弦跟踪的关键所在。其中在滑动窗时间长度等于载波频率周期时, SWF能够完全滤除 $R_{\omega}(t)$ 和 $I_{\omega}(t)$ 为

$$\left\{ \begin{array}{l} R_w(t) = \frac{1}{T_w} \int_{-\infty}^{\infty} [R_{\text{AM}}(t) - R_{\text{AM}}(t - T_w)] dt = \\ \quad R_{-w}(t) + R_{+w}(t), \\ R_{-w}(t) = -k_{-w} \cos[(\omega_f - \omega_c)t + \varphi_{-w}], \\ R_{+w}(t) = -k_{+w} \cos[(\omega_f + \omega_c)t + \varphi_{+w}], \\ I_w(t) = \frac{1}{T_w} \int_{-\infty}^{\infty} [I_{\text{AM}}(t) - I_{\text{AM}}(t - T_w)] dt = \\ \quad I_{-w}(t) + I_{+w}(t), \\ I_{-w}(t) = k_{-w} \sin[(\omega_f - \omega_c)t + \varphi_{-w}], \\ I_{+w}(t) = -k_{+w} \sin[(\omega_f + \omega_c)t + \varphi_{+w}], \\ T_w = T_c, T_c = \frac{2\pi}{\omega_c}, \\ k_{-w} = \frac{\sin[\frac{(\omega_f - \omega_c)T_w}{2}]}{(\omega_f - \omega_s)T_w}, \varphi_{-w} = \frac{(\omega_f - \omega_c)T_w}{2}, \\ k_{+w} = \frac{\sin[\frac{(\omega_f + \omega_c)T_w}{2}]}{(\omega_f + \omega_s)T_w}, \varphi_{+w} = \frac{(\omega_f + \omega_c)T_w}{2}. \end{array} \right. \quad (8)$$

在式(8)中: $R_w(t)$ 为 $R_{\text{AM}}(t)$ 的SWF信号, $R_{-w}(t)$ 为 $R_w(t)$ 的下边频信号, $R_{+w}(t)$ 为 $R_w(t)$ 的上边频信号; $I_w(t)$ 为 $I_{\text{AM}}(t)$ 的SWF信号, $I_{-w}(t)$ 为 $I_w(t)$ 的下边频信号, $I_{+w}(t)$ 为 $I_w(t)$ 的上边频信号; k_{-w} 为下边频SWF增益, 无量纲; k_{+w} 为上边频SWF增益, 无量纲; φ_{-w} 为下边频SWF移相, rad; φ_{+w} 为上边频SWF移相, rad; T_w 为滑动窗时间长度, s; T_c 为 ω_c 的周期, s。

3.3 梳状滤波分析(Analysis of comb-shaped filter)

用“CSF”表达梳状滤波。CSF原理: 将信号与它的延时信号相加或相减, 可获得CSF特性。

在NST中, 使用CSF的带通滤波功能可以有效降低NST的噪声干扰输出。具体将 $R_w(t)$ 和 $I_w(t)$ 与它的 $0.5T_c$ 延时信号相减, 可在频率 $0 \sim 2\omega_c$ 范围获得以 ω_c 中心的带通滤波特性。CSF为式(9), 在式(9)中: $R_{\text{csf}}(t)$ 为 $R_w(t)$ 的CSF信号, $R_{-csf}(t)$ 为 $R_{\text{csf}}(t)$ 的下边频信号, $R_{+csf}(t)$ 为 $R_{\text{csf}}(t)$ 的上边频信号; $I_{\text{csf}}(t)$ 为 $I_w(t)$ 的CSF信号, $I_{-csf}(t)$ 为 $I_{\text{csf}}(t)$ 的下边频信号, $I_{+csf}(t)$ 为 $I_{\text{csf}}(t)$ 的上边频信号; k_{-all} 为下边频在CSF后总增益, 无量纲; k_{+all} 为上边频在CSF后总增益, 无量纲; φ_{-all} 为下

边频在CSF后总移相, rad; φ_{+all} 为上边频在CSF后总移相, rad。

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{\text{csf}}(t) = R_w(t) - R_w(t - \frac{T_w}{2}) = \\ \quad R_{-csf}(t) + R_{+csf}(t), \\ R_{-csf}(t) = -k_{-all} \cos[(\omega_f - \omega_s)t + \varphi_{-all}], \\ R_{+csf}(t) = -k_{+all} \cos[(\omega_f + \omega_s)t + \varphi_{+all}], \\ I_{\text{csf}}(t) = I_w(t) - I_w(t - \frac{T_w}{2}) = \\ \quad I_{-csf}(t) + I_{+csf}(t), \\ I_{-csf}(t) = k_{-all} \sin[(\omega_f - \omega_s)t + \varphi_{-all}], \\ I_{+csf}(t) = -k_{+all} \sin[(\omega_f + \omega_s)t + \varphi_{+all}], \\ k_{-all} = 2k_{-w} \sin[\frac{(\omega_f - \omega_c)T_w}{4}], \\ \varphi_{-all} = \frac{(\omega_f - \omega_c)T_w}{4} + \varphi_{-w}, \\ k_{+all} = 2k_{+w} \sin[\frac{(\omega_f + \omega_c)T_w}{4}], \\ \varphi_{+all} = \frac{(\omega_f + \omega_c)T_w}{4} + \varphi_{+w}. \end{array} \right. \quad (9)$$

