

基于卡尔曼滤波器组的多重故障诊断方法研究

符方舟¹, 王大轶^{2†}, 李文博¹

(1. 北京控制工程研究所, 北京 100080; 2. 北京空间飞行器总体设计部, 北京 100094)

摘要: 针对缺乏有效的用于处理多重(两重及以上)加性故障隔离问题的诊断方法的现状, 本文提出了一种新的基于卡尔曼滤波器组的控制系统多重故障的检测与隔离算法. 通过构造多个结构不同的卡尔曼滤波器并设计相应的残差, 使得每个残差仅对执行机构或传感器某个故障敏感而对其余故障不敏感, 最终实现多重故障检测与隔离. 除此之外, 通过理论推导以及仿真分析, 证明了所提出的故障检测与隔离算法的优越性.

关键词: 卡尔曼滤波器组; 多重故障; 未知输入卡尔曼滤波器; 加性故障; 故障检测与隔离

中图分类号: TP274 文献标识码: A

Multiple fault detection and isolation based on Kalman filters

FU Fang-zhou¹, WANG Da-yi^{2†}, LI Wen-bo¹

(1. Beijing Institute of Control Engineering, Beijing 100080, China;
2. Beijing Institute of Spacecraft System Engineering, Beijing 100094, China)

Abstract: Due to the lack of efficient approaches to locate multiple (two or more) faults, a new method based on a bank of Kalman filters to detect and isolate faults in sensors and actuators is considered in this paper. In the presented approach, Kalman filters are constructed corresponding to all the possible faults of sensors and actuators, and a set of structured residuals is given, each of which is sensitive to a fault and robust for the remaining faults in sensors or actuators. The theoretical analysis of the proposed approach is given. In addition, a simulation example is employed to show the advantage of the proposed approach in multiple fault detection and isolation.

Key words: Kalman filters; multiple fault; unknown input Kalman filter; additive fault; fault detection and isolation

1 引言(Introduction)

故障检测与诊断技术的研究对于安全性要求较高的控制系统, 如飞机、火车、汽车、发电厂和化工厂等, 具有重要的意义^[1]. 故障的定义为: 系统至少有一个属性或参数不能容忍地偏离了正常水平, 导致系统难以完成预期功能^[2]. 根据故障的不同表示方法, 可将故障分为加性故障与乘性故障^[3]. 其中加性故障指的是作用在系统上的未知输入, 在系统正常运行时为零, 它的出现会导致系统输出发生不受已知输入影响的变化. 加性故障的表示形式比乘性故障更为通用, 同时加性故障也是本文研究的重点.

故障检测与诊断通常包括3个部分^[4]: 故障检测、故障隔离与故障辨识. 一般情况下, 故障辨识的过程可以被忽略, 因此, 在许多情况下仅考虑故障检测与隔离两个方面^[5]. 本文中将故障检测与隔离方法统称为诊断方法. 诊断方法可以划分为3类^[6]: 基于解析模

型、数据驱动和两者相结合的方法, 其中基于解析模型的方法受到了学者们极大的关注, 近年来, 学者们对该方法进行了深入的研究, 并取得了丰硕的成果^[7-10].

故障发生部位和严重程度具有一定的随机性, 因此, 故障隔离是故障修复的前提条件^[11-12]. 随着实际控制系统部件数量不断增加, 故障隔离成为了亟待解决的问题. 许多学者在故障检测与隔离方面的研究取得了很大的成就. 文献^[13]提出了改进的多重渐消因子强跟踪非线性滤波快速故障诊断方法, 使得诊断系统可以快速地对飞机舵面故障进行诊断. 然而该方法在诊断方面存在一定的局限性——仅考虑了执行机构的卡死故障或摆动故障, 没有考虑传感器故障对诊断结果的影响. 文献^[14]在工作点处对无人航空飞行器系统进行线性化后, 利用线性卡尔曼滤波器组对传感器的故障进行隔离, 并利用其诊断结果对系统进行重

收稿日期: 2016-09-07; 录用日期: 2017-02-14.

†通信作者. E-mail: dayiwang@163.com.

本文责任编辑: 周东华.

国家杰出青年科学基金项目(61525301), 国家自然科学基金项目(61690215, 61640304)资助.

Supported by National Natural Science Funds for Distinguished Young Scholar of China (61525301) and National Natural Science Foundation of China (61690215, 61640304).

构. 文献[15]提出了一种在有色噪声情况下的Kalman滤波器的设计方法, 并利用该卡尔曼滤波器对航空发动机控制系统传感器故障进行诊断. 当某个传感器发生故障时, 仅有一个滤波器结果低于阈值, 而其他滤波器的结果均高于设定的阈值. 可以看出, 当多重故障发生时, 所有滤波器的输出均高于阈值, 此时无法对故障进行定位. 除此之外, 该诊断算法仅考虑了传感器故障的情况, 因此具有一定的局限性. 针对于风速与测量噪声在变速风力发电系统中非高斯性的情况, 文献[16]通过设计一种新的滤波算法对该系统的传感器故障进行检测和隔离. 通过仿真可知, 该诊断算法能够有效地对变速风力发电系统中的传感器故障进行诊断. 文献[17]通过设计两阶段扩展卡尔曼滤波器算法, 对卫星姿态控制系统中的反作用飞轮进行故障诊断, 所提出的诊断方法适用于加性故障和乘性故障的形式. 文献[18]将系统的执行机构与传感器的加性故障作为系统状态对系统进行扩维, 并通过最优三阶段卡尔曼滤波器与鲁棒三阶段卡尔曼滤波器对故障进行重构. 然而, 该方法存在的最大问题是: 该诊断方法要求加性故障变化较为缓慢, 这使得该方法具有一定的局限性. 文献[19]通过设计一组扩展卡尔曼滤波器组对姿态传感器故障进行诊断. 当某个传感器发生故障时, 故障部位对应的卡尔曼滤波器的残差保持不变, 而其余的卡尔曼滤波器的残差均会超过设定的阈值. 通过分析可知, 该诊断算法无法对多重故障进行. 综上所述, 现有的执行机构和传感器加性故障的故障检测和隔离方法存在一定的问题: 无法处理多重加性故障的隔离问题; 传感器与执行机构的故障检测和隔离方法的研究较为分离; 已有的加性故障隔离算法对故障形式有一定要求.

