

改进三级共态预估法收敛性能的四级算法

邝 硕 汪定伟

(华中工学院)

摘 要

本文提出的四级算法是一种由 Hassan-Singh 的三级共态预估法发展起来的、解大规模非线性动态系统问题的递阶算法。为了获得更合理的对轨线的预估值 x^* 、 u^* ，运用 Kalman 滤波的思想改进了原来的预估算法。在实际应用中，这种改进的四级算法比三级算法表现出更好的收敛性能。最后在附录里对这种算法的收敛性作了证明。

一、引 言

非线性开环系统的分解与协调方法是大系统多级递阶控制理论中的一个较为困难问题。1976 年 Hassan 和 Singh 在关联预估原理的基础上提出了一种预估算法^[1]，巧妙地处理了非线性系统的状态方程，把非线性问题化成了线性二次型问题。1977 年他续而提出了三级共态预估法^[2]，将两点边值问题化为单点边值问题来解，回避了 Riccati 矩阵微分方程的麻烦，并在理论上对三级共态预估法的收敛性作了证明。证明指出当系统满足一定条件时，必存在一个区间 $(0, T)$ ，当 $t \in (0, T)$ 时，算法唯地收敛于最优解。然而实际上， T 的计算极为困难，同时现在还不能对关联预估法的始及随后的预估值作出较准确的预估，即便是系统的维数较低，又具有凸性时，也是此。这便带来了具体问题仍无法判断其收敛性的问题。实际运用中也出现过算法不敛或收敛速度极慢的情况。因此，如何改善三级共态预估法的收敛性能是推广使用这算法必须解决的问题。

本文将首先简述 Hassan-Singh 的三级法，然后提出一种用 Kalman 滤波的思想对预估值选取方法作了改进的新的四级算法。

二、Hassan-Singh 的三级共态预估法

为后文叙述方便，先简述 Hassan-Singh 的三级共态预估法。这里仅讨论目标数为二次型的情况，目标函数为更一般形式的情况见文^[3]。

设给出问题的目标函数为

本文于 1983 年 10 月 5 日收到。1984 年 6 月 25 日收到修改稿。

$$J = \frac{1}{2} \int_0^T (x^T Q x + u^T R u) dt.$$

$$s. t. \quad \dot{x} = f(x, u, t), \quad x(0) = x_0,$$

式中 x 是 n 维向量, u 是 m 维向量, $f(x, u, t)$ 是 n 维非线性向量函数.

以预估值 x^*, u^* 为浮动平衡点, 将 $f(x, u, t)$ 在 x^*, u^* 附近作一阶泰勒展开, 有

$$\dot{x} = f(x, u, t) = \frac{\partial f}{\partial x} \bigg|_{\substack{x=x^* \\ u=u^*}} (x - x^*) + \frac{\partial f}{\partial u} \bigg|_{\substack{x=x^* \\ u=u^*}} (u - u^*) + f(x^*, u^*, t),$$

式中 $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial u}$ 为 Jacobi 矩阵. 将 $\frac{\partial f}{\partial x} \bigg|_{\substack{x=x^* \\ u=u^*}}$ 和 $\frac{\partial f}{\partial u} \bigg|_{\substack{x=x^* \\ u=u^*}}$ 的对角部分分出并记

为 A 和 B , 非对角部分与 $f(x^*, u^*, t)$ 合并, 并用 x^*, u^* 代替其中的 x, u , 记为 $D(x^*, u^*, t)$, 则有

$$\dot{x} = A(x^*, u^*, t)x + B(x^*, u^*, t)u + D(x^*, u^*, t).$$

于是原问题可化为线性二次型问题

$$J = \frac{1}{2} \int_0^T (x^T Q x + u^T R u) dt.$$

$$s. t. \quad \dot{x} = A(x^*, u^*, t)x + B(x^*, u^*, t)u + D(x^*, u^*, t), \quad x(0) = x_0,$$

$$x - x^* = 0, \quad u - u^* = 0.$$

Hamilton 函数为

$$H = \frac{1}{2} [x^T Q x + u^T R u] + \rho^T [A(x^*, u^*, t)x + B(x^*, u^*, t)u + D(x^*, u^*, t)] + \pi^T [x - x^*] + \beta^T [u - u^*],$$

式中 ρ 为 n 维共态向量, π 和 β 分别为 n 维和 m 维 Lagrange 乘子向量.

$$\text{令 } \frac{\partial H}{\partial u} = 0, \quad \text{得 } u = -R^{-1} [B^T(x^*, u^*, t)\rho + \beta]. \quad (1)$$

