无脉冲模广义分散控制系统的控制

刘万泉
(曲阜师范大学自动化所·山东,273165)

严伟勇
(澳大利亚国立大学系统工程系)

摘要:本文讨论了线性时不变多通道无脉冲模的广义分散控制系统的控制问题.文中证明了该系统与带前馈的正常分散系统在某些性质上的等价性,从而得到了该系统通过静态输出反馈实现对某一单通道 R-可控、R-可观可稳与可检测的充要条件.

关键词:广义分散系统;R-可控性;R-可观性

1 引 言

广义分散系统的研究正在吸引越来越多的工作者,一方面是因为该系统具有客观的实际背景,另一方面是因为它的研究对丰富系统理论具有重要的意义.到目前为止,该系统的研究已经取得了一些很好的结果[1~4],但是关于其 R-可控性与 R-可观性的研究一直没有取得令人满意的结果[5].本文在[6]的基础上,解决了一类无脉冲模的广义分散控制系统的 R-可观性问题,其结果比较令人满意.作者相信该文的结果对于奇异摄动分散控制系统可控性与可观性的研究有直接的应用.

本文考虑下列系统

$$\begin{cases} E\dot{x} = Ax + \sum_{j=1}^{N} B_j u_j, \\ y_j = C_j x, \quad j = 1,2,\cdots,N. \end{cases} \tag{1}$$

其中 $x\in R^n$ 为系统的状态矢量,$u_j\in R^{r_j}$为第 j 个控制站的控制矢量,$y_j\in R^{m_j}$为第 j 个控制站的量测输出矢量,E 和 A 为 $n\times n$ 阶的实常值矩阵,B_j、C_j 分别为 $n\times r_j$、$m_j\times n$ 阶实常值矩阵.我们假设 $\mathrm{rank}E<n$,且系统(1)是无脉冲模的.

我们的问题为:在什么条件下,存在静态输出反馈

$$u_j = K_j y_j(t) + v_j(t), \quad j = 1,2,\cdots,N, \tag{2}$$

使得其闭环系统

$$E\dot{x} = (A + \sum_{j=1}^{N} B_j K_j C_j)x(t) + \sum_{j=1}^{N} B_j v_j(t)$$

对某一控制站是 R-可控的、R-可观的、可稳的与可检测的.

下面我们把该问题化成一个低维的带前馈的正常分散控制系统的控制问题.

2 预备知识

定义 2.1[6] 假设性质 P 依赖于矩阵 E,而使性质 P 不成立的矩阵 E 在其参数空间是一零测度集,则称 P 对几乎所有的 E 都成立.

本文于1990年9月18日收到. 1991年9月2日收到修改稿.

由于假设系统(1)无脉冲固定模，因此系统(1)等价于下面的系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = A_{11}x_1(t) + A_{12}x_2(t) + \sum_{j=1}^{N} B_j^1 u_j(t), \\ 0 = A_{21}x_1(t) + A_{22}x_2(t) + \sum_{j=1}^{N} B_j^2 u_j(t), \\ y_j(t) = C_j^1 x_1(t) + C_j^2 x_2(t), \quad j = 1,2,\cdots,N. \end{cases} \tag{3}$$

其中 $x_1(t) \in R^q$, $x_2(t) \in R^{n-q}$, $q = \mathrm{rank}E$, A_{22}为可逆矩阵，且

$$PAQ = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}, \quad PB_j = \begin{pmatrix} B_j^1 \\ B_j^2 \end{pmatrix}, \quad C_jQ = (C_j^1, C_j^2).$$

P 与 Q 均是可逆矩阵，$j=1,2,\cdots,N$.

由(3)式可知

$$x_2(t) = -A_{22}^{-1}A_{21}x_1(t) - \sum_{j=1}^{N} A_{22}^{-1}B_j^2 u_j(t). \tag{4}$$

因此系统(1)等价于下列系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \overline{A}x_1(t) + \sum_{j=1}^{N} \overline{B}_i u_i(t), \\ y_i = \overline{C}_i x_1(t) + \sum_{j=1}^{N} \overline{D}_{ij} u_j(t). \end{cases} \tag{5}$$

其中
$$\overline{A} = A_{11} - A_{12}A_{22}^{-1}A_{21}, \quad \overline{B}_i = B_i^1 - A_{12}A_{22}^{-1}B_i^2,$$
$$\overline{C}_i = C_i^1 - C_i^2A_{22}^{-1}A_{21}, \quad \overline{D}_{ij} = -C_i^2A_{22}^{-1}B_j^2.$$