3.4 正交解调分析(Analysis of orthogonal demodulation)

通过正交解调, 将CSF信号恢复为被跟踪的余弦(正弦)信号。正交解调由乘法运算B和C与比例加法运算所构成。正交解调过程为

$$\begin{aligned} Y_{1\text{-LCF-NST}}(t) &= \\ K_{\text{ADD}}[R_{\text{csf}}(t) \cos(\omega_c t + \theta) + I_{\text{csf}}(t) \sin(\omega_c t + \theta)] &= \\ K_{\text{ADD}}\{-k_{-all} \cos[(\omega_f - \omega_c)t + \varphi_{-all}] \cos(\omega_c t + \theta) - \\ k_{+all} \cos[(\omega_f + \omega_c)t + \varphi_{+all}] \cos(\omega_c t + \theta) + \\ k_{-all} \sin[(\omega_f - \omega_c)t + \varphi_{-all}] \sin(\omega_c t + \theta) - \\ k_{+all} \sin[(\omega_f + \omega_c)t + \varphi_{+all}] \sin(\omega_c t + \theta)\} &= \\ K_{\text{ADD}}[-k_{-all} \cos(\omega_f t + \varphi_{-all} + \theta) - \\ k_{+all} \cos(\omega_f t + \varphi_{+all} - \theta)] &= -\cos(\omega_f t). \end{aligned} \quad (10)$$

在式(10)中: $Y_{1\text{-LCF-NST}}(t)$ 为 $Y_{1\text{-LCF}}(t)$ 激励下的NST输出信号, K_{ADD} 为加法运算的比值系数, 无量纲。 θ 为正交解调的补偿相位, rad。

3.5 参数设置(Parameter settings)

K_{ADD} 和 θ 为NST的外部设置参数。由于 K_{ADD} 和 θ 推导较为繁琐, 文中直接给出推导的结果为

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta = \operatorname{tg}^{-1}\left[\frac{\operatorname{tg}(\varphi_{\text{average}})}{k_{\omega}}\right], \\ K_{\text{ADD}} = \frac{1}{k_{-all} \cos(\varphi_{-all} + \theta) + k_{+all} \cos(\varphi_{+all} - \theta)}, \\ k_{\omega} = \frac{\omega_c}{\omega_f}, \varphi_{\text{average}} = \frac{\varphi_{-all} + \varphi_{+all}}{2}. \end{array} \right. \quad (11)$$

在式(11)中: φ_{average} 为 $\varphi_{-\text{all}}$ 与 $\varphi_{+\text{all}}$ 的平均值, 具体代表了(相位补偿前)正交解调的滞后相位; k_ω 为 ω_c 与 ω_f 的比值, 无量纲; k_ω 的合适范围在 5~20. 典型应用的 K_{ADD} 和 θ 的计算结果如表1所示.

表 1 参数计算值

Table 1 Calculated values of parameters

| k_ω | 5 | 10 | 15 |
|------------------|--------|--------|--------|
| K_{ADD} | 8.7982 | 45.459 | 103.75 |
| $\theta/^\circ$ | 13.759 | 2.916 | 1.241 |

其中在 $T_\alpha = 100 \text{ s}$, $\omega_c = 10\omega_f$ 时, 得到 $Y_{1-\text{LCF-NST}}(t)$ 的实验结果如图3所示. $Y_{1-\text{LCF-NST}}(t)$ 较好跟踪了 $\cos(\omega_f t)$.

4 新型二阶滤波器(A new type of second-order filter)

文中将NST用于构造新型二阶低通滤波器和新型二阶逆模型等.

4.1 新型二阶低通滤波器(A new type of second-order low-pass filter)

在图1给出的SOLPF变形结构基础上, 用NST取代LCRST, 用LRCF^[2]重构LCF, 则构成了新型二阶低通滤波器, 简称新型低通滤波器如图5所示.

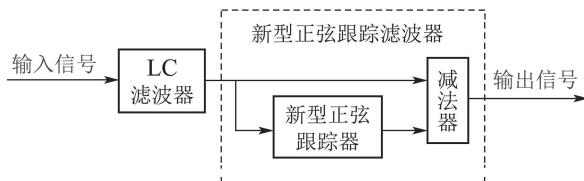


图 5 新型低通滤波器示意图

Fig. 5 The diagram of a new type of low-pass filter

之后用“NLPF”表达新型低通滤波器.

LCF重构原理: 令LRCF的 $R \rightarrow 0$, 可得到LCF为

$$W_{\text{LRCF}}(s) = \frac{\omega_f^2}{\omega_f^2 + R\omega_f s + s^2} = \frac{\omega_f^2}{\omega_f^2 + s^2} = W_{\text{LCF}}(s), \quad (12)$$

式中 $W_{\text{LRCF}}(t)$ 为LRCF传递函数. 但实际 R 不能趋于零, 在 R 取有限小值情况下, 则在有限的时间内, LRCF 可近似为 LCF. 文中无特别说明, LRCF 近似 LCF 的 $R = 0.0001 \Omega$.

