第 9 卷第 2 期
1992 年 4 月

控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS

Vol. 9, No. 2
Apr., 1992

离散事件动态系统稳定性分析*

李彦平　王梅生　刘长有　徐心和

(东北工学院自动控制系·沈阳，110006)

摘要：本文对一类确定性离散事件动态系统(DEDS)的稳定性(Stability)及周期行为(Periodic behavior)进行深入研究，着重讨论稳定系统的周期行为特征，并对其加以分类. 研究结果表明，如果系统是稳定的，其状态空间 S^n 可以分解成若干具有本质周期特征的可稳区域(Stabilizable regions) $\{D_r(s)\}$，其中 $D_o(s)$ 为可稳类 $\bigcup\limits_r D_r(s)$ 的稳态平衡域(Stable equilibrium region)，$\bigcup\limits_s D_o(s)$ 构成系统的稳态平衡域 $R(A^{k_0})$，$D_o(1)$ 为系统的特征空间. 本文给出了系统状态空间分解与可稳域 $D_r(s)$ 的确定方法.

关键词：离散事件动态系统；稳定性；周期特征；可稳域；稳态平衡域；空间分解

1 引　言

离散事件动态系统(DEDS)是以一系列具有时间特征的活动或事件的发生与变化来表征的. 所谓活动是系统内部若干种不同资源相互组合作用的产物. 例如，在柔性制造系统(FMS)中，工件、机床、托盘和刀具等资源相互作用便产生一加工活动. 经一段时间后，加工活动结束，资源被释放，并重新得到组合，随之又产生一新的加工活动. 在利用极大代数($R\bigcup\{-\infty\}$, $\oplus$, $\otimes$)(Max-algebra)方法研究一类确定性的 DEDS 时，通常以系统内部各种活动的开始时刻(或结束时刻)作为系统的状态，全部状态用向量 X 表示；以某些资源的投入时刻作为系统的输入，全部输入用向量 U 表示；并以相应资源从系统中被释放的时刻作为系统的输出，全部输出用向量 Y 表示. 由此，一类确定性 DEDS 能够用状态空间法表述为

$$\begin{cases} X(k) = A \otimes X(k-1) \oplus B \otimes U(k), \\ Y(k) = C \otimes X(k). \end{cases} \tag{1}$$

其中 $\oplus \triangleq \max$，$\otimes \triangleq +$；$X \in S^n$，U、$Y \in S^m$，$S = R\bigcup\{-\infty\}$；k 为活动的批次序号.

在 DEDS 研究中，稳定性(Stability)分析是重要内容之一. 通常，系统稳定是指系统受到某种扰动后能恢复原平衡状态的能力. 对于离散事件动态系统，由于其状态 X 是以时间来表征的，它随批次 k 是一个无限增长的过程，因而传统的平衡概念在此已不能适用. 为此，有必要对离散事件动态系统的稳定性概念赋与新的内涵. 在 DEDS 中，所谓系统平衡意指滞留在系统内部的各类资源不产生无限积累，资源的输出与输入在速率上保持一致. 这种平衡可由系统状态的运行节奏即周期性(Periodicity)来刻划. 对此，G. Cohen 等人曾基于状态的周期行为给出离散事件动态系统稳定的一个等价定义[1~3]. 本文将在此基础上对离散事件动态系统的稳定性及周期行为进行深入的理论研究，重点讨论稳定系统

* 863高技术 CIMS 项目资助课题.
本文于1990年3月23日收到. 1991年6月5日收到修改稿.

的周期行为特征，对其加以分类，给出系统可稳域(Stabilizable region)及稳态平衡域(Stable equilibrium region)等概念，并依此对系统的状态空间进行分解，对系统的稳态过渡过程进行定性的表述与理论分析.

2 稳定性与周期性

不失一般性，离散事件动态系统(1)的稳定性可以等价于讨论其相应自治系统

$$X(k) = A \otimes X(k-1) \tag{2}$$

的稳定性. 所谓自治是指 $B\otimes U(k)\leqslant A\otimes X(k-1)$，即系统的输入资源在系统的运行过程中事先备好投入，其不约束系统的运行.

设 $X=(x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_n)^T$，$A$ 是弱连接方阵. 对此，G. Cohen 等人曾给出如下稳定性定义与定理.