记
$$r = \sum_{i=1}^{N} r_i, \quad m = \sum_{i=1}^{N} m_i,$$
$$\overline{C}^T = (\overline{C}_1^T, \overline{C}_2^T, \cdots, \overline{C}_N^T)^T, \quad \overline{D} = (\overline{D}_1, \overline{D}_2, \cdots, \overline{D}_N),$$
$$\overline{D}_i = (\overline{D}_{1i}^T, \overline{D}_{2i}^T, \cdots, \overline{D}_{Ni}^T)^T, \quad I = (E_1, E_2, \cdots, E_N),$$
$$E_i = (0, \cdots, I_{m_i}, 0, \cdots, 0)^T,$$
$$E_\varphi = (E_{i_1}, E_{i_2}, \cdots, E_{i_p}),$$
$$\overline{B}_\varphi = (\overline{B}_{i_1}, \overline{B}_{i_2}, \cdots, \overline{B}_{i_p}),$$
$$\overline{C}_\varphi^T = (\overline{C}_{i_1}^T, \overline{C}_{i_2}^T, \cdots, \overline{C}_{i_p}^T)^T,$$
$$\overline{D}_{N-\varphi,\varphi} = \begin{bmatrix} \overline{D}_{j_1 i_1} & \cdots & \overline{D}_{j_1 i_p} \\ \vdots & & \vdots \\ \overline{D}_{j_{N-p} i_1} & \cdots & \overline{D}_{j_{N-p} i_p} \end{bmatrix}.$$

其中 $i \in \{1,2,\cdots,N\} \triangleq \vec{N}$, $\varphi = \{i_1, i_2, \cdots, i_p\} \subset \vec{N}$, $\vec{N} - \varphi = \{j_1, j_2, \cdots, j_{N-p}\}$是 φ 的补集.

用输出反馈(2)作用于系统(5)，则闭环系统为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \overline{A}(K)x_1(t) + \sum_{j=1}^{N} \overline{B}_j(K)v_j(t), \\ y_i(t) = \overline{C}_i(K)x_1(t) + \sum_{j=1}^{N} \overline{D}_{ij}(K)v_j(t). \end{cases} \tag{6}$$

其中
$$K = \mathrm{blockdiag}(K_1, K_2, \cdots, K_N) \in \vec{K},$$

$$\vec{K} \triangleq \{K = \mathrm{blockdiag}(K_1, K_2, \cdots, K_N) \mid K_i \in R^{r_i \times m_i},$$

$i \in \vec{N}$，且 $\det(I-\bar{D}K) \neq 0\}$，

$$\bar{A}(K) = \bar{A} + \bar{B}K(I - \bar{D}K)^{-1}\bar{C}, \quad \bar{B}_i(K) = \bar{B}_i + \bar{B}K(I - \bar{D}K)^{-1}\bar{D}_i,$$

$$\bar{C}_i(K) = \bar{C}_i + E_i^T\bar{D}(I - K\bar{D})^{-1}K\bar{C}, \quad \bar{D}_{ij}(K) = E_i^T\bar{D}^T(I - K\bar{D})^{-1}E_j.$$

定义 2.2 如果对于 $\vec{N}$ 的任何一个分划 φ 与 $\vec{N}-\varphi$，系统(5)都有

$$\bar{C}_{\vec{N}-\varphi}(sI - \bar{A})^{-1}\bar{B}_\varphi + \bar{D}_{\vec{N}-\varphi,\varphi} \not\equiv 0, \tag{7}$$

则称系统(5)是强关联的.

对于系统(6)而言，我们利用[6]中的结论，可得到下列引理.

引理 2.1 给定 $K \in \vec{K}$，假设 $\Omega_{ic}(K)$ 是对第 i 个控制站的不可控模，则有

$$\Omega_{ic}(K) = \left\{ s \in C \,\middle|\, \mathrm{rank}\begin{pmatrix} \bar{A} - sI & \bar{B}_i & \bar{B}K \\ \bar{C} & \bar{D}_i & \bar{D}K - I \end{pmatrix} < q + m \right\}.$$

引理 2.2 记

$$\Lambda_1 = \left\{ s \in C \,\middle|\, \mathrm{rank}\begin{pmatrix} \bar{A} - sI & \bar{B}_1 & \bar{B}_\varphi \\ \bar{C}_{\vec{N}-\varphi} & \bar{D}_{\vec{N}-\varphi,1} & \bar{D}_{\vec{N}-\varphi,\varphi} \end{pmatrix} < q, \quad \varphi \subset \vec{N} \right\},$$