NLPF的单位阶跃激励响应为

$$Y_{1-\text{NLPF}}(t) = Y_{1-\text{LCF}}(t) - Y_{1-\text{LCF-NST}}(t) \approx 1, \quad (13)$$

式中 $Y_{1-\text{NLPF}}(t)$ 为单位阶跃激励下的NLPF输出信号, 近似为1.

NLPF的频域幅频特性为

$$G_{\text{NLPF}}(\omega) = |G_{\text{LCF}}(j\omega)[1 - G_{\text{NST}}(j\omega)]|, \quad (14)$$

式中: $G_{\text{NLPF}}(\omega)$ 为 NLPF 的频域幅频增益; $G_{\text{LCF}}(j\omega)$ 为 LCF 的频域函数; $G_{\text{NST}}(j\omega)$ 为 NST 的频域函数.

在 $T_\alpha = 100 \text{ s}$, $\omega_c = 10\omega_f$ 时, 得到 $Y_{1-\text{NLPF}}(t)$ 的实验结果如图6所示. 在白噪声相对幅值0.1下得到的实验结果如图7所示. 幅频特性 $G_{\text{NLPF}}(\omega)$ 的实验结果如图8所示.

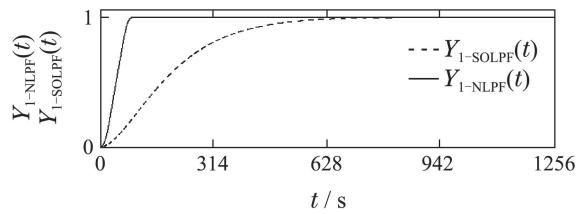


图 6 新型低通滤波器输出特性示意图

Fig. 6 The diagram of a new type of low-pass filter output features

由图6可见, NLPF显著改善了SOLPF的滞后特性.

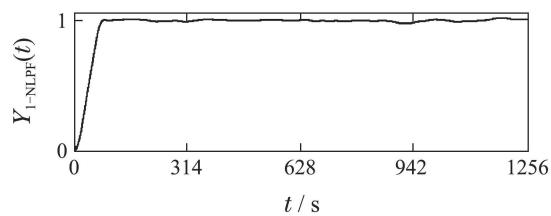


图 7 新型低通滤波器抗白噪声干扰实验结果示意图

Fig. 7 The diagram of resistance to white noise of a new type of low-pass filter

由图7可见, NLPF对白噪声干扰的滤除效果较好.

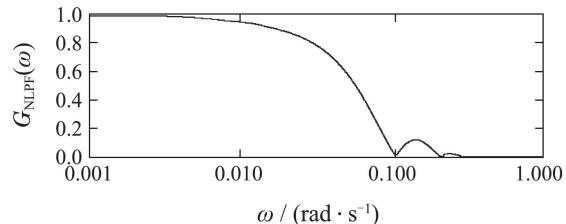


图 8 新型低通滤波器幅频特性示意图

Fig. 8 Amplitude-frequency characteristic diagram of a new type of low-pass filter

由图8可见, NLPF的频域滤波特性较好.

4.2 新型二阶逆模型(A new type of second-order inverse model)

在控制理论研究中, 逆模型^[21]能够实现输出等于输入的“理想控制”为

$$\begin{cases} W_{\text{SOM}}(s)W_{\text{SOM}}^{-1}(s) = 1, \\ W_{\text{SOM}}(s) = \frac{1}{(1 + T_\alpha s)^2}, \\ W_{\text{SOIM}}(s) = W_{\text{SOM}}^{-1}(s) = (1 + T_\alpha s)^2, \end{cases} \quad (15)$$

式中: $W_{\text{SOM}}(s)$ 为二阶模型传递函数, $W_{\text{SOIM}}(s)$ 为二阶逆模型传递函数.

之后用“SOM”表达二阶模型.

4.2.1 工程二阶逆模型(Engineering second-order inverse model)

式(15)给出的逆模型在工程上不可能实现。为了实现工程上的“逆模型”，需要将逆模型串联一个相同阶数的(低通)滤波器为

$$\begin{cases} W_{\text{ESOIM}}(s) = W_{\text{SOM}}^{-1}(s)W_{\text{sof}}(s), \\ W_{\text{sof}}(s) = \frac{1}{(1 + T_{\text{sof}}s)^2}, \end{cases} \quad (16)$$

式中: $W_{\text{ESOIM}}(s)$ 为工程二阶逆模型传递函数; $W_{\text{sof}}(s)$ 为二阶滤波器传递函数; T_{sof} 为滤波惯性常数, s。

用“ESOIM”表达工程二阶逆模型。在 $Y_1\text{-SOLPF}(t)$ 激励下, ESOIM输出信号为

$$Y_{1\text{-SOLPF-ESOIM}}(t) = L^{-1}\left[\frac{1}{(1 + T_{\text{sof}}s)^2} \frac{1}{s}\right], \quad (17)$$

式中 $Y_{1\text{-SOLPF-ESOIM}}(t)$ 为 $Y_1\text{-SOLPF}(t)$ 激励下的 ESOIM 的输出信号。

4.2.2 新型二阶逆模型结构(The structure of a new type of second-order inverse model)