定义 1[1] 如果存在一个实数 λ，对任意初始状态 $X(0)\in S^n$，系统状态 $x_i, i=1,2,\cdots,n$ 均满足关系

$$\lim_{k\to\infty} x_i(k)^{1/k} = \lambda, \quad i = 1,2,\cdots,n, \tag{3}$$

则称离散事件动态系统是稳定的(Stable)或一致周期的(Consistently periodic).

定理 1[1] 离散事件动态系统稳定的充分必要条件为存在一实数 λ 及正整数 k_0, d_0，对任意初始状态 $X(0)\in S^n$ 有

$$X(k+d_0) = \lambda^{d_0} \otimes X(k), \quad k \geqslant k_0. \tag{4}$$

上述定义与定理表明，稳定的离散事件动态系统具有统一的运行周期节奏. 其中(k_0, d_0, λ)为系统稳定运行的周期特征数，k_0 为出现周期运行的初始步数，d_0 为周期阶数，λ 为稳定运行的平均周期. 因此，此时又称系统是(k_0,d_0,λ)稳定的.

定义 2 如果离散事件动态系统是(k_0,d_0,λ)稳定的，且 k_0 与 d_0 均取最小正整数，则称系统是本质(k_0,d_0,λ)稳定的.

定理 2[1] 离散事件动态系统是(k_0,d_0,λ)稳定的充分必要条件为系统矩阵 A 是(k_0, d_0,λ)周期的，即 A 满足

$$A^{k+d_0} = \lambda^{d_0} \otimes A^k, \quad k \geqslant k_0. \tag{5}$$

可以证明，λ 为系统矩阵 A 极大代数意义下的特征值. 由此定理知，系统稳定等价于系统矩阵 A 具有唯一的特征值. 可见，类似于传统动态系统理论，离散事件动态系统的稳定性研究也可以通过系统矩阵的特征值与特征向量来进行.

推理 1 如果系统矩阵 A 是强连接的，即有向图 $G(A)$ 是强连通的，则离散事件动态系统是稳定的.

推理 2 如果离散事件动态系统是(k_0,d_0,λ)稳定的，则其必定是(k,d,λ)稳定的，其中，$k\geqslant k_0, d=i\times d_0$($i$ 是任意自然数).

定义 3 对于初始状态 X，如果存在一实数 λ 和正整数 k_0、d_0 满足

$$X(k+d_0) = \lambda^{d_0} \otimes X(k), \quad k \geqslant k_0. \tag{6}$$

则称初始状态 $X(0)$是(k_0,d_0,λ)可稳的(Stabilizable). 如果 k_0 和 d_0 均取最小正整数，则称 $X(0)$是本质(k_0,d_0,λ)可稳的.

定理 3 如果初始状态 $X(0)$是(k_0,d_0,λ)可稳的，则其必定是(k,d,λ)可稳的，其中，$k \geqslant k_0, d=i\times d_0$($i$ 是任意自然数).

定理 4　对于初始状态 $X(0)$，如果离散事件动态系统是(k_0,d_0,λ)稳定的，则必存在一组正整数 k、d($0\leqslant k\leqslant k_0$, $0<d\leqslant d_0$, d_0/d 是自然数)使得 $X(0)$是本质(k,d,λ)可稳的.

此定理表明，稳定的离散事件动态系统在不同的初始状态下将具有不同的本质可稳的周期特征.

为了深入分析研究稳定离散事件动态系统在不同初始状态下的周期特征，下面引入矩阵 $A^+(k,b,s)$.

$$A^+(k,b,s) \triangleq \sum_{i=0}^{b-1}{}_{\oplus}\, \lambda^{-i\times s} \otimes A^{k+i\times s}. \tag{7}$$

其中 $k\geqslant 0, b>0, s>0$，且皆为整数.

定理 5　如果矩阵 A 是(k_0,d_0,λ)周期的，则矩阵 $A^+(k,b,s)$具有如下性质：

1) $A^+(k,1,d_0)=A^k$. (8)

2) $A^i\otimes A^+(k,b,s)=A^+(k+i,b,s)$. (9)

3) $A^+(k,b,s)=A^+(k,b',s)$，　$k\geqslant k_0$；　b，　$b'\geqslant d_0/s$， (10)

或 $k<k_0$；$b,b'\geqslant d_0/s+[(k_0-k)/s]$，

其中[*]为取 * 的整数部分.