鉴于上述执行机构、传感器故障检测与隔离的工程意义和现有方法存在的不足, 本文针对白噪声下的一般离散线性随机系统模型的执行机构与传感器的加性故障, 提出了一种基于卡尔曼滤波器组的故障检测与多重故障隔离的方法. 首先, 针对系统执行机构加性故障的特点, 构建受限的未知输入卡尔曼滤波器组, 与设计的相对残差相结合, 给出了系统执行机构故障的故障检测与多重故障隔离的方法, 并通过理论分析证明方法的有效性; 同样地, 针对系统传感器加性故障的特点, 给出系统传感器故障的故障检测与多重故障隔离的方法并证明了该方法的有效性; 然而, 设计了包含检测阈值与绝对阈值的双重阈值判定条件, 增加故障诊断的精度; 最后, 通过仿真实例, 验证了所提出的执行机构与传感器的加性故障的检测和隔离方法的优越性.

2 问题描述(Problem description)

考虑如下动态系统的离散状态空间模型:

$$\begin{cases} x(k+1) = Fx(k) + Bu(k) + w(k), \\ y(k) = Hx(k) + Du(k) + v(k), \end{cases} \quad (1)$$

其中: $k \in \mathbb{Z}$, $x(k) \in \mathbb{R}^n$, $u(k) \in \mathbb{R}^m$, $y(k) \in \mathbb{R}^r$ 分别为系统的状态向量、输入向量和输出向量, 初始状态 $x(0)$ 是满足均值为 $E[x(0)] = \bar{x}_0$, 方差为

$$E\{[x(0) - \bar{x}_0][x(0) - \bar{x}_0]^T\} = P_0,$$

且与系统噪声和测量噪声不相关的高斯随机函数. $w(k) \in \mathbb{R}^l$ 和 $v(k) \in \mathbb{R}^t$ 为系统的干扰因素, 可描述成互不相关的高斯白噪声, 即

$$\begin{aligned} E[w(k)] &= E[v(k)] = 0, \\ E[w(k), v(k)] &= 0, \\ E[w(k), w^T(j)] &= Q(k)\delta_{kj}, \\ E[v(k), v^T(j)] &= R(k)\delta_{kj}, \\ \delta_{kj} &= \begin{cases} 1, & k = j, \\ 0, & k \neq j, \end{cases} \end{aligned}$$

其中 $Q(k)$ 和 $R(k)$ 分别为系统噪声和测量噪声的方差阵.

当系统执行机构和传感器发生加性故障时, 系统(1)的状态空间表达式可以改写为

$$\begin{cases} x(k+1) = Fx(k) + Bu(k) + \\ \quad B_f f_c(k) + w(k), \\ y(k) = Hx(k) + Du(k) + D_f f_o(k) + v(k), \end{cases} \quad (2)$$

其中: $f_c \in \mathbb{R}^{d_c}$ 和 $f_o \in \mathbb{R}^{d_o}$ 为故障向量, B_f 和 D_f 分别为合适维数的已知系数矩阵. 在设计系统(1)的卡尔曼滤波器前, 给出如下假设.

假设 1 系统(1)是完全可观的, 即

$$\text{rank}(O(F, H)) = n.$$

则由假设1, 可得到该系统的卡尔曼滤波方程:

$$\hat{x}(k|k-1) = F\hat{x}(k-1) + Bu(k-1), \quad (3)$$

$$P(k|k-1) = FP(k-1)F^T + Q(k-1), \quad (4)$$

$$K(k) = P(k|k-1)H^T[HP(k|k-1)H^T + R(k)]^{-1}, \quad (5)$$

$$P(k) = [I - K(k)H]P(k|k-1)[I - K(k)H]^T + K(k)R(k)K^T(k), \quad P(0) = P_0, \quad (6)$$

$$\hat{x}(k) = \hat{x}(k|k-1) + K(k)[y(k) - H\hat{x}(k|k-1) - Du(k)], \quad \hat{x}(0) = \bar{x}_0. \quad (7)$$

与文献[9]类似, 考虑选取预报误差作为残差, 则有

$$r(k) = y(k) - H\hat{x}(k|k-1) - Du(k).$$

可以看出, 当传感器发生故障时, 残差发生突变, 由此检测出执行机构与传感器故障. 然而通过分析可知, 上述一般的卡尔曼滤波器, 仅能对故障进行检测, 无法隔离故障. 为了使诊断系统能准确地对故障部位进行隔离, 本文提出了一种新的基于卡尔曼滤波器组的控制系统多重故障的检测与隔离算法.

3 卡尔曼滤波器组的设计方法(Design method of Kalman filters)

考虑在一般情况下,传感器和执行机构只有极小的概率在同一时刻发生故障.因此,本文仅考虑只有执行机构或只有传感器发生多重故障的情况.首先给出用于处理执行机构的多重加性故障隔离问题的卡尔曼滤波器组设计方法.

3.1 执行机构故障(Faults of actuators)

仅有执行机构故障时,此时 $f_o \equiv 0$.将系统(2)改写成如下形式:

$$\begin{cases} x(k+1) = Fx(k) + Bu(k) + [B_{f_i} \ B_{f_{\text{except}}}] \times \\ \quad \begin{bmatrix} f_i(k) \\ f_{\text{except}}(k) \end{bmatrix} + w(k), \\ y(k) = Hx(k) + Du(k) + v(k), \end{cases} \quad (8)$$

其中: B_{f_i} 为系统(1)中矩阵 B_f 的第*i*列, $B_{f_{\text{except}}}$ 为系统(1)中矩阵 B_f 的剩余列.

文献[20]给出了设计未知输入卡尔曼滤波器的必要条件,因此本文作出如下假设:

假设2 对于系统(2),满足等式 $\text{rank}(HB_{f_i}) = \text{rank}(B_{f_i}) = d_c$.

显然,当假设2成立时,总能满足等式

$$\text{rank}(HB_{f_{\text{except}}}) = \text{rank}(B_{f_{\text{except}}}) = d_{\text{except}},$$

其中 d_{except} 表示剩余故障的维数,即 $d_{\text{except}} = d_c - 1$.