通过逆模型能够得到模型的输入信号。LCF使问题变得简单, 根据式(4)给出的LCF输出信号, 跟踪并消除LCF信号中的余弦或正弦信号, 可获得LCF的输入信号。文中设计了一种LCRSTF的逆模型LCRSTFIM。用LCRSTFIM抵消SOLPF变形结构内的LCRSTF, 获取LCF。LCRSTFIM为

$$\begin{cases} W_{\text{LCRSTFIM}}(s) = W_{\text{LCRSTF}}^{-1}(s) = 1 + W_{\text{SFPF}}(s), \\ W_{\text{SFPF}}(s) = \frac{2\omega_f s}{\omega_f^2 + s^2}, \end{cases} \quad (18)$$

式中: $W_{\text{LCRSTFIM}}(s)$ 为 LCRSTF 的逆模型传递函数; $W_{\text{SFPF}}(s)$ 为点频滤波器^[1]传递函数。

用“SFPF”表达点频滤波器。SFPF可采用LCRF^[1]重构, 令LCRF的 $R \rightarrow 0$, 可得到 SFPF。在 R 取有限小值的情况下, 则在有限的时间内, LCRF可近似为SFPF^[1]。文中无特别说明, LCRF近似SFPF的 $R = 0.0001 \Omega$ 。

获取LCF的原理为

$$W_{\text{LCF}}(s) = W_{\text{SOLPF}}(s)W_{\text{LCRSTFIM}}(s), \quad (19)$$

则新型二阶逆模型为

$$W_{\text{NSOIM}}(s) = [1 + W_{\text{SFPF}}(s)][1 - W_{\text{NST}}(s)], \quad (20)$$

式中: $W_{\text{NSOIM}}(s)$ 为新型二阶逆模型传递函数, $W_{\text{NST}}(s)$ 为新型正弦跟踪器传递函数。用“NSOIM”表达新型二阶逆模型。NSOIM结构如图9所示。

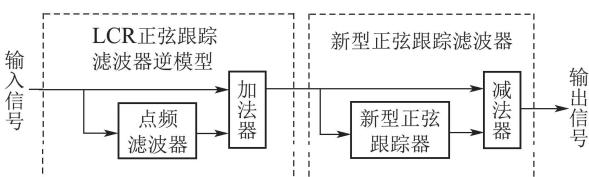


图9 新型二阶逆模型示意图

Fig. 9 The diagram of new type of second-order inverse model

在 $Y_1\text{-SOLPF}(t)$ 激励下, NSOIM的输出信号为

$$Y_{1\text{-SOLPF-NSOIM}}(t) = Y_{1\text{-LCF}}(t) - Y_{1\text{-LCF-NST}}(t) \approx 1, \quad (21)$$

式中: $Y_{1\text{-LCF-NSOIM}}(t)$ 为 $Y_{1\text{-LCF}}(t)$ 激励下的 NSOIM 输出信号, 近似为1。

在 $T_\alpha = 100$ s, $\omega_c = 10\omega_f$ 时, 得到 $Y_{1\text{-LCF-NSOIM}}(t)$ 的实验结果如图10所示。在白噪声相对幅值0.01下的实验结果如图11所示。频域幅频特性的实验结果如图12所示。

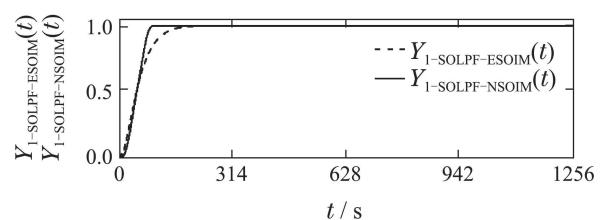


图10 二阶逆模型输出特性示意图

Fig. 10 The diagram of second-order inverse model output features

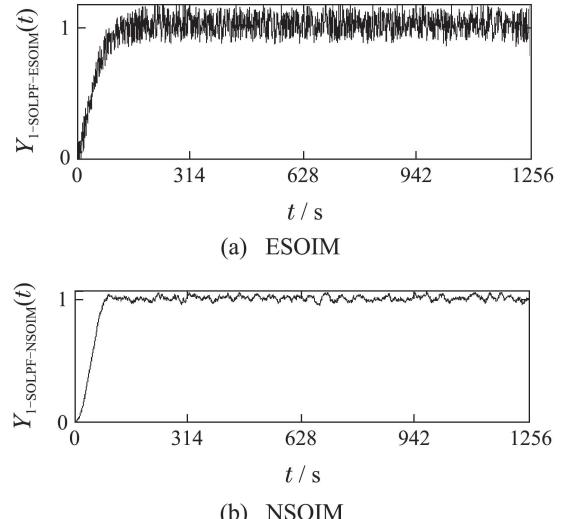


图11 二阶逆模型抗白噪声干扰实验结果

Fig. 11 Resistance to white noise second-order inverse model

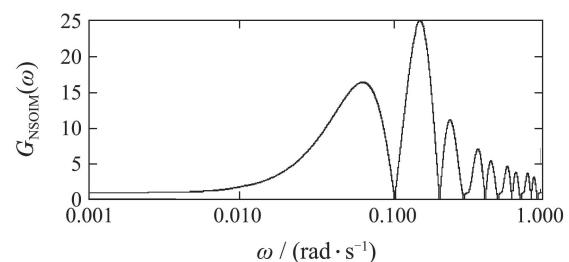


图12 新型二阶逆模型幅频特性示意图

Fig. 12 Amplitude-frequency characteristic diagram of a new type of second-order Inverse model

