

稳态大系统中采用局部反馈的价格法协调

万百五

(西安交通大学)

P. D. Roberts

(英国 The City University)

摘 要

本文对于稳态大系统递阶控制的校正机制, 给出一个新的局部反馈方法。新的迭代法需要根据理论分析或试凑法来选择对角线阵 K_c 的系数, 以保证迭代的稳定性。数字实例表明此法能提高系统的目标函数值。

一、引 言

对一个大型复杂的控制系统(如大型企业的生产过程)进行最优控制(寻找最优解)会遇到一定困难。因此, 递阶控制的方法便应运而生。我们所研究的在线递阶控制的大系统, 是由二或二个以上的局部决策单元和一个高级控制单元(协调器)所组成, 形成了递阶结构(图1)。

本文参照[1], 把决定大系统的控制量 m 的工作分解为二个相互有关的作用层: 直接控制层和优化控制层。图2表示由 N 个子系统经过关联矩阵 H 组成的大系统的递阶控制; 图中直接控制器设置控制量 m 以使被调量 c 能跟随其给定值 c_d (最优轨迹)。我们认为这是一个快系统处在慢扰动 z 的作用下, 而快扰动 f 为控制量 m 的频繁调节所克服。

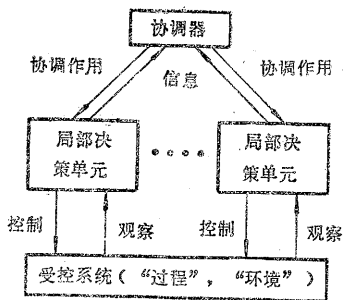


图1 “多级”递阶控制

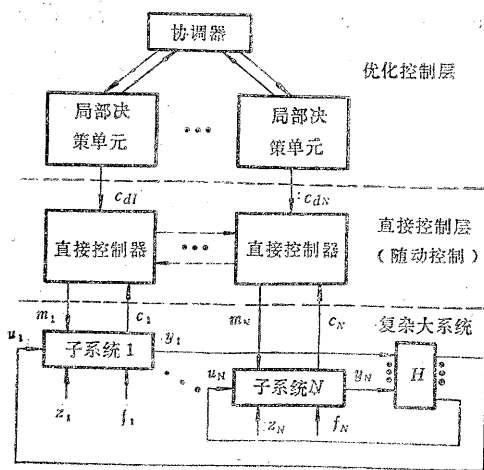


图2 复杂大系统的递阶控制, 采用优化层和直接控制层

本文于1982年11月30日收到。1983年5月29日收到修改稿。

本文曾于1982年5月在四川峨眉第三届全国控制理论及应用学术交流会上宣读。

如果系统的数学模型和扰动的测量有足够的准确性,优化层可以在开环状态下工作,但实际上很少能如此;所以基于模型的最优给定值 $\hat{c}_d(\bar{z})$ 可能不再是最优的,甚至可能违反系统的约束。因此有必要来测量系统变量的实际值并且反馈这些信息至控制算法。这样,优化控制层事实上包括二个子层:基于模型的优化子层(在开环状态下工作)和校正子层(在迭代状态下工作并利用反馈信息)^[2]。本文所研究的就是这种校正子层的价格法(关联平衡法)算法。

基于价格法的分散化局部反馈的概念由Findeisen在1976年提出^[3],并由Brdys及其同事们进行了彻底地研究^[4,5,6]。这个算法仅可用于满足“弱耦合”条件的大系统中,这就严重地限制了它的应用。本文提出一个新的局部反馈方法,可以利用理论分析或试凑法来保证迭代的稳定性。

二、控制问题的列出

被控大系统包括它的直接控制器可以下式表示:

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= F_{*1}(c_1, u_1, z_1), u_1 = H_1 y, \\ &\vdots \\ y_N &= F_{*N}(c_N, u_N, z_N), u_N = H_N y, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中 y_i 为子系统输出, u_i 为关联输入, c_i 为控制作用, z_i 为扰动, N 表示子系统的数目, $F_{*i}: c_i \times u_i \times z_i \rightarrow y_i$ 为第 i 个子系统输入—输出的映射, c_i, u_i, z_i, y_i 为有限维空间, 并

$$c_i \in c_i, u_i \in u_i, y_i \in y_i, z_i \in z_i$$

以及 H_i 为第 i 个关联矩阵, 其元由 0 和 1 组成。以后下注 * 被用来加于所有的实际子系统(非模型)的映射。而系统的结构方程表达成下式:

$$u_i = H_i y = \sum_{j=1}^N H_{ij} y_j, \quad i \in \overline{1, N}. \quad (2)$$

假如整个系统用下式表示

$$\begin{aligned} c^T &\triangleq (c_1^T, \dots, c_N^T) \in c_1 \times \dots \times c_N \triangleq c, \\ u^T &\triangleq (u_1^T, \dots, u_N^T) \in u_1 \times \dots \times u_N \triangleq u, \\ y^T &\triangleq (y_1^T, \dots, y_N^T) \in y_1 \times \dots \times y_N \triangleq y, \\ z^T &\triangleq (z_1^T, \dots, z_N^T) \in z_1 \times \dots \times z_N \triangleq z, \end{aligned}$$

式中 上注 T 表示转置, 则式(1)能被写成紧凑的形式如下:

$$y = F_*(c, u, z), u = Hy, \quad (3)$$

式中

$$F_*(c, u, z) \triangleq \begin{bmatrix} F_{*1}(c_1, u_1, z_1) \\ \vdots \\ F_{*N}(c_N, u_N, z_N) \end{bmatrix} \text{ 和 } H \triangleq \begin{bmatrix} H_1 \\ \vdots \\ H_N \end{bmatrix}, \quad (4)$$

并 $F_*: c \times u \times z \rightarrow y; H_i = [H_{i1}, \dots, H_{iN}]$ 。

我们假定, 对于每一个 $(c, z) \in c \times z$, 在实际的关联系统中存在着确实只有一个输出。为此这个系统在整体上可以表示成为一个映射 $K_*: c \times z \rightarrow y$, 即

$$y = K_*(c, z). \quad (5)$$

实际上我们并不确实知道系统的关系式, 因而, 我们不得不采用模型, 它们仅是实际系统的近似:

$$\left. \begin{aligned} y_i &= F_i(c_i, u_i, z_i), \quad i \in \overline{1, N} \\ y &= F(c, u, z), \\ y &= K(c, z), \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中 F_i , F 和 K 相应地为 F_{*i} , F_* 和 K_* 的模型。

在本文中扰动 z 及其估计值 $\bar{z}$ 在所考虑的校正过程中被假定为常数, 因此在下文中就把它们在所有映射表达式中删掉了, 以便简化表达式, 即 $y = K_*(c)$, $y = F(c, u)$ 等。

其次, 我们假设, 存在着局部约束集合, 给出成显函数形式:

$$(c_i, u_i) \in CU_i \triangleq \{ (c_i, u_i) \in C_i \times U_i : G_{ij}(c_i, u_i) \leq 0, j \in J_i \}, i \in \overline{1, N}. \quad (7)$$

式中 $G_{ij}: C_i \times U_i \rightarrow \mathbf{R}$, 并 J_i 表示一组整数, $i = 1, \dots, N$ 。由于约束表示成非常一般的形式, 故我们假设它是已知的。

对于每一个子系统已知一个局部的目标函数 Q_i 。它可以是 (c_i, u_i) 的显函数, 即

$$Q_i: C_i \times U_i \rightarrow \mathbf{R}. \quad (8)$$

也可以是 (c_i, u_i, y_i) 的显函数。

系统总目标函数具有如下的形式:

$$Q = \phi(Q_1, \dots, Q_N), \quad (9)$$

式中 $\phi: \mathbf{R}^N \rightarrow \mathbf{R}$ 是一个严格的次序保持函数, 例如

$$\phi = \sum_{i=1}^N \dots$$

三、采用从实际系统局部反馈的价格法协调

在局部决策问题中使用实际的关联输入变量 $u_{*i} = H_i K_*(c)$ 当然是合适的, 然而是有困难的。困难涉及到迭代的稳定性问题或者即所谓收敛问题。今假定约束 CU_i , $i \in \overline{1, N}$ 是已知的, 我们列出采用局部反馈的价格法协调的局部决策问题如下:

$$(LP_i) \left\{ \begin{aligned} &\text{对于一个给出的协调变量 } \lambda \text{ 和关联变量 } u_i, \\ &\text{找出一个控制 } \hat{c}_i(u_i, \lambda) \text{ 使得} \\ &\hat{c}_i(u_i, \lambda) = \arg \min_{c_i \in C_i(u_i)} Q_i(c_i, u_i) + \langle \lambda_i, u_i \rangle - \\ &\sum_{i=1}^N \langle \lambda_i, H_{ji} F_i(c_i, u_i) \rangle, \\ &\text{式中 } C_i(u_i) \triangleq \{ c_i \in C_i : (c_i, u_i) \in CU_i \}. \end{aligned} \right. \quad (10)$$

注意, 在局部问题中关联变量 u_i 是固定的, 并由实际系统的局部反馈所决定。换言之, $u_i = u_{*i} = H_i K_*(\hat{c})$, 或写成联合的形式 $u = HK_*(\hat{c}(u, \lambda))$ 。如果由局部决

策单元解得和收集的 N 个控制加到了实际系统，而且关联变量新建立的值恰好等于已经采用的 u_i 值，这时平衡状态就达到了。否则，关联变量的新值会被送到局部决策单元，并新的控制 $\hat{c}$ 将会如过去一样产生出来。算法的结构图说明在图 3 上。

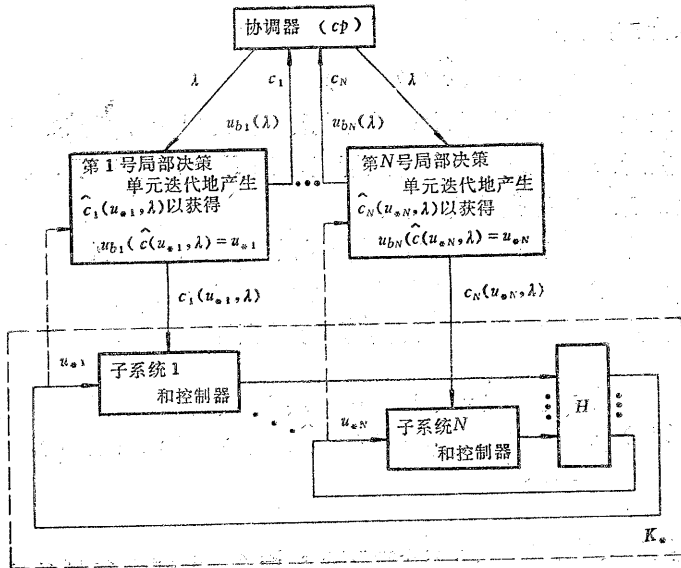


图 3 采用局部反馈的价格法校正机制

只有关联变量 u_i 的这样一些值可以用于局部决策问题中，即使局部问题的可行集合（解） $C_i(u_i)$ 是非零集。我们表示这个关联变量的可行集合为 U_0 。因而

$$U_0 \triangleq \{ u \in \mathbf{u} : C(u) \neq \emptyset \},$$

式中
$$C(u) = \bigcap_{i=1}^N C_i(u_i)。$$

这里我们假定，对于在集合 U_0 中的每一个关联变量值和每一个协调变量值 $\lambda \in \mathbf{u}$ ，每个局部决策问题有唯一解。寻找平衡状态的解及其存在问题，相当于对 u 求解下列算子方程^[1,2]：

$$u = u_* (\hat{c}(u, \lambda)), \quad (11)$$

本文建议了下列下层迭代法以解式 (11)：

$$u^{k+1} - u^k = K_c (u_*^k - u^k), \quad (12)$$

式中 K_c 是一个对角线系数矩阵，具有以下形式：

$$K_c = \begin{pmatrix} k_1 & & & 0 \\ & k_2 & & \\ & & k_3 & \\ 0 & & & \dots & k_N \end{pmatrix}。 \quad (13)$$