则

$$\Lambda_1 = \left\{ s \in C \,\middle|\, \mathrm{rank}\begin{pmatrix} \bar{A} - sI & \bar{B}_1 & \bar{B}K \\ \bar{C} & \bar{D}_1 & \bar{D}K - I \end{pmatrix} < q + m, \quad \forall\, K \in \vec{K} \right\}.$$

3 两个重要引理

在上节中，我们得到了两个系统：系统(3)与系统(5)，它们是由同一系统演变而得到的. 系统(5)是一个降阶的带前馈的正常分散控制系统，系统(3)是一个广义分散控制系统. 为了研究广义分散系统的控制问题，我们应当研究这两个系统的内在联系. 下面我们证明了，当对这两个系统分别实施静态输出反馈时，它们所得到的闭环系统是一样的. 这样，广义分散系统的可控性的研究就转化为一个降阶的正常分散控制系统的可控性问题，利用[6]中的结论，本文所提出的问题就得到了彻底地解决.

为了证明的方便，下面我们仅就两个控制站的情形证明我们的两个引理. 对于多个控制站的情形，除了形式上的繁琐外，没有本质的区别.

在只有两个控制站时，系统(3)为

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = A_{11}x_1(t) + A_{12}x_2(t) + B_1^1u_1(t) + B_2^1u_2(t), \\ 0 = A_{21}x_1(t) + A_{22}x_2(t) + B_1^2u_1(t) + B_2^2u_2(t), \\ y_1 = C_1^1x_1(t) + C_2^1x_2(t), \quad y_2 = C_1^2x_1(t) + C_2^2x_2(t). \end{cases}$$

用输出反馈 $u_1 = K_1y_1(t)$，则得到闭环系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = [(A_{11} + B_1^1K_1C_1^1) - (A_{12} + B_1^1K_1C_2^1)(A_{22} + B_1^2K_1C_2^1)^{-1}(A_{21} + B_1^2K_1C_1^1)]x_1 \\ \qquad + [B_2^1 - (A_{12} + B_1^1K_1C_2^1)(A_{22} + B_1^2K_1C_2^1)^{-1}B_2^2]u_2(t), \\ y_2 = C_2^*x_1(t) + D_2^*u_2(t). \end{cases} \tag{8}$$

其中 C_2^*, D_2^* 为相应的矩阵.

在只有两个控制站的情形，系统(5)为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = (A_{11} - A_{12}A_{22}^{-1}A_{21})x_1 + (B_1^1 - A_{12}A_{22}^{-1}B_1^2)u_1(t) + (B_2^1 - A_{12}A_{22}^{-1}B_2^2)u_2(t), \\ y_1 = (C_1^1 - C_2^1A_{22}^{-1}A_{21})x_1(t) - C_2^1A_{22}^{-1}B_1^2u_1(T) - C_2^1A_{22}^{-1}B_2^2u_2(t), \\ y_2 = C_*^2x_1(t) + D_*^2u_1(t) + D_*^3u_2(t). \end{cases} \tag{9}$$

其中 C^2_*, D^2_*, D^3_* 为相应的矩阵.

对系统(9)用静态输出反馈 $u_1=K_1y_1(t)$，则得到

$$\begin{cases} \dot{x}_1=[\hat{A}+\hat{B}_1\hat{P}^{-1}K_1(C^1_1-C^1_2A_{22}^{-1}A_{21})]x_1(t) \\ \qquad +(\hat{B}_2-\hat{B}_1\hat{P}^{-1}K_1C^1_2A_{22}^{-1}B^2_2)u_2(t), \\ y_2=C^2_*x_1(t)+D^2_*u_1(t)+D^3_*u_2(t). \end{cases} \tag{10}$$

其中

$$\hat{A}=A_{11}-A_{12}A_{22}^{-1}A_{21},\quad \hat{B}_1=B^1_1-A_{12}A_{22}^{-1}B^2_1,$$
$$\hat{B}_2=B^1_2-A_{12}A_{22}^{-1}B^2_2,\quad \hat{P}=I+K_1C^1_2A_{22}^{-1}B^2_1.$$