由图10可见, 在NSOIM和ESOIM的输出到达SOM 输入值50%的时间相同时, NSOIM的输出更快的到达

SOM的输入值。由图11可见, ESOIM的噪声干扰输出较大, NSOIM的噪声干扰输出相对较小。在图12中, $G_{NSOIM}(\omega)$ 为NSOIM的频域幅频增益。 $G_{NSOIM}(\omega)$ 具有梳状滤波的特性, 主峰增益在25左右。

5 新型高速二阶滤波器(A new type of high-speed second-order filter)

所谓高速二阶滤波器, 即滤波器的时间常数相对较小和响应速度相对较快等。在高速二阶滤波器的基础上, 采用新型正弦跟踪器结构, 可构造出新型高速二阶滤波器, 如新型高速低通滤波器和新型微分器等。

5.1 高速正弦跟踪器(High-speed sinusoid tracker)

高速二阶滤波器的滤波频率相对较高, 之前给出的NST并不适合较高正弦频率的跟踪。为此, 文中给出了一种高速正弦跟踪器如图13所示。

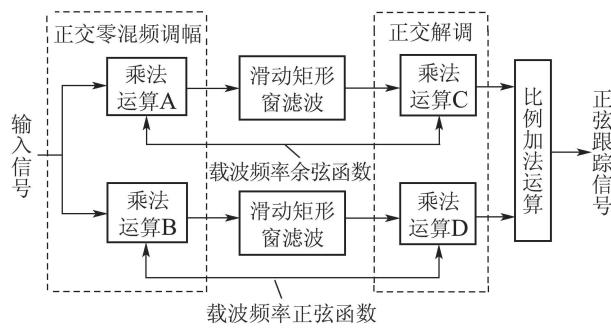


图 13 高速正弦跟踪器示意图

Fig. 13 The diagram of high-speed sinusoid tracker

用“HST”表达高速正弦跟踪器。相对NST, HST不含梳状滤波器, 无需相位补偿。所谓“零混频调幅”, 即将输入正弦信号调制在零频率上。因此要求载波频率等于输入正弦频率, 如 $\omega_c = \omega_f$ 。在其他参数设置上, 固定 $K_{ADD} = 2$, $T_w = T_c$ 。

由于高速正弦跟踪器HST和新型微分器的内容已有投稿^[22], 之后不再对HST和新型微分器的内容展开分析了。

5.2 新型高速低通滤波器(A new type of high-speed low-pass filter)

新型高速低通滤波器如图14所示。

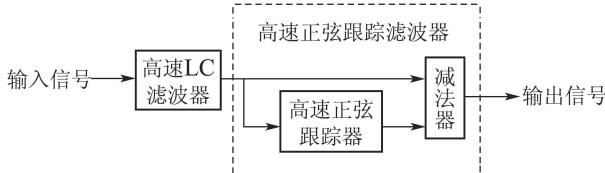


图 14 新型高速低通滤波器示意图

Fig. 14 The diagram of a new type of high-speed low-pass filter

“NHLFP”表达新型高速低通滤波器, 用“HSOLPF”表达高速低通滤波器, 用“HLCF”表达高速LC滤波

器等。

NHLFP主要适用于过程信号的低通滤波。文中以二阶对象过程信号的低通滤波为例, 对NHLFP的输出特性进行分析。定义二阶对象为

$$\begin{cases} W_2(s) = \frac{1}{(1+Ts)^2}, \\ Y_{1-2}(t) = L^{-1}[W_2(s)\frac{1}{s}] = 1 - Y_{D1}(t) - Y_{D2}(t), \\ Y_{D1}(t) = e^{-\frac{t}{T}}, Y_{D2}(t) = \frac{t}{T}e^{-\frac{t}{T}}, \end{cases} \quad (22)$$

式中: $W_2(s)$ 为二阶对象传递函数; T 为对象惯性常数, s ; $Y_{1-2}(t)$ 为二阶对象单位阶跃激励的过程信号; $Y_{D1}(t)$ 为一阶微分信号, $Y_{D2}(t)$ 为二阶微分信号。

$Y_{1-2}(t)$ 激励下, HLCF输出信号为

$$\begin{cases} Y_{1-2-HLCF}(t) = L^{-1}[W_2(s)\frac{1}{s}\frac{\omega_f^2}{\omega_f^2 + s^2}] = \\ 1 - Y_{D1}(t) - Y_{D2}(t) + G(\omega_f) \cos[\varphi(\omega_f)]Y_{D2}(t) + \\ G(\omega_f)^2 \cos[2\varphi(\omega_f)]Y_{D1}(t) - \\ G(\omega_f)^2 \cos[\omega_f t - 2\varphi(\omega_f)], \\ G(\omega_f) = \frac{1}{\sqrt{1 + (T\omega_f)^2}}, \\ \varphi(\omega_f) = \operatorname{tg}^{-1}(\omega_f T), \omega_{-3 \text{ dB}} = \frac{1}{T}, \end{cases} \quad (23)$$