这些标量系数 k_i 用来控制迭代的收敛性。它们由迭代算法稳定性（收敛性）的理论研究所决定的^[7]。式 (12) 中 k 是迭代的序号。迭代法 (12) 有二个特点：首先，这个在实际系统中建立的关联变量 u_* 被直接引进局部决策问题，其次它是分散化的。

注意 $K_c = I$ 的情形, 式中 I 是 N 阶单位阵, 则式 (12) 可改写成

$$u^{k+1} - u^k = I(u_*^k - u^k), \quad (14)$$

或

$$u^{k+1} = u_*^k.$$

将式 (11) 代入上式, 则得

$$u^{k+1} = u_*^k = u_*(\hat{c}(u^k, \lambda)).$$

上式表示了一种迭代法, 即 Findeisen 等人所采用的^[1, 2]。所以 Findeisen 等所采用的迭代法是本文所采用的迭代法的特殊情况, 即 $K_c = I$ 的情况。我们正是利用这些可调的标量系数 k_i 来改善迭代的收敛性。

对于一个给定的 λ , 我们以 $u_b(\lambda)$ 表示低层问题的解, 并以 $c_b(\lambda)$ 表示相应的控制, 其中 $c_b(\lambda) = \hat{c}(u_b(\lambda), \lambda)$ 。我们也以 Δ_b 表示能使 $u_b(\lambda)$ 存在的所有协调变量的集合。所考虑的价格法校正机制的协调问题可定义如下:

$$(CP) \begin{cases} \text{找出 } \hat{\lambda} = (\hat{\lambda}_1, \dots, \hat{\lambda}_N), \text{ 使得} \\ u_b(\lambda) = HF(\hat{c}(u_b(\lambda), \lambda), u_b(\lambda)), \\ \text{式中 } \lambda \in \Delta_b. \end{cases} \quad (15)$$

协调工作是, 将实际的和模型的关联保持平衡。这种情况称为部份协调入的分散化控制^[1]。

协调问题可以定义成另一个形式:

$$(CP) \begin{cases} \text{找出 } \hat{\lambda} = (\hat{\lambda}_1, \dots, \hat{\lambda}_N), \text{ 使得} \\ \hat{\lambda} = \arg \min_{\lambda \in \Delta_b} Q_b(\lambda), \\ \text{式中 } Q_b \triangleq \sum_{i=1}^N Q_i(c_{bi}(\lambda), u_{bi}(\lambda)). \end{cases} \quad (16)$$

由于 $u_b(\lambda) = u_* = HF_*(c_b(\lambda), u_b(\lambda))$, Q_b 就是实际系统的目标函数。此时则成为充分协调^[1]。

注意, 在本节中仅使用一个新的低层迭代法来解算子方程(11), 而且这个解与求解的方式应无关。因此, 看来所有有关一致性 (consistency) 条件、次优性、可行性的理论仍然有效。同样, 下级问题解和协调问题解的存在性定理仍然有效, 以上定理或理论的证明, 参阅[1, 第 228—230 页]。但是本文中所使用的低层迭代法的收敛问题则是不同的, 它由理论研究中挑选 K_c 阵而决定的。

四、二次型目标函数时, 迭代收敛性的分析

如所周知, 二次型目标函数是最常用的。今为简单起见, 假定各子系统是未受约束的。对于这样一个关联的线性系统, 其总体的二次型优化问题可以列出如下:

$$\hat{c} = \arg \min \sum_{i=1}^N \{ \|y_i - y_{di}\|_{S_i}^2 + \|c_i\|_{R_i}^2 \}, \quad (17)$$