由假设1和假设2可得第*i*个执行机构对应的未知输入卡尔曼滤波器的方程如下所示:

$$\hat{x}_i(k|k-1) = F\hat{x}_i(k-1) + Bu(k-1), \quad (9)$$

$$P_i(k|k-1) = FP_i(k-1)F^T + Q(k-1), \quad (10)$$

$$\hat{x}_i(k) = \hat{x}_i(k|k-1) + L_i(k)[y(k) - H\hat{x}_i(k|k-1) - Du(k)], \quad \hat{x}_i(0) = \bar{x}_0, \quad (11)$$

$$P_i(k) = [I - K_i(k)H]P_i(k|k-1) + \eta_i(k)\Pi_i(k) \times V(k)\Pi_i^T(k)\eta_i^T(k), \quad P_i(0) = P_0, \quad (12)$$

其中:

$$L_i(k) = K_i(k) + \eta_i(k)\Pi_i(k), \quad (13)$$

$$K_i(k) = P_i(k|k-1)H^T V_i^{-1}(k), \quad (14)$$

$$\eta_i(k) = [I - K_i(k)H]B_{f_{\text{except}}}, \quad (15)$$

$$\Pi_i(k) = [\Xi_i^T(k)V_i^{-1}(k)\Xi_i(k)]^{-1}\Xi_i^T(k)V_i^{-1}(k), \quad (16)$$

$$\Xi_i(k) = HB_{f_{\text{except}}}, \quad (17)$$

$$V_i(k) = HP_i(k|k-1)H^T + R(k), \quad (18)$$

$\hat{x}_i(k)$ 为第*i*个执行机构对应的卡尔曼滤波器在第*k*步时的最优状态估计量.

若直接利用滤波器预报误差构造残差 $r_i(k) =$

$y(k) - H\hat{x}_i(k|k-1) - Du(k)$,则由式(8)–(9)可得

$$r_i(k) =$$

$$y(k) - H\hat{x}_i(k|k-1) - Du(k) =$$

$$Hx(k) + v(k) - HF\hat{x}_i(k-1) - HBu(k-1) =$$

$$HF[x(k-1) - \hat{x}_i(k-1)] + HB_{f_i}f_i(k-1) +$$

$$HB_{f_{\text{except}}}f_{\text{except}}(k-1) + Hw(k-1) + v(k),$$

此时残差 $r_i(k)$ 同时受加性故障 $f_i(k)$ 和 $f_{\text{except}}(k)$ 的影响,无法对系统多重故障进行隔离.因此,考虑以相对残差作为诊断指标.用 B_f 替换式(9)–(18)中的 $B_{f_{\text{except}}}$,由假设1和假设2,构造系统(2)的全局未知输入卡尔曼滤波器如下所示:

$$\hat{x}(k|k-1) = F\hat{x}(k-1) + Bu(k-1), \quad (19)$$

$$P(k|k-1) = FP(k-1)F^T + Q(k-1), \quad (20)$$

$$\hat{x}(k) = \hat{x}(k|k-1) + K(k)[y(k) -$$

$$H\hat{x}(k|k-1) - Du(k)], \quad \hat{x}(0) = \bar{x}_0, \quad (21)$$

$$P(k) =$$

$$[I - K(k)H]P(k|k-1) + \eta(k)\Pi(k) \times$$

$$V(k)\Pi^T(k)\eta^T(k), \quad P(0) = P_0, \quad (22)$$

其中:

$$L(k) = K(k) + \eta(k)\Pi(k), \quad (23)$$

$$K(k) = P(k|k-1)H^T V^{-1}(k), \quad (24)$$

$$\eta(k) = [I - K(k)H]B_{f_{\text{except}}}, \quad (25)$$

$$\Pi(k) = [\Xi^T(k)V^{-1}(k)\Xi(k)]^{-1}\Xi^T(k)V^{-1}(k), \quad (26)$$

$$\Xi(k) = HB_{f_{\text{except}}}, \quad (27)$$

$$V(k) = HP(k|k-1)H^T + R(k). \quad (28)$$

令 $\hat{y}(k) = H\hat{x}(k|k-1) + Du(k)$,给出相对残差的计算公式

$$\tilde{r}_i(k) = \hat{y}(k) - H\hat{x}_i(k|k-1) - Du(k) = H\hat{x}(k|k-1) - H\hat{x}_i(k|k-1). \quad (29)$$

为了方便说明问题,下面分析 $k+1$ 时刻第*i*个执行机构的加性故障 $f_i(k+1)$ 对相对残差 $\tilde{r}(k+1)$ 的影响.由式(9)(19)和(29)可得

$$\tilde{r}_i(k+1) = H[\hat{x}(k+1|k) - \hat{x}_i(k+1|k)] = HF[\hat{x}(k) - \hat{x}_i(k)]. \quad (30)$$

令 $\Delta(k)$ 表示全局卡尔曼滤波器的状态估计误差,此时全局卡尔曼滤波器的状态估计值为 $\hat{x}(k) = x(k) + \Delta(k)$.代入式(30)可得

$$\tilde{r}_i(k+1) = HF[x(k) + \Delta(k) - \hat{x}_i(k)]. \quad (31)$$

值得注意的是,加性故障被视为未知输入卡尔曼滤波器(18)–(27)中的未知输入,此时执行机构故障

f_c 对该滤波器的状态估计误差 $\Delta(k)$ 影响较小. 因此, 在故障情况下, 相对残差 \tilde{r}_i 主要是由实际状态变量与第*i*个执行机构对应的卡尔曼滤波器的状态估计值之差决定的, 即 $x(k) - \hat{x}_i(k) \gg \Delta(k)$. 不失准确性, 此时只需考虑第*k*步的状态估计相对误差, 由式(8)–(9)(11)(13)和(31)可得

$$\begin{aligned} x(k) - \hat{x}_i(k) = & Fx(k-1) + Bu(k-1) + B_{f_i}f_i(k-1) + \\ & w(k-1) + B_{f_{\text{except}}}f_{\text{except}}(k-1) - \hat{x}_i(k|k-1) - \\ & L_i(k)[y(k) - H\hat{x}_i(k|k-1) - Du(k)] = \\ & Fx(k-1) + B_{f_i}f_i(k-1) + w(k-1) + \\ & B_{f_{\text{except}}}f_{\text{except}}(k-1) - F\hat{x}_i(k-1) - [K_i(k) + \\ & \eta_i(k)\Pi_i(k)][Hx(k) + v(k) - H\hat{x}_i(k|k-1)] = \\ & Fx(k-1) + B_{f_i}f_i(k-1) + w(k-1) + \\ & B_{f_{\text{except}}}f_{\text{except}}(k-1) - F\hat{x}_i(k-1) - \\ & [K_i(k) + \eta_i(k)\Pi_i(k)][HFx(k-1) + \\ & HB_{f_i}f_i(k-1) + HB_{f_{\text{except}}}f_{\text{except}}(k-1) + \\ & Hw(k-1) + v(k) - HF\hat{x}_i(k-1)]. \end{aligned}$$