式中: $Y_{1-2-HLCF}(t)$ 为 $Y_{1-2}(t)$ 激励下的HLCF输出信号; $G(\omega_f)$ 为一阶对象在 ω_f 的频域幅值增益, 无量纲; $\varphi(\omega_f)$ 为一阶对象在 ω_f 的频域移相, rad; $\omega_{-3 \text{ dB}}$ 为一阶对象频域截止频率, rad/s。

其中取 $T = 100 \text{ s}$, $\omega_f = 10\omega_{-3 \text{ dB}}$ 。在 $Y_{1-2}(t)$ 激励下, 得到 $Y_{1-2-HLCF}(t)$ 成分的构成如表2所示。

表 2 信号成分构成

Table 2 Composition of signal

| 信号 | 稳态信号 | 二阶微分信号 $Y_{D2}(t)$ |
|-------------------|--------------------|--------------------|
| $Y_{1-2}(t)$ | 1 | -1 |
| $Y_{1-2-HLPF}(t)$ | 1 | -1.0099 |
| 信号 | 一阶微分信号 $Y_{D1}(t)$ | 稳态余弦信号 |
| $Y_{1-2}(t)$ | -1 | 0 |
| $Y_{1-2-HLPF}(t)$ | -0.9903 | 0.0099 |

通过对表2的分析可知, $Y_{1-2-HLPF}(t)$ 成分构成与 $Y_{1-2}(t)$ 相比的变化并不大, 可将式(23)近似为

$$Y_{1-2-HLCF}(t) \approx Y_{1-2}(t). \quad (24)$$

采用HST跟踪 $Y_{1-2-HLPF}(t)$ 中的稳态余弦信号, 能够显著的减小NHLFP输出的滞后。其中在 $T = 100 \text{ s}$, $T_c = T_\alpha$, T_α 分别为5 s, 10 s, 15 s时得到 $Y_{1-2}(t)$, $Y_{1-2-HLPF}(t)$ 的实验结果如图15所示。

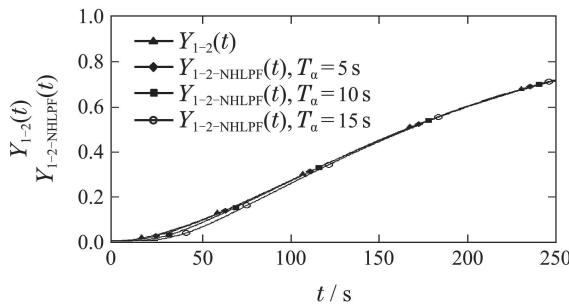


图 15 新型高速低通滤波特性随载波频率变化示意图
Fig. 15 The trend of high-speed second-order of low-pass filter features varied with carrier frequency

由图15可知,新型高速低通滤波器NHLPF的输出 $Y_{1-2-NHLPF}(t)$ 较好跟踪了 $Y_{1-2}(t)$.

出于对比,用 $Y_{1-2-HSOLPF}(t)$ 表达 $Y_{1-2}(t)$ 激励下的HSOLPF输出信号,得到的实验结果如图16所示.

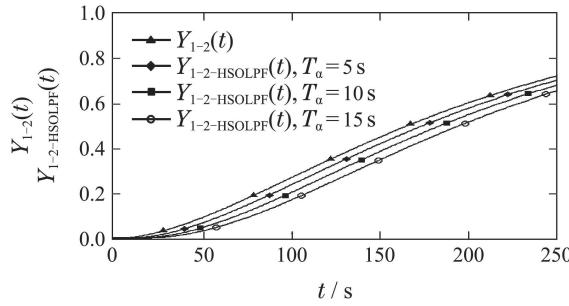


图 16 高速二阶低通滤波特性随载波频率变化示意图
Fig. 16 The trend of high-speed low-pass filter features varied with carrier frequency

由图16可知,高速低通滤波器HSOLPF的输出 $Y_{1-2-HSOLPF}(t)$ 跟踪 $Y_{1-2}(t)$ 的滞后较大.另外,在输入白噪声相对幅值0.1,得到的实验结果如图17所示.由图17可知,NHLPF对白噪声干扰的滤除效果较好.

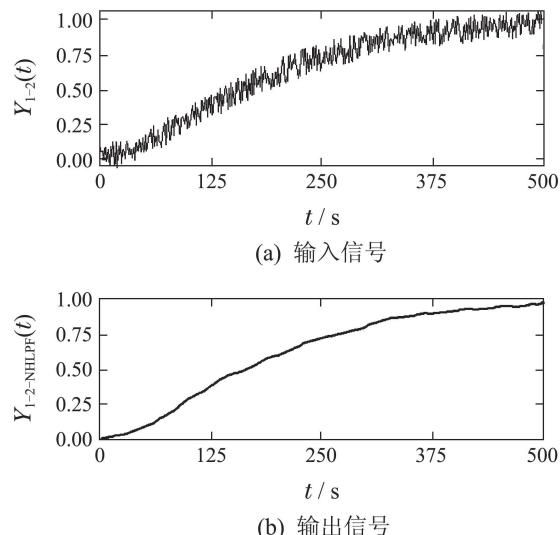


图 17 新型高速低通滤波器滤除白噪声特性示意图
Fig. 17 The filtered with white-noise features of a new type high-speed low-pass filter

6 实际应用(Practical application)

将文中的新型二阶逆模型运用于某电厂600 MW燃煤机组锅炉的过热汽温信号的降阶或超前处理如图18所示.