遵守子系统模型方程

$$y_i = A_i c_i + B_i u_i, \quad i \in \overline{1, N} \quad (18)$$

及耦合方程(2)。

式(17)中 y_{di} 是“所要求的”子系统输出, S_i 和 R_i 是正定加权矩阵, A_i 和 B_i 是子系统模型矩阵。

结合了耦合方程的 Lagrange 函数有下列形式:

$$L = \sum_{i=1}^N \left\{ \|y_i - y_{di}\|_{S_i}^2 + \|c_i\|_{R_i}^2 + \langle \lambda_i, u_i - \sum_{j=1}^N H_{ji} y_j \rangle \right\}. \quad (19)$$

它可被分解为: $L = \sum_{i=1}^N L_i$,

$$\text{式中 } L_i = \|y_i - y_{di}\|_{S_i}^2 + \|c_i\|_{R_i}^2 + \langle \lambda_i, u_i \rangle - \sum_{j=1}^N \langle \lambda_j, H_{ji} y_j \rangle, \quad (20)$$

而每个局部决策单元的工作遵守局部模型方程(18)的约束。式(20)中 $\lambda_j, j \in \overline{1, N}$ 是由协调器决定的, 并且 u_i 是从实际系统测量而得的。这个问题的解析解是

$$\hat{c}_i = [R_i + A_i^T S_i A_i]^{-1} A_i^T \left\{ Q_i [y_{di} - B_i u_i] + 0.5 \sum_{j=1}^N H_{ji} \lambda_j \right\}.$$

在低层问题的总的解是:

$$\hat{c} = [R + A^T S A]^{-1} A^T \{ Q[y_d - B u] + 0.5 H^T \lambda \}. \quad (21)$$

关联输入 u 从实际关联系统中测量相应的输入 u_* 而获得, 即

$$y_* = A_* c + B_* u_*,$$

$$u_* = H y_*.$$

这样可以把实际系统和模型的差异予以考虑。由控制单元的控制作用 c 加于实际系统而获得的实际关联输入 u_* 是

$$u_* = [I - H B_*]^{-1} H A_* c. \quad (22)$$

这个 u_* 用来评价局部决策单元的工作, 并是借助于下述迭代法进行的:

$$u^{k+1} = u^k + K_c [u_*^k - u^k]. \quad (12)$$

式(21)、(22)和(12)决定了在低层加上局部反馈后引起的迭代过程。它们可以改写如下:

$$c^k = [R + A^T S A]^{-1} A^T \{ S[y_d - B u^k] + 0.5 H^T \lambda \},$$

$$u_*^k = [I - H B_*]^{-1} H A_* c^k,$$

$$u^{t+1} = [I - K_c]u^t + K_c u_*^t. \quad (13)$$

由此可得到 u^{t+1} 和 u^t 间的下述关系:

$$u^{t+1} = \{ [I - K_c - K_c[-IHB_*]^{-1}HA_*[R + A^TSA]^{-1}A^TSB] u^t + K_c[I - HB_*]^{-1}HA_*[R + A^TSA]^{-1}A^T[Sy_d + 0.5H^T\lambda] \}$$

上式是一个差分关系式, 给出了关联输入的新解与前一个解以及 y_d 和 λ 值之间的关系。应用 z 变换理论产生了特征方程

$$|zI - I + K_c + K_c[I - HB_*]^{-1}HA_*[R + A^TSA]^{-1}A^TSB| = 0. \quad (14)$$

为保证稳定性, 上式的根必须处在单位圆 $|z| = 1$ 内。式 (14) 使得迭代过程的稳定性问题可以用对角线阵 K_c 诸元的选择来进行研究。我们甚至可以在 $k_2 - k_1$ 平面上划出稳定迭代的参数区域 (见下节)。在 $N \geq 3$ 时也容易找到对应于实根的稳定区域甚至非周期性收敛区域的一组或几组 k_i 的解。以上是无约束的情况, 在有不等式约束和等式约束时, 推导就要复杂得多。

五、实例

如图 4 所示的一个静态系统, 其子系统模型和实际方程如下:

子系统 1

$$y_{11} = F_1(c_1, u_1) = c_{11} - c_{12} + 2u_{11} \quad (\text{模型}),$$

$$y_{*11} = 1.4c_{11} - 0.6c_{12} + 1.8y_{*21} \quad (\text{实际}),$$

$$Q_1 = (y_{11} - 1)^2 + c_{11}^2 + c_{12}^2 \quad (\text{目标函数}).$$

子系统 2

$$\left. \begin{aligned} y_{21} &= F_{21}(c_2, u_2) = c_{21} - c_{22} + u_{21} \\ y_{22} &= F_{22}(c_2, u_2) = 2c_{22} - c_{23} - u_{21} \end{aligned} \right\} (\text{模型}),$$

$$\left. \begin{aligned} y_{*21} &= 1.3c_{21} - 1.1c_{22} + 1.1y_{*11} \\ y_{*22} &= 2.3c_{22} - 0.7c_{23} - 1.1y_{*11} \end{aligned} \right\} (\text{实际}),$$

$$Q_2 = 2(y_{21} - 2)^2 + (y_{22} - 3)^2 + c_{21}^2 + c_{22}^2 + c_{23}^2 \quad (\text{目标函数}).$$

所有的子系统输出方程都是线性的。为简单起见, 假定并无约束存在。

总目标函数 Q 是由下述严格的次序保持函数组成:

$$Q = \sum_{i=1}^2 Q_i.$$

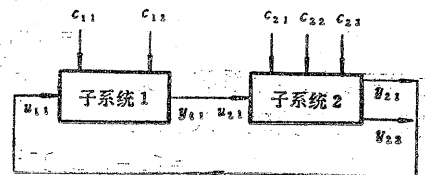


图 4 实例中的系统结构

我们的目的是确定控制器的给定值 $c_{11}, c_{12}, c_{21}, c_{22}, c_{23}$, 以使总目标函数 Q 极小。

从图 4 中容易看出 $u_{11} = y_{21}, u_{21} = y_{11}$ 。这样结构矩阵 H

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

以及 $H_{11}=[0]$, $H_{12}=[1 \ 0]$, $H_{21}=[1]$, $H_{22}=[0 \ 0]$ 。其他所需矩阵有

$$R = I_5 = \begin{bmatrix} I_2 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & I_3 \end{bmatrix}, \quad S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 2 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad y_d^T = [1 \ 2 \ 3]$$

最优目标函数 ϕ_{opt} 由各实际子系统方程用总体优化法求得, $\phi_{opt}=5.6030$ 。基于模型的最优问题, 由各子系统模型用总体优化方法求得 $\phi_M=6.3362$ 。把由此得到的控制器给定值 c_i 加到实际系统上, 得到实际系统的目标函数 $\phi_{M*}=5.9754$ 。可能的最好目标函数 $\phi_b=5.8332^{[8]}$ 。

采用局部反馈的价格法(本文所建议的低层迭代法), 协调法相当于式(16), 我们选用准确度参数 $\rho = \|u_* - u\| = 0.01$, 并用试凑法选用 $k_1 = -1.5$ 和 $k_2 = 0.1$ 。它们是根据图 5 在 k_2-k_1 平面上稳定区域和复根、实根区域划分的图上选出的。而图 5 则是由式(14)得出的对角线阵 K_c 的二元 k_1 和 k_2 平面上的稳定区域的划分, 其中阴影内是稳定区域^[8]。上述这对系数 k_1 和 k_2 能使迭代过程单调地衰减, 并在每次协调后约发生 7 次迭代。最后经 $n_s=94$ 次函数调用, 目标函数 $Q=5.8524$, 价格 $\lambda_1=0.0490$, $\lambda_2=2.4653$ 。控制作用 $c_{11}=-0.4869$, $c_{12}=0.4869$, $c_{21}=0.8565$, $c_{22}=1.1213$, $c_{23}=-0.9888$ 。可见, 目标函数已较 Q_{M*} 有显著改善。引用上述校正方法后系统目标函数改进的幅度, 与这个具体实例有关, 因此实例只有相对的意义。仿真所应用的计算机是 PRIME 450, 并使用 NAG 子程序库。总体求解法采用库中的 EO4UAF 子程序。协调问题采用单纯形法 EO4CCF 子程序, 而子系统优化采用 EO4CGF 子程序。