将式(15)–(16)代入上式, 有

$$\begin{aligned} x(k) - \hat{x}_i(k) = & Fx(k-1) + B_{f_i}f_i(k-1) + w(k-1) + \\ & B_{f_{\text{except}}}f_{\text{except}}(k-1) - F\hat{x}_i(k-1) - \{K_i(k) + \\ & [I - K_i(k)H]B_{f_{\text{except}}}\}[\Xi_i^T(k)V_i^{-1}(k)\Xi_i(k)]^{-1} \times \\ & \Xi_i^T(k)V_i^{-1}(k)\{HFx(k-1) + HB_{f_i}f_i(k-1) + \\ & HB_{f_{\text{except}}}f_{\text{except}}(k-1) + Hw(k-1) + v(k) - \\ & HF\hat{x}_i(k-1)\}. \end{aligned}$$

注意到

$$[\Xi_i^T(k)V_i^{-1}(k)\Xi_i(k)]^{-1}\Xi_i^T(k)V_i^{-1}(k)\Xi_i(k) = I,$$

则由式(17)可得

$$\begin{aligned} x(k) - \hat{x}_i(k) = & Fx(k-1) + B_{f_i}f_i(k-1) + w(k-1) + \\ & B_{f_{\text{except}}}f_{\text{except}}(k-1) - F\hat{x}_i(k-1) - \{K_i(k) + \\ & [I - K_i(k)H]B_{f_{\text{except}}}\}[\Xi_i^T(k)V_i^{-1}(k)\Xi_i(k)]^{-1} \times \\ & \Xi_i^T(k)V_i^{-1}(k)\{HFx(k-1) + HB_{f_i}f_i(k-1) + \\ & Hw(k-1) - HF\hat{x}_i(k-1) + v(k)\} - \\ & K_i(k)HB_{f_{\text{except}}}f_{\text{except}}(k-1) - \\ & [I - K_i(k)H]B_{f_{\text{except}}}f_{\text{except}}(k-1) = \\ & F[x(k-1) - \hat{x}_i(k-1)] + B_{f_i}f_i(k-1) - \\ & \{K_i(k) + [I - K_i(k)H]B_{f_{\text{except}}}\}[\Xi_i^T(k)V_i^{-1}(k) \times \\ & \Xi_i(k)]^{-1}\Xi_i^T(k)V_i^{-1}(k)\{HB_{f_i}f_i(k-1) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & v(k) + HF[x(k-1) - \hat{x}_i(k-1)] + \\ & Hw(k-1)\}. \end{aligned} \tag{32}$$

通过分析可知, V_i^{-1} , Ξ_i 和 K_i 不受加性故障 f_i 和 f_{except} 的影响. 又由式(32)可得, 若第*i*个执行机构对应的未知输入卡尔曼滤波器在初始时刻是无偏的, 则未发生故障 f_i 时, 即 $f_i = 0$, 该未知输入卡尔曼滤波器是无偏的, 即 $E[x - \hat{x}_i] = 0$, 此时 $(x - \hat{x}_i)$ 为零均值的多元分布; 发生故障 f_i 时, 即 $f_i \neq 0$, $(x - \hat{x}_i)$ 发生突变. 综上所述, 当系统的第*i*个执行机构未发生故障时, 相对残差 \tilde{r}_i 的值近似等于零; 当其发生故障时, 会导致相对残差 \tilde{r}_i 发生突变. 因此可以根据 \tilde{r}_i 对系统的故障部位进行隔离.

值得注意的是, 由式(32)与上述分析可知, 对于第*i*个执行机构对应的卡尔曼滤波器, 可以选取输出估计误差 $\tilde{r}_i(k) = y(k) - H\hat{x}_i(k) - Du(k)$ 作为残差, 相似的, 此时残差 \tilde{r}_i 也仅对第*i*个执行机构的故障敏感, 除此之外, 由于不需要利用全局卡尔曼滤波器的状态估计值, 极大地降低了该方法的计算负担与系统的复杂度, 证明过程与上述基本一致, 在这里便不做过多的推导.

接下来给出用于处理传感器的多重加性故障隔离问题的卡尔曼滤波器组设计方法.

3.2 传感器故障(Faults of sensors)

仅有传感器发生故障时, 可将系统(2)改写成如下形式:

$$\begin{cases} x(k+1) = Fx(k) + Bu(k) + w(k), \\ \begin{bmatrix} y_i(k) \\ y_{\text{except}}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_i \\ H_{\text{except}} \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} f_i(k) \\ f_{\text{except}}(k) \end{bmatrix} + \\ \begin{bmatrix} D_i \\ D_{\text{except}} \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} v_i(k) \\ v_{\text{except}}(k) \end{bmatrix}, \end{cases} \tag{33}$$

其中: H_i 为系统(1)中矩阵 H 的第*i*行, H_{except} 为系统(2)中矩阵 H 的剩余行; 同理, $y_i(k)$, $f_i(k)$, D_i 和 $v_i(k)$ 分别为系统(2)的输出向量 $y(k)$, 故障向量 $D_f f_o(k)$, 系数矩阵 D 和噪声向量 v 的第*i*行; $y_{\text{except}}(k)$, $f_{\text{except}}(k)$, D_{except} 与 $v_{\text{except}}(k)$ 分别为系统(2)的输出 $y(k)$, 故障向量 $D_f f_o(k)$, 系数矩阵 D 和噪声向量 v 的剩余行. 在设计传感器对应的卡尔曼滤波器组前, 给出如下假设:

假设 3 $\text{rank}(O(F, H_i)) = n, i = 1, 2, \dots, r.$

与执行机构对应的卡尔曼滤波器组设计方法相似, 将 $y_i(k)$, H_i 和 D_i 分别代替式子(3)–(7)中的 $y(k)$, H 和 D , 则由假设3可得第*i*个传感器对应的卡尔曼滤波器的方程:

$$\hat{x}_i(k|k-1) = F\hat{x}_i(k-1) + Bu(k-1), \tag{34}$$

$$P_i(k|k-1) = FP_i(k-1)F^T + Q(k-1), \tag{35}$$

$$K_i(k) = P_i(k|k-1)H_i^T[H_iP_i(k|k-1)H_i + R_i(k)]^{-1}, \quad (36)$$

$$P_i(k) = [I - K_i(k)H_i]P_i(k|k-1)[I - K_i(k)H_i]^T + K_i(k)R_i(k)K_i^T(k), \quad P_i(0) = P_0, \quad (37)$$

$$\hat{x}_i(k) = \hat{x}_i(k|k-1) + K_i(k)[y_i(k) - D_iu(k) - H_i\hat{x}_i(k|k-1)], \quad \hat{x}_i(0) = \bar{x}_0, \quad (38)$$

其中: $\hat{x}_i(k)$ 为第 i 个传感器对应的卡尔曼滤波器在第 k 步时的最优状态估计量。

由式(33)–(34), 可以得到第 $k+1$ 步时第 i 个传感器对应的卡尔曼滤波器的残差为

$$\begin{aligned} r_i(k+1) = & y_i(k+1) - H_i\hat{x}_i(k+1|k) - D_iu(k+1) = \\ & H_ix(k+1) + D_iu(k+1) + f_i(k+1) + \\ & v_i(k+1) - H_i\hat{x}_i(k+1|k) - D_iu(k+1) = \\ & H_iFx(k) + H_iBu(k) + H_iw(k) + f_i(k+1) + \\ & v_i(k+1) - H_iF\hat{x}_i(k) - H_iBu(k) = \\ & H_iF[x(k) - \hat{x}_i(k)] + f_i(k+1) + \\ & H_iw(k) + v_i(k+1). \end{aligned} \quad (39)$$

可以注意到, 残差式(39)中含该卡尔曼滤波器的状态估计误差. 与第2.1节相似, 继续对第 k 步的状态估计误差进行分析. 由式(33)–(34)(38), 可得

$$\begin{aligned} x(k) - \hat{x}_i(k) = & Fx(k-1) + Bu(k-1) + w(k-1)\hat{x}_i(k|k-1) - \\ & K_i i(k)[y_i(k) - H_i\hat{x}_i(k|k-1) - D_iu(k)] = \\ & F[x(k-1) - \hat{x}_i(k-1)] + w(k-1) - \\ & K_i(k)\{H_iF[x(k-1) - \hat{x}_i(k-1)] + \\ & f_i(k) + H_iw(k-1) + v_i(k)\} = \\ & [I - K_i(k)H_i]F[x(k-1) - \hat{x}_i(k-1)] + \\ & w(k-1) - K_i(k)f_i(k) - \\ & K_i(k)H_iw(k-1) - K_i(k)v_i(k). \end{aligned} \quad (40)$$

由式(35)–(37)可以看出, $K_i(k)$ 与传感器加性故障 f_{except} 无关. 若 $f_i = 0$, 则由式(40)可得

$$\begin{aligned} E[x(k) - \hat{x}_i(k)] = & [F - K_i(k)H_iF]E[x(k-1) - \hat{x}_i(k-1)]. \end{aligned}$$

因此, 由式(39)–(40)可知, 若状态估计值在初始时刻是无偏的, 则第 i 个传感器无故障时, 即 $f_i = 0$, 该传感器对应的卡尔曼滤波器估计的状态对于系统(33)也是无偏的. 此时 r_i 为零均值的多元分布; 相反的, 当传感器 i 发生故障时, 即 y_i 出现异常, 会直接导致残差 r_i 发生异常, 而对第 j ($i \neq j$) 个传感器对应的卡尔曼滤波器的残差 $r_i(k)$ 无影响. 由此, 可以根据 r 个传感

器的卡尔曼滤波器对系统(33)的传感器故障进行隔离.

值得注意的是, 由于滤波器(9)–(18)和(34)–(38)中利用的是控制系统的实际输入与实际输出作为滤波器输入, 因此在系统发生执行机构饱和或传感器输出饱和时, 不会导致诊断算法出现误判.

4 多重故障的检测与隔离 (Multiple fault detection and isolation)

为了减小噪声对诊断结果的影响, 通常采用加权平方和对残差进行处理:

$$S(k) = \frac{1}{N+1} \sum_{j=k-N}^k r^T(j)r(j),$$

其中 N 为数据窗口长度, 当 N 取较大时, 能提高检测系统的鲁棒性并降低故障的误报率, 但同时会增加检测系统的计算负担. 因此, 选择数据窗口长度时, 应均衡考虑故障的准确率与计算量^[21].

设定检测阈值为 H , 当 $S(k)$ 在 k 时刻超出阈值 H , 即 $S(k) > H$, 则称系统在 k 时刻发生故障; 相反的, 若 $S(k)$ 在 k 时刻小于等于阈值, 即 $S(k) \leq H$, 则称系统此时无故障. 选取检测阈值需要充分考虑检测系统的误报率与检测精度. 当阈值较大时可以很好地抑制检测系统的误报, 然而却降低了检测系统的精度; 相应的, 当阈值较小时, 会大大增加系统虚警概率. 在本文中, 假设已知系统从 k_1 到 k_2 时刻之间是无故障的, 则选取检测阈值 $H = \max_t \beta S(t)$, $\beta \geq 1$, $t = k_1, k_1 + 1, \dots, k_2$, 其中 β 为放大系数, 用于调整误报率与检测精度之间的关系. 同时, 为了进一步提高精度, 减少误报和虚警的概率, 本文采用了双重阈值的策略. 当满足以下条件之一时, 则认为系统发生故障:

1) 加权平方的残差在连续的3个时刻超过检测阈值 H , 即 $S(k) > H, k = t, t+1, t+2$.

2) 加权平方的残差在某一时刻超过绝对阈值 H_{abs} , 即 $S(k) > H_{\text{abs}}$, 其中 $H < H_{\text{abs}}$.