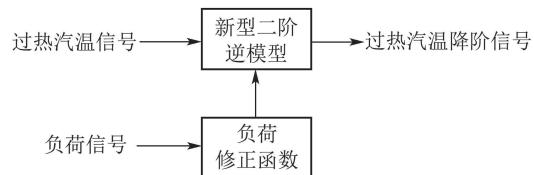


图 18 过热汽温信号降阶处理流程示意图
Fig. 18 The signal order reduction processing flow diagram of superheated steam temperature signal

由图18可知,负荷修正函数用于在不同的负荷下,修正新型二阶逆模型的参数.其中在机组480 MW负荷下,得到采用新型二阶逆模型后,过热汽温信号的降阶或超前的效果如图19所示.

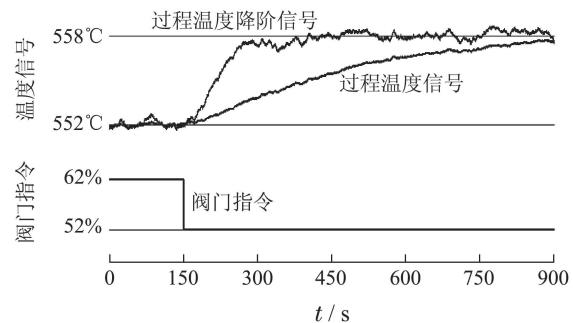


图 19 过程温度信号降价效果示意图
Fig. 19 Order reduction results of superheated steam temperature signal

由图19可知,阀门指令由62%关到52%后,过热汽温由552°C逐步上升到558°C.过热汽温信号的降阶或超前信号,相对原信号有较大的超前效果,超前信号的波动幅值相对原信号较大,但完全可以接受.

7 结论(Conclusions)

通过对二阶低通滤波器变形结构的理论研究和分析得出结论:LCR正弦跟踪器特性的不理想,是造成二阶滤波器输出滞后的基本内在原因.通过一种正交调幅和滑动窗滤波、包括梳状滤波和正交解调等,构造出一种特性优良的新型正弦跟踪器,较好克服了LCR正弦跟踪器的缺点.将新型正弦跟踪器用于构造新型二阶滤波器,具有优良的线性滤波特性,滤波特性与输入信号的性质和幅值无关、较小的滤波滞后特性和较强的抗噪声干扰特性等.文中方法具有良好的理论意义和重要的实际应用价值.数学分析,仿真实验和实际应用结果,验证了新方法的正确性和有效性.

参考文献(References):

- [1] LI Jun, WAN Wenjun, LIU Zhigang, et al. A method of frequency domain analysis for control system based on process response in time