引理 3.1 对几乎所有的 $K_1\in R^{r_1\times m_1}$，都有下列式子成立

$$(A_{11}+B^1_1K_1C^1_1)-(A_{12}+B^1_1K_1C^1_2)(A_{22}+B^2_1K_1C^1_2)^{-1}(A_{12}+B^2_1K_1C^1_1)$$
$$=\hat{A}+\hat{B}_1\hat{P}^{-1}K_1(C^1_1-C^1_2A_{22}^{-1}A_{21}). \tag{11}$$

证　将(11)式两边同时展开，并注意到对几乎所有的 $K_1\in R^{r_1\times m_1}$，都有下式成立

$$(A_{22}+B^2_1K_1C^1_2)^{-1}=A_{22}^{-1}(I+B^2_1K_1C^1_2A_{22}^{-1})^{-1},$$
$$(A_{22}+B^2_1K_1C^1_2)^{-1}=(I+A_{22}^{-1}B^2_1K_1C^1_2)^{-1}A_{22}^{-1},$$
$$(I+B^2_1K_1C^1_2A_{22}^{-1})^{-1}B^2_1=B^2_1(I+K_1C^1_2A_{22}^{-1}B^2_1)^{-1},$$
$$K_1C^1_2A_{22}^{-1}B^2_1(I+K_1C^1_2A_{22}^{-1}B^2_1)^{-1}=I-(I+K_1C^1_2A_{22}^{-1}B^2_1)^{-1},$$
$$(I+K_1C^1_2A_{22}^{-1}B^2_1)^{-1}K_1C^1_2A_{22}^{-1}=K_1C^1_2A_{22}^{-1}(I+B^2_1K_1C^1_2A_{22}^{-1})^{-1}.$$

则易证该引理.

同理可得

引理 3.2 对几乎所有的 $K_1\in R^{r_1\times m_1}$，都有

$$B^1_2-(A_{12}+B^1_1K_1C^1_2)(A_{22}+B^2_1K_1C^1_2)^{-1}B^2_2=\hat{B}_2-\hat{B}_1\hat{P}^{-1}K_1C^1_2A_{22}^{-1}B^2_2. \tag{12}$$

由上面的两个引理及(8)式与(10)式可得

定理 3.1 对系统(3)与系统(5)分别进行静态输出反馈，则它们分别所得到的闭环系统是相同的.

4　主要结论

由于前几节的准备工作，我们将得到下面的几个定理：

定理 4.1 如果对于 $\vec{N}$ 的任何子集 φ，

$$\overline{C}_{\vec{N}-\varphi}(sI-\overline{A})^{-1}(\overline{B}_\varphi,\overline{B}_1)+(\overline{D}_{\vec{N}-\varphi,},\overline{D}_{\vec{N}-\varphi,1})\neq 0, \tag{13}$$

且 $\Lambda_1=\varnothing$，则几乎对于所有的 $K\in\vec{K}$，系统(3)对于静态输出反馈 $u_i=K_iy_i(t)$ 所得到的闭环系统对控制站 1 都是 R-可控的. 在(13)式的条件下，如果 $\Lambda_1\subset C^-$，则几乎对所有的 $K\in\vec{K}$，系统(3)对于静态输出反馈 $u_i=K_iy_i(t)$ 所得到的闭环系统对控制站 1 都是可稳的.

证　由定理 3.1 可知，对系统(3)作静态输出反馈 $u_i=K_iy_i(t)$ 所得到的闭环系统与系统(5)所得到的闭环系统是相同的，因此，系统(3)的闭环系统对控制站 1 的 R-可控性等价于(6)式的对控制站 1 的可控性，而(6)式是一带前馈的正常分散控制系统，故由[6]中的结论可知，在条件(13)下，几乎对所有的 $K\in\vec{K}$，引理 2.1 中的 Ω_{1c} 与引理 2.2 中的 Λ_1 相等，从而得到本定理中的结论.

同理，如果我们引入

$$\Omega_{i0}(K)=\left\{s\in C\left|\operatorname{rank}\begin{bmatrix}\overline{A}-sI & \overline{B}\\ \overline{C}_i & \overline{D}_i\\ \overline{C}K & \overline{D}K-I\end{bmatrix}<q+r\right.\right\},$$

$$\Lambda_2=\left\{s\in C\left|\operatorname{rank}\begin{bmatrix}\overline{A}-sI & \overline{B}_{\vec{N}-\varphi}\\ \overline{C}_1 & \overline{D}_{1,\vec{N}-\varphi}\\ \overline{C}_\varphi & \overline{D}_{\varphi,\vec{N}-\varphi}\end{bmatrix}<q,\quad \varphi\subset\vec{N}\right.\right\},$$

则有下面的定理 4.2.