为了使诊断系统能同时对执行机构与传感器故障进行检测与隔离, 需要给出相应的隔离策略. 相较于执行机构对应的未知输入卡尔曼滤波器组, 传感器对应的一般卡尔曼滤波器组结构较为简单, 且各滤波器方程之间耦合性较弱. 因此, 通常考虑利用传感器对应的滤波器组对故障进行初步定位. 由式(33)(38)–(39)可知, 若执行机构发生故障, 会导致传感器对应的卡尔曼滤波器组的加权平方的残差同时增大. 又考虑到所有传感器在同一时刻发生故障的概率极小, 因此可以认为: 1) 当传感器对应的卡尔曼滤波器组加权平方的残差仅有部分超过阈值时, 表示故障部件为传感器, 并且可以直接将故障传感器隔离; 2) 相反的, 当该卡尔曼滤波器组的加权平方的残差均超过阈值时, 则表示执行机构发生故障, 此时需要通过分析执行机构

对应的卡尔曼滤波器组的加权平方残差对故障部位进行进一步的精确定位. 给出故障检测与隔离的流程如图1所示.

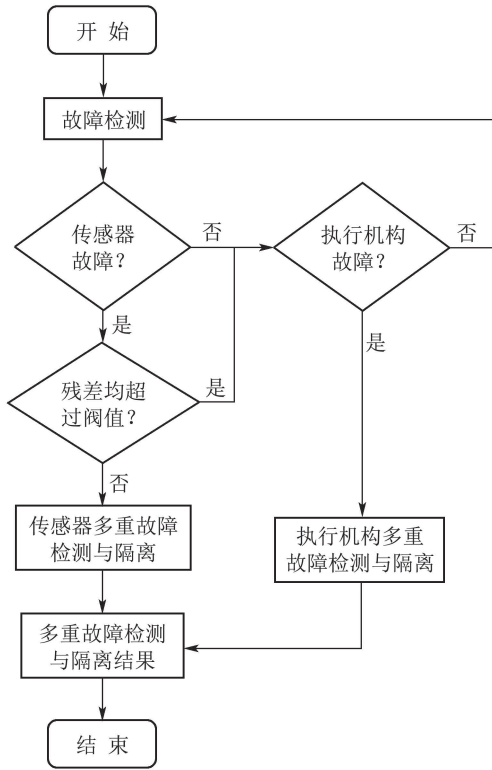


图 1 卡尔曼滤波器组故障检测与隔离流程图

Fig. 1 Flowchart of fault detection and isolation based on Kalman filters

值得注意的是, 仅当所检测的故障是可隔离的, 才能保证上述诊断结果的准确性, 即当故障不可隔离时, 该诊断系统可能会给出错误的判断. 实质上, 故障可隔离是设计故障隔离算法的前提条件^[22].

至此, 给出了基于残差加权的卡尔曼滤波器组故障诊断方法. 接下来将通过仿真, 对所提出的诊断算法的有效性进行验证.

5 数值例子(Numerical example)

为了便于说明问题, 考虑具有普遍意义的包含加性故障的多输入多输出抽象系统模型(2), 模型参数为

$$F = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.2 & 0 & 0 \\ 1 & 0.1 & 0.3 & 0.2 \\ 0.3 & 0.4 & 0.1 & 0 \\ 1 & 0.2 & 1 & 0.3 \end{bmatrix}, D = B_f = D_f = I_4,$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.08 & 0.1 & 1 & 0.5 \\ 0.2 & 0 & 0.01 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1.3 & 1 \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0 & 1 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0 & 1 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix},$$

$$Q(k) = \text{diag}\{0.04, 0.04, 0.04, 0.04\},$$

$$R(k) = \text{diag}\{0.01, 0.01, 0.01, 0.01\},$$

$$u(k) = \begin{bmatrix} 0.13 \sin k \\ 0.22 \cos k \\ 0.41 \sin k + 0.21 \cos k \\ 0.34 \cos k - 0.16 \sin k \end{bmatrix}.$$

接下来通过注入故障来研究算法的有效性. 考虑如下故障:

5.1 执行机构故障(Faults of actuators)

选取加权平方和数据窗口长度 $N = 7$, 检测阈值

$$H = \max_k 1.1S(k), H_{\text{abs}} = \max_k 1.5S(k),$$

$$k = 300, \dots, 1300.$$

假设在 $k = 1500$ 时, 执行机构1和4分别发生恒偏差故障和软故障, 此时有

$$f_c(k) = [0.3 \ 0 \ 0 \ 0.3 \sin(k)]^T, k \geq 1500.$$

值得注意的是, 执行机构1和4在同一时刻发生加性故障, 且故障不是缓慢变化的, 此时单重故障诊断算法无法定位故障. 基于上述考虑, 利用本文所提出的算法对该系统进行故障诊断, 其仿真结果如图2-3所示.

图2和图3中点线为每个卡尔曼滤波器相应的检测阈值, 实线为相应的绝对阈值. 从图2中可以看出, 当执行机构1与4发生加性故障时, 相应的未知输入卡尔曼滤波器的相对残差均在1500步时超过了阈值, 而此时其余的执行机构对应的卡尔曼滤波器的相对残差均不受影响. 又由图3可知, 当执行机构发生故障时, 传感器对应的卡尔曼滤波器的残差均超过阈值. 根据上述分析以及第3章所提出的卡尔曼滤波器组故障检测与隔离策略可知, 此时执行机构发生故障, 且故障部位为执行器1与执行器4. 所提出的诊断算法准确地对故障执行机构进行定位.