- domain [J]. *Proceedings of the CSEE*, 2012, 32(29): 116–122.
(李军, 万文军, 刘志刚, 等. 一种基于时域响应的控制系统频率特性分析方法 [J]. 中国电机工程学报, 2012, 32(29): 116–122.)
- [2] LI Weibo, MAO Chengxiong, LU Jiming, et al. Study of the influence of output cable terminated in a high-voltage adjustable speed drive system [J]. *Electric Power Automation Equipment*, 2003, 23(7): 77–81.
(李维波, 毛承雄, 陆继明, 等. 高压变频器输出电缆影响仿真研究 [J]. 电力自动化设备, 2003, 23(7): 77–81.)
- [3] LEONID B, HASSAN K. Performance recovery of feedback-linearization-based designs [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2008, 53(10): 2324–2334.
- [4] ATASSI A N, KHALIL H K. Separation results for the stabilization of nonlinear systems using different high-gain observer designs [J]. *Systems & Control Letters*, 2000, 39(3): 183–191.
- [5] LIU Xi, SUN Xiuxia, HAO Zhen, et al. A new discrete-time form of optimal tracking differentiator [J]. *Information and Control*, 2013, 42(6): 729–734.
(刘希, 孙秀霞, 郝震, 等. 最速跟踪微分器的一种新型离散形式 [J]. 信息与控制, 2013, 42(6): 729–734.)
- [6] GUO B Z, HAN J Q, XI F B. Linear tracking differentiator and application to online estimation of the frequency of a sinusoidal signal with random noise perturbation [J]. *International Journal of System Science*, 2002, 33(5): 351–358.
- [7] LI Jun, WAN Wenjun. Study on novel robust PID control strategy based on non-linear filtering [J]. *Journal of Chinese Society of Power Engineering*, 2013, 33(2): 117–122.
(李军, 万文军. 基于非线性滤波环节的新型鲁棒PID控制策略的研究 [J]. 动力工程学报, 2013, 33(02): 117–122.)
- [8] HAN Jingqing. *Active Disturbance Rejection Control: the Technique for Estimating and Compensating the Uncertainties* [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2008.
(韩京清. 自抗扰控制技术: 估计补偿不确定因素的控制技术 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2008.)
- [9] YANG Guangda, ZHOU You. Analysis and simulation of steady-state performance in nonlinear tracking-differentiator [J]. *Electro-Optic Technology Application*, 2010, 25(5): 80–82.
(杨光达, 周游. 非线性跟踪微分器稳态性能分析及仿真研究 [J]. 光电技术应用, 2010, 25(5): 80–82.)
- [10] XIE Yunde, LI Yungang, LONG Zhiqiang, et al. Discrete second-order nonlinear tracking-differentiator based on boundary characteristic curves and variable characteristic points and its application to velocity and position detection system [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2014, 40(5): 952–964.
(谢云德, 李云钢, 龙志强, 等. 一种基于边界特征线且特征点可变的二阶非线性离散跟踪微分器及在测速定位系统中的应用 [J]. 自动化学报, 2014, 40(5): 952–964.)
- [11] LI Xiangyang. Iterative learning control based on finite time tracking differentiator [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2014, 40(7): 1366–1375.
(李向阳. 基于有限时间跟踪微分器的迭代学习控制 [J]. 自动化学报, 2014, 40(7): 1366–1375.)
- [12] XIE Yunde, LONG Zhiqiang. A high-speed nonlinear discrete tracking-differentiator with high precision [J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(2): 127–132.
(谢云德, 龙志强. 高精度快速非线性离散跟踪微分器 [J]. 控制理论与应用, 2009, 26(2): 127–132.)
- [13] SHAO Xingling, WANG Honglun. Nonlinear tracking differentiator based on improved sigmoid function [J]. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(8): 1116–1122.
(邵星灵, 王宏伦. 基于改进sigmoid函数的非线性跟踪微分器 [J]. 控制理论与应用, 2014, 31(8): 1116–1122.)
- [14] LIU Fucai, JIA Yafei, LIU Shuangshuang. Integral-linear active disturbance rejection controller for pneumatic force control system [J]. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(8): 1090–1097.
(刘福才, 贾亚飞, 刘爽爽. 气动加载系统的积分型线性自抗扰控制 [J]. 控制理论与应用, 2015, 32(8): 1090–1097.)
- [15] ZHANG Chao, ZHU Jihong, GAO Yakui. Active disturbance rejection controller based on deadbeat observer design and performance analysis [J]. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(1): 29–34.
(张超, 朱纪洪, 高亚奎. 基于最小拍观测器的自抗扰控制器设计与性能分析 [J]. 控制理论与应用, 2015, 32(1): 29–34.)
- [16] CHENG Chunhua, HU Yunan, WU Jinhua. Auto disturbance controller of non-affine nonlinear pure feedback systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2014, 40(7): 1528–1536.
(程春华, 胡云安, 吴进华. 非仿射纯反馈非线性系统的自抗扰控制 [J]. 自动化学报, 2014, 40(7): 1528–1536.)
- [17] GAO Zhiqiang. On the foundation of active disturbance rejection control [J]. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(12): 1498–1510.
(高志强. 自抗扰控制思想探究 [J]. 控制理论与应用, 2013, 30(12): 1498–1510.)
- [18] GAO Z Q. Scaling and bandwidth-parameterization based controller-tuning [C] // *Proceedings of the 2003 American Control Conference*, Denver: IEEE, 2003: 4986–4996.
- [19] SUN Li, DONG Junyi, LI Donghai, et al. Cascaded load-frequency digital electric-hydraulic regulation of turbine via extended state observer [J]. *Proceedings of the CSEE*, 2015, 35(7): 1697–1703.
(孙立, 董君伊, 李东海, 等. 基于扩张状态观测器的汽轮机功频电液串级控制 [J]. 中国电机工程学报, 2015, 35(7): 1697–1703.)
- [20] LI Jun, WAN Wenjun. A novel sinusoidal frequency measurement method based on modulation of sequence with zero initial phase [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2016, 42(10): 1585–1594.
(李军, 万文军. 一种基于序列零初相位调制的新型正弦信号频率测量方法 [J]. 自动化学报, 2016, 42(10): 1585–1594.)
- [21] ZHONG Weimin, PI Daoying, SUN Youxian. Support vector machine based direct inverse-model identification [J]. *Control Theory & Applications*, 2005, 22(2): 307–310.
(钟伟民, 皮道映, 孙优贤. 基于支持向量机的直接逆模型辨识 [J]. 控制理论与应用, 2005, 22(2): 307–310.)
- [22] LI Jun, ZHU Yaqing, CHEN Wen, et al. Research and application of a new type of sinusoid tracking differentiator [J]. *Control Theory & Applications*, 2016, 33(9): 1182–1192.
(李军, 朱亚清, 陈文, 等. 一种新型正弦跟踪微分器的研究与应用 [J]. 控制理论与应用, 2016, 33(9): 1182–1192.)

作者简介:

- 李军 (1962–), 男, 工程师, 主要从事计算机控制与通讯等试验研究工作, E-mail: lijun_87389@163.com;
- 万文军 (1974–), 男, 博士, 高级工程师, 主要从事火电厂热工控制方面的试验和科研工作, E-mail: tansthin@163.com;
- 王超越 (1978–), 男, 博士, 曾做过博士后研究工作, 高级工程师, 主要从事计算机控制与数据分析等试验研究工作, E-mail: gzcmyx@163.com.