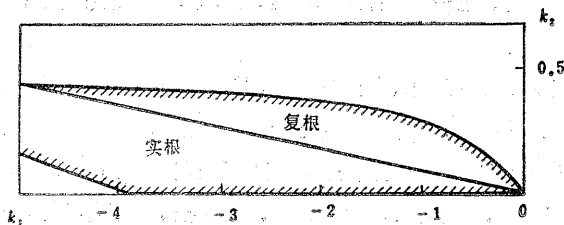


图 5 系数 k_1-k_2 平面上的稳定区域划分

六、结 论

Findeisen 及其同事们曾利用压缩映射技术来推导局部决策单元中低层迭代法收敛性的充分条件^[1,6]。他们得到的一个重要的理论成果是 $HK_*(\hat{c}(\cdot, \lambda))$ 的 Lipschitz 常数必小于 1。这即所谓“弱耦合”条件。不幸, 在许多实际情况中推导这个常数是困难的, 因此不能保证其收敛性。

论文所提出新的低层迭代法, 用于分散化的、采用局部反馈的价格法校正机制中。它需要根据理论分析或试凑法来选择对角线阵 K_c 的系数, 以保证迭代的稳定性。论文列举的数字实例是一个 Lipschitz 常数大于 1, 并是引用局部反馈时会发散的系统。然而, 本文所得出的参数平面上稳定区域的划分表明, 采用局部反馈的价格法校正机制

利用新的下层迭代法,可以使迭代收敛。因此,方法是有效的。但系数 k_1 应该是负的。除了第二象限外,第四象限中也同样存在着一个稳定区域^[10]。看来低层迭代法并不能收敛得象 Tatjewski 和 Cygler 所建议的采用局部反馈的直接法校正机制中那么迅速^[9]。此外,理论分析目前仅限于一般的线性系统采用了二次型目标函数的情况。但目标函数值可以有显著改善。

参 考 文 献

- [1] Findeisen, W., Bailey, F., et al., Control and Coordination in Hierarchical Systems, John Wiley & Sons (1980), Chapter 1,3.
- [2] Brdys, M., Findeisen, W. and Tatjewski, P., Large Scale Systems, 1 (1980), 193—214.
- [3] Findeisen, W., Proc. 3rd Polish-Italian Conf. on Application of Systems Theory, Bialoweiza, Poland (1976).
- [4] Brdys, M., in W. Findeisen(ed.), Second Workshop on Hierarchical Control, Institute of Automatic Control, Technical University of Warsaw, Part 1 (1978), 19—68.
- [5] Brdys, M. and Michalak, P., Arch. Auto. Telemech., 23 (1978), 403—422.
- [6] Brdys, M. and Ulanicki, B., Arch. Auto. Telemech., 23 (1978), 23—26.
- [7] Roberts, P.D. and William, T.W.C., Automatica, 17 (1981), 199—209.
- [8] Wan Baiwu and Roberts, P.D., Research Memorandum no. DSS/B-WW-PDR/229, Department of Systems Science, the City University, London, United Kingdom, Oct. (1981).
- [9] Tatjewski, M. and Cygler, M., Proc. IFAC Symposium on LSSTA, Toulouse (1980).
- [10] Roberts, P.D, Shao Fuqing, Wan Baiwu et al., Preprint of Symposium on Large-Scale Systems Theory and Applications, Warsaw, Poland (1983).

ON-LINE PRICE COORDINATION WITH LOCAL FEEDBACK FOR STEADY-STATE LARGE SCALE SYSTEMS

Wan Baiwu

(Xian Jiaotong University)

P. D. Roberts

(The City University U. K.)

Abstract

This paper gives an on-line coordination for use in price correction mechanisms based on local feedback for hierarchical control of steady-state systems. A new lower-level iterative scheme is suggested which requires choosing coefficients of the diagonal matrix K_c by theoretical analysis or by trial and error to ensure stability of the iterations. A numerical example with quadratic performance is given. It shows the real performance has been improved.