4) $\lambda^{j\times s}\otimes A^+(k,b,s)=A^+(k+j\times s,b',s)$，　$k\geqslant k_0$；　$b,b'\geqslant d_0/s$；　$j\geqslant 0$. (11)

5) $R(A^k)=R(A^{k_0})$，$k\geqslant k_0$. (12)

6) $R(A^+(k,b,s))=R(A^+(k_0,d_0/s,s))$，　$k\geqslant k_0$；　$b\geqslant d_0/s$. (13)

7) $R(A^{k_0})\supseteq R(A^+(k_0,d_0/s,s))$，　$0<s\leqslant d_0$. (14)

8) $R(A^+(k,d_0/s,s))\supseteq R(A^+(k,d_0/s',s'))$，　$s'\leqslant s$. (15)

9) $A^s\otimes X=\lambda^s\otimes X$，　$X\in R(A^+(k,b,s))$，　$k\geqslant k_0$；　$b\geqslant d_0/s$. (16)

其中 $R(M)$为了矩阵 M 在极大代数意义下的列空间(Column space)或列张成(Column span).(定理证明省略)

由上可知，如果离散事件动态系统是本质(k_0,d_0,λ)稳定的，则

1) 状态 $X\in R(A^+(k_0-r,d_0/s,s))$是$(r,s,\lambda)$可稳的.

2) 状态 $X\in R(A^+(k_0,d_0/s,s))$满足

$$A^s\otimes X=\lambda^s\otimes X.$$

可见，域 $R(A^+(k_0,d_0/s,s))$为矩阵 A^s 的特征空间；$R(A^+(k_0,d_0,1))$为矩阵 A 的特征空间，即系统的特征空间.

3　状态空间分解与稳态过渡过程

定义 4　如果域 $R\subseteq S^n$ 内所有状态都是(r,s,λ)可稳的，则称域 R 为(r,s,λ)可稳域(Stabilizable region).

定义 5　如果域 $R\subseteq S^n$ 内所有状态都是本质(r,s,λ)可稳的，则称域 R 为本质(r,s,λ)可稳域.

定义 6　称$(0,s,\lambda)$可稳域为系统的 s 阶稳态平衡域(Stabilizable equilibrium region).

定义 7　称本质$(0,s,\lambda)$可稳域为系统的本质 s 阶稳态平衡域.

定理 6　如果离散事件动态系统是本质(k_0,d_0,λ)稳定的，则

1) $R(A^+(k_0-r,d_0/s,s))$是系统的(r,s,λ)可稳域.

2) $R(A^+(k_0,d_0/s,s))$是系统的 s 阶稳态平衡域.

3) $D_r(s)$是系统的本质(r,s,λ)可稳域.

4) $D_0(s)$是系统的本质 s 阶稳态平衡域.

其中，
$$D_r(s) \triangleq R(A^+(k_0-r,d_0/s,s)) - \bigcup_{r<r',s'<s} R(A^+(k_0-r',d_0/s',s')). \tag{17}$$

定理 7　如果离散事件动态系统是本质(k_0,d_0,λ)稳定的，则

1) $\bigcup_{r,s} D_r(s) = S^m$. (18)

2) $\bigcup_{s} D_0(s) = R(A^{k_0})$. (19)

3) $D_r(s) \cap D_{r'}(s') = \varnothing$(空集)，　$r \neq r'$　或　$s \neq s'$. (20)

由上可知，$\{D_r(s)\}$将系统的状态空间 S^m 分解成若干本质可稳域和可稳类，且每一类都具有各自不同的稳定周期特征. 同时，其也将系统的稳态平衡域 $R(A^{k_0})$分解成若干本质阶数的稳态平衡域.

定理 8　如果离散事件动态系统是本质(k_0,d_0,λ)稳定的，且 $X(0)\in D_r(s)$，则

$$X(k) \in \begin{cases} D_{r-k}(s), & 0 < k \leqslant r, \\ D_0(s), & k > r. \end{cases} \tag{21}$$

此定理定性表述了离散事件动态系统的稳态过渡过程. 可见，状态空间的分解与可稳域$\{D_r(s)\}$的确定为离散事件动态系统的定性分析提供了一个重要的理论基础. 另外，域 $D_0(s)$为系统的本质 s 阶稳态平衡域，也称本质 s 阶稳态解域；域 $R(A^{k_0})$为系统的稳态平衡域，也称系统的稳态解域，其相当于传统动态系统理论中的稳定点概念. $D_0(s)$对离散事件动态系统的活动的组织与安排(控制问题)具有重要的理论参考价值.