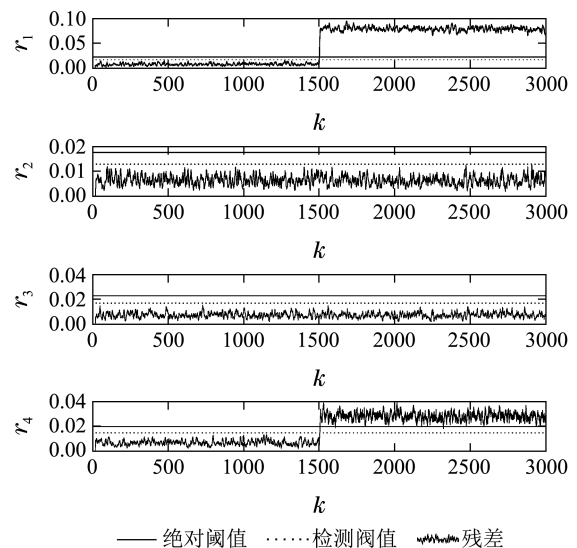


图 2 执行机构故障时执行机构对应的卡尔曼滤波器组的残差仿真图

Fig. 2 Residual curve of Kalman filters of actuators (faults in actuators)

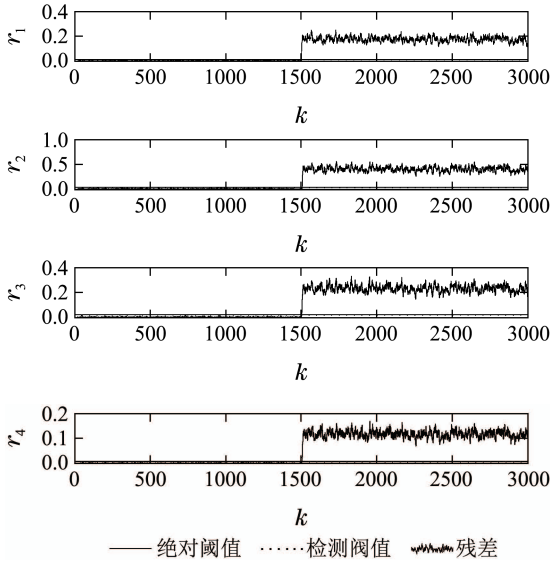


图3 执行机构故障时传感器对应的卡尔曼滤波器组的残差仿真图

Fig. 3 Residual curve of Kalman filters of sensors (faults in actuators)

5.2 传感器故障(Faults of sensors)

选取加权平方和数据窗口长度 $N = 7$, 检测阈值

$$H = \max_k 1.1S(k), H_{abs} = \max_k 1.5S(k),$$

$$k = 300, \dots, 1300.$$

与执行机构故障相似, 考虑同一时刻多个传感器发生故障的情况. 假设在 $k = 1500$ 时, 传感器2和3分别发生恒偏差故障和软故障, 此时有

$$f_c(k) = [0 \ 0.4 \ 0.5 \sin k \ 0]^T,$$

仿真结果如图4和5所示.

图4和图5中点线为每个卡尔曼滤波器相应的检测阈值, 实线为相应的绝对阈值. 由图4可知, 当传感器发生故障时, 执行机构对应的卡尔曼滤波器的残差均超过阈值. 由图5可知, 当传感器2与3发生加性故障时, 相应卡尔曼滤波器的残差在1500步处同时超过了阈值, 而此时其余传感器对应卡尔曼滤波器的残差均不受影响. 相似的, 根据上述分析以及所提出的隔离策略可知, 传感器对应的残差在时残差2和3超过阈值, 可诊断出传感器在该时刻发生故障, 且发生故障的传感器分别为传感器2与传感器3. 可以看出, 该诊断系统能够准确地隔离出系统的故障部位. 值得注意的是, 上述仿真实例仅考虑了系统加性故障的情况. 实质上, 当输入矩阵形式较为简单的情况, 该诊断算法同样可以针对执行机构的乘性故障进行有效地检测及隔离.

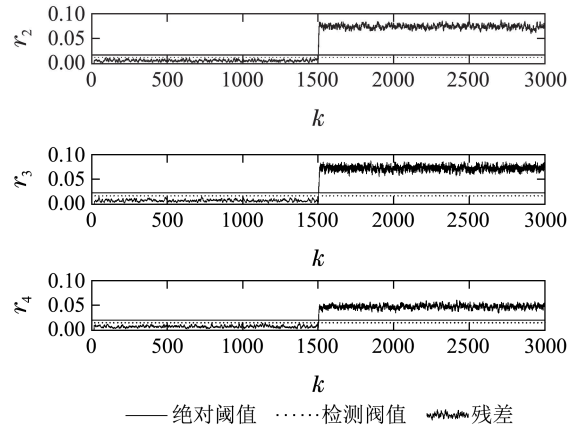
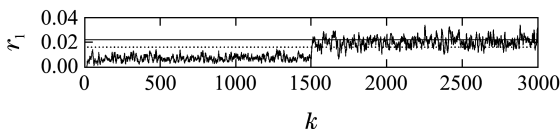


图4 传感器故障时执行机构对应的卡尔曼滤波器组的残差仿真图

Fig. 4 Residual curve of Kalman filters of actuators (faults in sensors)

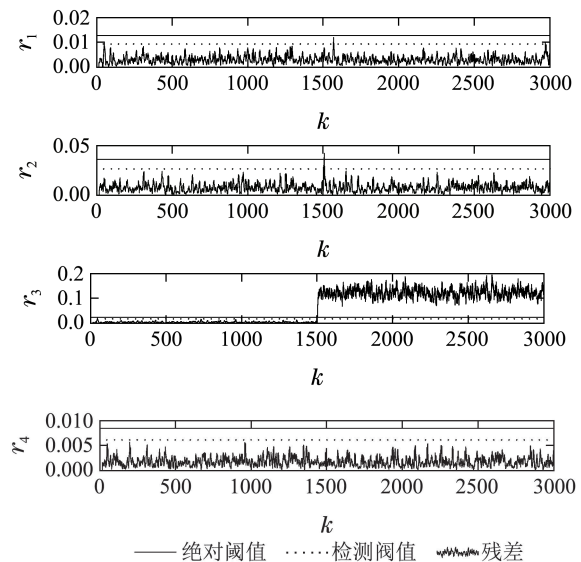


图5 传感器故障时传感器对应的卡尔曼滤波器组的残差仿真图

Fig. 5 Residual curve of Kalman filters of sensors (faults in sensors)

6 结论(Conclusions)

为实现系统加性故障检测与隔离的目的, 扩展卡尔曼滤波器组在故障检测与隔离中的应用. 本文针对基于状态估计的故障检测方法进行了深入的研究, 提出了一种新的动态系统的加性故障检测与隔离的方法. 该方法可以用于处理线性系统执行机构与传感器的任意形式的多重加性故障检测与隔离问题, 而不仅限于某个故障部位或单重故障的隔离. 这是所提出诊断算法与已有诊断算法之间的一个不同点. 除此之外, 由于加性故障在表达形式上具有一般性, 因此该诊断算法还可以应用于输入耦合性较弱的控制系统的执行机构乘性故障的检测与隔离.