定理 4.2 如果对于 $\vec{N}$ 的任何子集 φ,

$$\begin{pmatrix}\overline{C}_1\\ \overline{C}_\varphi\end{pmatrix}(sI-\overline{A})^{-1}\overline{B}_{\vec{N}-\varphi}+\begin{pmatrix}\overline{D}_{1,\vec{N}-\varphi}\\ \overline{D}_{\varphi,\vec{N}-\varphi}\end{pmatrix}\not\equiv 0, \tag{14}$$

且 $\Lambda_2=\varnothing$,则几乎对所有的 $K\in\vec{K}$,系统(3)对于实施静态反馈 $u_i=K_iy_i(t)$ 所得到的闭环系统对于控制站 1 都是 $\boldsymbol{R}$-可观的. 在(14)式的条件下,如果 $\Lambda_2\subset \boldsymbol{C}^-$,则几乎对所有的 $K\in\vec{K}$,系统(3)对于实施静态输出反馈 $u_i=K_iy_i(t)$ 所得到的闭环系统对于控制站 1 是可检测的.

定理 4.3 记

$$\Omega_i(K)=\Omega_{i0}\cup\Omega_{iC},\quad i=1,2,\cdots,N.$$

如果系统(5)是强关联的,则 $\Omega_i(K)=\Lambda_0, i=1,2,\cdots,N$,其中 Λ_0 表示系统(1)的有穷固定模.

证 易知系统(5)的强关联性与(13)、(14)式等价,那么由[6]中的结论可知,$\Omega_i(K)$ 就是系统的不可控与不可观模,而由[4]中固定模的定义可知,$\Omega_i(K)=\Lambda_0, i=1,2,\cdots,N$.

上面的定理说明,在强关联的条件下,任何控制站的不可控与不可观模是一样的.

5 结 论

本文解决了无脉冲模的广义分散控制系统的控制问题. 该文的结果对于奇异摄动分散控制系统的研究有直接的应用,而对于无脉冲模带前馈的广义分散系统的可控性问题可用本文的方法得到解决.

致谢 作者十分感谢导师王恩平先生的指导!

参 考 文 献

[1] 王朝珠,王恩平. 广义分散控制系统的无穷固定模. 系统科学与数学,1988,(8):142—150

[2] 刘万泉. 广义分散控制系统可以正则化的充要条件. 控制与决策,1990,(1):47—48

[3] 刘万泉,初学导. 广义分散控制系统的镇定. 控制理论与应用年会论文集,西安,1989

[4] 王恩平,刘万泉. 广义分散系统的有穷固定模. 自动化学报,1990,4(16):358—362

[5] 籍法俊,刘万泉. 广义分散控制系统的 R-可控性. 曲阜师范大学学报(自然版),1990,(3):9

[6] Yan, W. Y. and Bitmead, R. R.. Decentralized Control of Multi-Channel Systems with Direct Control Feedthrough. Int. J. Control, 1989, 6(49):2057—2075

On the Control of Descriptor Decentralized Control Systems Without Impulsive Modes

LIU Wanquan

(Institute of Automation, Qufu Normal University • Shandong, 273165, PRC)

YAN Weiyong

(Department of Systems Engineering Australia National University • Australia)

Abstract: In this paper, we deal with linear time-invariant, multi-channel descriptor decentralized systems without impulsive modes. We got some conditions for the systems to be R-controllable R-observable, stabilizable and detectable through single channel.

Key words: descriptor decentralized systems; R-controllability; R-observability

本文作者简介

刘万泉　1965 年生. 1985 年毕业于曲阜师范大学数学系，1988 年在中国科学院系统科学研究所获硕士学位，1988 年至今在曲阜师范大学自动化研究所工作，目前在上海交通大学作访问学者. 研究兴趣主要包括广义系统，分散系统及奇异摄动系统，目前正在研究多机器人的协调控制及大系统理论.

严伟勇　1962 年生. 1983 年毕业于南开大学，1985 年在中国科学院系统科学研究所获硕士学位，1985 年至 1988 年在该所工作，1988 年赴澳大利亚国立大学攻读博士学位，1990 年获博士学位，目前在澳大利亚攻读博士后. 主要研究兴趣为线性系统，分散系统及鲁棒性控制.