4　实例分析

考虑一 2×2 型的串行柔性制造系统(图 1)，其各种活动之间的关系与耗时参数可由无环向图(图 2)表示.

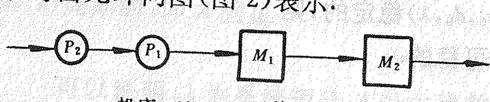

图 1　系统结构图

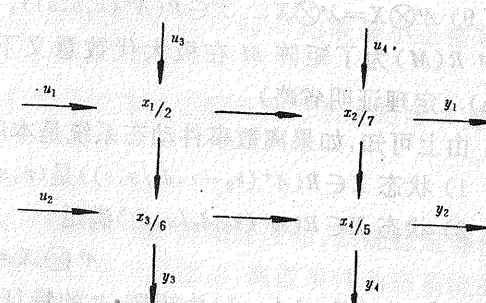

图 2　系统无环向图

其中，两个机床前缓冲器(Buffer)容量为无限大；x_i 为状态变量，x_1 表示 M_1 加工 P_1 开始时间，x_2 为 M_1 加工 P_2 开始时间，x_3 为 M_2 加工 P_1 开始时间，x_4 为 M_2 加工 P_2 开始时间；u_i 为输入变量，u_1 为机床 M_1 的投入时间，u_2 为机床 M_2 的投入时间，u_3 为工件 P_1 的投入时间，u_4 为工件 P_2 的投入时间；y_i 为输出变量，其为相应资源机床或工件的释放时间.

若设

$$X = (x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4)^T,$$
$$U = (u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad u_4)^T,$$
$$Y = (y_1 \quad y_2 \quad y_3 \quad y_4)^T.$$

则系统按批次 k 加工有状态模型和输出模型：

$$\begin{cases} X(k) = A_0 \otimes X(k) \oplus B \otimes U(k), \\ Y(k) = C \otimes X(k). \end{cases}$$

其中

$$A_0 = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 2 & \cdot & \cdot & \cdot \\ 2 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & 7 & 6 & \cdot \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & \cdot & 0 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} \cdot & 7 & 6 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & 5 \\ \cdot & \cdot & 6 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & 5 \end{bmatrix}, (\cdot = -\infty).$$

若系统在 $U(k)=Y(k-1)$ 闭环运行条件下，系统的闭环状态模型为

$$X(k) = A \otimes X(k-1).$$

其中

$$A = A_0^* \otimes B \otimes C = \begin{bmatrix} \cdot & 7 & 6 & \cdot \\ \cdot & 9 & 8 & 5 \\ \cdot & 9 & 8 & 5 \\ \cdot & 16 & 15 & 12 \end{bmatrix}.$$

由序列 $A, A^2, A^3, \cdots$ 可知，A 满足

$$A^{k+1} = 12 \otimes A^k, \quad k \geqslant 2.$$

因此系统是 $(2,1,12)$ 稳定的，其状态空间 S^4 可分解成三个具有本质周期特征的可稳域 $D_0(1), D_1(1), D_2(1)$.

$$D_0(1) = R(A^2) = R((0 \quad 5 \quad 5 \quad 12)^T),$$

$$D_1(1) = R(A \oplus 12^{-1} \otimes A^2) - D_0(1) = R\left(\begin{pmatrix} 7 & 9 & 9 & 16 \\ 0 & 5 & 5 & 12 \end{pmatrix}^T\right) - R((0 \quad 5 \quad 5 \quad 12)^T),$$

$$D_2(1) = S^4 - D_0(1) \cup D_1(1) = S^4 - R\left(\begin{pmatrix} 7 & 9 & 9 & 16 \\ 0 & 5 & 5 & 12 \end{pmatrix}^T\right).$$

这里 $D_0(1)$ 为系统的稳态平衡域.