对于一般的基于卡尔曼滤波器的诊断算法而言, 选取滤波器输出估计误差或预报误差作为残差对于

诊断结果及计算负担差别较小. 然而, 在该诊断方法中, 残差的选择极大地影响了最终的诊断效率. 这是所提出诊断算法与已有诊断算法之间的另一个不同点. 值得注意的是, 所提出的诊断方法仅能应用于一般情况下的故障系统诊断, 对于极端情况, 如传感器与执行机构同时发生故障或所有的传感器在同一时刻均发生故障, 该诊断方法将不再适用. 实质上, 由仿真算例可以看出, 当执行机构(传感器)故障发生时, 所提出的诊断算法可以快速定位故障. 因此, 该诊断算法无法处理的仅是传感器和执行器在同一采样点发生故障或所有执行机构(传感器)在同一时间点发生故障的罕见情况. 因此, 本文所提出的诊断方法在绝大多数情况均适用.

在接下来的研究中, 将主要围绕着不同故障部位之间的残差解耦进行, 扩大已有算法的适用范围.

参考文献(References):

- [1] ISERMANN R. Model-based fault-detection and diagnosis-status and applications [J]. *Annual Reviews in Control*, 2005, 29(1): 71 – 85.
- [2] DING S X. *Model-based Fault Diagnosis Techniques* [M]. Berlin Heidelberg: Springer, 2008.
- [3] MARTINS R S, VALE M R B G, MAITELLI A L. Hybrid methods for detection and identification of faults in dynamic systems [J]. *Asian Journal of Control*, 2015, 17(5): 1831 – 1847.
- [4] GERTLER J. *Fault Detection and Diagnosis in Engineering Systems* [M]. Florida: CRC press, 1998.
- [5] MOGHADAM F G N, TAGHIZADEGAN N, MERAJ H P. Method for illconditioned parameter estimation application in synchronous generators [C] // *Applied Mechanics and Materials*. Zurich: Trans Tech Publications, 2014, 448: 2616 – 2625.
- [6] NIU G, ZHAO Y. Fault detection and isolation based on bond graph modeling and empirical residual evaluation [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 2015, 229(3): 417 – 428.
- [7] KIASI F, PRAKASH J, SHAH S L. Detection and diagnosis of incipient faults in sensors of an LTI system using a modified GLR-based approach [J]. *Journal of Process Control*, 2015, 33: 77 – 89.
- [8] CHABIR K, SID M A, SAUTER D. Fault diagnosis in a networked control system under communication constraints: A quadrotor application [J]. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, 2014, 24(4): 809 – 820.
- [9] WANG Z, SHANG H. Kalman filter based fault detection for two-dimensional systems [J]. *Journal of Process Control*, 2015, 28: 83–94.
- [10] WEI X, LIU L, JIA L. Fault diagnosis for high order systems based on model decomposition [J]. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 2013, 11(1): 75 – 83.
- [11] ISERMANN R. *Fault-Diagnosis Systems: an Introduction from Fault Detection to Fault Tolerance* [M]. Berlin Heidelberg: Springer Science & Business Media, 2006.
- [12] JOHANSSON A, BASK M, NORLANDER T. Dynamic threshold generators for robust fault detection in linear systems with parameter uncertainty [J]. *Automatica*, 2006, 42(7): 1095 – 1106.
- [13] MA Jun, NI Shihong, XIE Wujie, et al. Deterministic sampling strong tracking filtering algorithms: fast detection and isolation for aircraft actuator fault [J]. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(6): 734 – 743.
(马骏, 倪世宏, 解武杰, 等. 确定采样型强跟踪滤波飞机舵面故障诊断与隔离 [J]. *控制理论与应用*, 2015, 32(6): 734 – 743.)
- [14] YUKSEK B, URE N K, CALISKAN F, et al. Fault tolerant heading control system design for Turac unmanned aerial vehicle [J]. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 2016: 0142331216645179.
- [15] WANG Tao, XUE Wei, LV Huaibei. Study on sensor fault diagnosis simulation for aircraft engine control system [J]. *Computer Simulation*, 2016, 33(2): 56 – 60.
(王涛, 薛薇, 吕淮北. 航空发动机控制系统传感器故障诊断仿真研究 [J]. *计算机仿真*, 2016, 33(2): 56 – 60.)
- [16] ZHANG J, XIONG J, REN M, et al. Filter-based fault diagnosis of wind energy conversion systems subject to sensor faults [J]. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 2016, 138(6): 061008.
- [17] CHEN X, SUN R, JIANG W, et al. A novel two-stage extended Kalman filter algorithm for reaction flywheels fault estimation [J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2016, 29(2): 462 – 469.
- [18] HMIDA F B, KHEMIRI, RAGOT J, et al. Three-stage Kalman filter for state and fault estimation of linear stochastic systems with unknown inputs [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2012, 349(7): 2369 – 2388.
- [19] LI L, WANG Z, SHEN Y. Fault diagnosis for attitude sensors via a bank of extended Kalman filters [C] // *Chinese Control Conference*. Chengdu: IEEE, 2016: 6634 – 6638.
- [20] LI L L, ZHOU D H, WANG Y Q, et al. Unknown input extended Kalman filter and applications in nonlinear fault diagnosis [J]. *Chinese Journal of Chemical Engineering*, 2005, 13(6): 783 – 790.
- [21] BETTA G, PIETROSANTO A. Instrument fault detection and isolation: State of the art and new research trends [J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2000, 49(1): 100 – 107.
- [22] ERIKSSON D, FRISK E, KRYSANDER M. A method for quantitative fault diagnosability analysis of stochastic linear descriptor models [J]. *Automatica*, 2013, 49(6): 1591 – 1600.

作者简介:

符方舟 (1990–), 男, 博士研究生, 主要研究方向为故障诊断、故障可诊断性评价与设计, E-mail: ffzsg@163.com;

王大轶 (1973–), 男, 研究员, 主要研究方向为故障可诊断性评价与设计、故障诊断算法、卫星制导、导航与控制等, E-mail: dayiwang@163.com;

李文博 (1984–), 男, 博士, 主要研究方向为航天器控制系统可检测性和可隔离性的评价与设计, E-mail: liwenbo_502@163.com.