若取初始状态 $X(0) = (0 \quad 0 \quad 0 \quad 0)^T \in D_2(1)$，则有如下稳态过渡过程：

$$X(1) = A \otimes X(0) = (7 \quad 9 \quad 9 \quad 16)^T \in D_1(1),$$

$$X(2) = A \otimes X(1) = (16 \quad 21 \quad 21 \quad 28)^T \in D_0(1),$$

$$X(k) = A^k \otimes X(0) \in D_0(1); \quad k \geqslant 2.$$

如果在系统闭环前能组织安排生产使 $A_0^* \otimes B \otimes U \in D_0(1)$，则系统闭环后将立刻进入稳定周期运行状态. 可见，系统的稳态平衡域对 FMS 的生产组织与安排具有重要意义.

5 结　　论

本文较系统深入地研究了离散事件动态系统的稳定性以及稳态周期行为特征. 对于本质 (k_0, d_0, λ) 稳定的系统，其状态空间可分解成若干具有本质周期特征的可稳域 $\{D_r(s)\}$. 在域 $D_r(s)$ 中，系统状态是本质 (r, s, λ) 可稳的，并在 r 步运行后稳定在域 $D_0(s)$ 内. $D_0(s)$ 为系统的本质 s 阶稳态平衡域，$R(A^{k_0}) = \bigcup_s D_0(s)$ 为系统的稳态平衡域. 本文给出了系统状态空间分解以及各类可稳域与稳态平衡域的求解方法. 通过 $D_r(s)$ 可以定性地对离散事件动态系统的稳态过渡过程进行分析，所得结果是令人满意的.

参考文献

[1] Cohen, G., Moller, P. Quadrat, J. P. and Viot, M.. Linear System Theory for Discrete Event System. Proceedings of 23rd Conf. on Decision and Control, Las Vegas, NV, dec., 1984

[2] Cohen, G., Dubois, D., Quadrat, J. P. and Viot, M.. A Linear System Theoretic View of Discrete Event Processes. Proceedings of 22nd Conf. on Decision and Control, San Antonio, Texas, 1983

[3] Cohen, G., Dubois, D., Quadrat, J. P. and Viot, M.. A Linear System Theoretic View of Discrete Event Processes and Its Use for Performance Evaluation in Manufacturing. IEEE Trans. on Automatic Control, 1985, AC-30(3):210—220

[4] 徐心和. 线性离散事件动态系统. 控制与决策. 1987,(4):37—44

[5] Cuninghame-Green, R. A.. Mimimax Algebra. Springer-Verlag, 1979, 40—44, 185—209

[6] 王梅生,李彦平. 极大代数意义下幂矩阵的周期性特征. 控制与决策,1991,(4):295—300

[7] 王梅生,李彦平. 极大代数意义下矩阵的特征值问题——一类离散事件动态系统运行周期的分析. 自动化学报,1991,17(5):583—586

Stability Analysis of Discrete Event Dynamic System

LI Yanping, WANG Meisheng, LUI Changyou and XU Xinhe

(Department of Automatic Control, Northeast University of Technology · Shenyang, 110006, PRC)

Abstract: In this paper, stability and periodic behavior of a class of deterministic discrete event dynamic system (DEDS) are further studied. It has been proved that if the system is stable, the state space S^n can be decomposed into a certain number of stabilizable regions $\{D_r(s)\}$ in which $D_r(s)$ has essential period characteristics, $D_0(s)$ is the stable equilibrium region of the stabilizable class $\bigcup_r D_r(s)$ and $D_0(1)$ is the eigenspace of the system. A method for decomposing the state space and determining the stabilizable regions $\{D_r(s)\}$ is given.

Key words: discrete event dynamic system; stability; period characteristic; stabilizable region; stable equilibrium region; space decomposition

本文作者简介

李彦平 东北工学院自动控制系讲师. 1982年1月毕业于东北工学院自动控制系,后留校任教. 近年来,主要从事离散事件动态系统,系统辨识与计算机控制方面的研究工作.

王梅生 东北工学院自动控制系副教授. 1962年9月毕业于东北工学院有色金属系,后留校任教. 现主要从事离散事件动态系统与非线性控制系统方面的研究工作.

刘长有 1982年1月毕业于沈阳工业大学. 1983年9月入东北工学院研究生院学习,分别于1986年3月和1989年3月获得自动控制专业的工学硕士和博士学位,后留校任教. 主要研究兴趣是微分对策和离散事件系统方面的理论与应用研究.

徐心和 1964年8月毕业于东北工学院自动控制系,后留校任教. 1985年7月晋升为教授,1990年9月批准为自动控制理论及应用学科博士生导师. 目前主要从事离散事件动态系统,系统仿真与计算机控制的研究.