可求得正则方程为

$$\dot{x} = A(x^*, u^*, t)x - B(x^*, u^*, t)R^{-1} [B^T(x^*, u^*, t)\rho + \beta] + D(x^*, u^*, t). \quad (2)$$

$$\dot{\rho} = -Qx - A^T(x^*, u^*, t)\rho - \pi. \quad (3)$$

边值条件为 $x(0) = x_0, \rho(T) = 0$.

$$\text{由 } \frac{\partial H}{\partial x^*} = 0, \quad \text{得}$$

$$\pi = \left[\frac{\partial A^T(x^*, u^*, x, t)}{\partial x^*} + \frac{\partial B^T(x^*, u^*, u, t)}{\partial x^*} + \frac{\partial D^T(x^*, u^*, t)}{\partial x^*} \right] \rho. \quad (4)$$

由 $\frac{\partial H}{\partial u^*} = 0$, 得

$$\beta = \left[\frac{\partial A^T(x^*, u^*, x, t)}{\partial u^*} + \frac{\partial B^T(x^*, u^*, u, t)}{\partial u^*} + \frac{\partial D^T(x^*, u^*, t)}{\partial u^*} \right] \rho. \quad (5)$$

其中, $A(x^*, u^*, x, t) = A(x^*, u^*, t)x$.

$B(x^*, u^*, u, t) = B(x^*, u^*, t)u$.

由 $\frac{\partial H}{\partial \pi} = 0$, 得 $x^* = x$. (6)

由 $\frac{\partial H}{\partial \beta} = 0$, 得 $u^* = u$. (7)

Hassan-Singh 的三级算法中, (1)、(2)为第一级, (3)、(4)、(5)为第二级, (6)、(7)为第三级。

文[2]中指出: 如 A 、 B 、 D 是时间的有界函数, 且对 t 连续可微, 则存在 T , 当 $t \in (0, T)$ 时, 算法唯一地收敛于最优解。但实际上 T 的计算极为困难, 因此, 此判据只有理论意义, 不能用于判断具体问题的收敛性。当具体问题超出这个收敛范围时, 便可能发生算法发散或收敛速度极慢的情况。

通过对 Hassan-Singh 的三级算法的分析、实验, 我们发现算法中存在着几个影响收敛性的问题。

第一, 当算法未收敛时, 第一级算得的 x 的值直接代入第二级, 这样, 由非线性项带来的 x 的偏差可能在第二级 ρ 的计算中造成更大的偏差, 从而带来算法发散。

第二, 算法中, 第三级将预估值分别取为前一次迭代的计算值, 即

$$x^{*K} = x^{K-1}, \quad u^{*K} = u^{K-1},$$

式中 K 为迭代指标。这样处理实质上丢掉了一些可以利用来改善收敛性能的信息。

第三, 算法中, 第一、二级退出迭代的判据中共态变量 ρ 的精度要求 ε_ρ 是一个固定数, 这样便造成当第三级的预估值 x^{*K} 和 u^{*K} 尚未接近最优解时, 对 ρ 作过分精确的计算, 白白地耗费了计算时间。

为了改善三级共态预估法的收敛性能, 我们针对以上三个问题对 Hassan-Singh 的三级算法作了合理的改进, 提出一种对预估值进行滤波的四级算法, 在实际运用中获得了较好的效果。

三、对预估值滤波的四级算法

针对上节指出的第一问题, 我们对 Hassan-Singh 的三级计算结构进行了改造。把

$\dot{x} = F(x, x^*, u, u^*, t)$ 单独提出放到最下级去计算, 在第二级对 x 进行协调, 一、二级组成下级迭代, 迭代收敛后的 x 值送入第三级, 把 $\dot{\rho} = G(x, x^*, u, u^*, t)$ 的计算放在第三级, 在第四级对 ρ 进行协调, 而 u 则直接用 (1) 式由 ρ 来计算。这样便形成了一种新的四级结构的算法。算法结构图见图 1。

在四级算法中, 送入上一级计算的 x 的值是在 x^*, u^* 给定下已经收敛了的值, 因此, 可以防止下一级计算的偏差对上一级计算的干扰, 这对确保算法收敛起到了良好的作用。尤其是状态方程中含有对收敛性影响严重的非线性项时, 这个作用就更显得突出了。

针对上节所述的第二问题, 四级算法中采用了对预估值滤波的方法。为了检验算法是否收敛, 每一步迭代终了都要计算

$$e_x^K = \sqrt{\int_0^T \|x^K - x^{K-1}\|^2 dt} \quad \text{和} \quad e_u^K = \sqrt{\int_0^T \|u^K - u^{K-1}\|^2 dt}.$$

当算法收敛时, e_x^K 和 e_u^K 随着 K 的增大而逐渐减小。反之算法发散时, e_x^K 和 e_u^K 则随着 K 的增大而大幅度增加。这便意味着 e_x^K 和 e_u^K 中含有关于 x^K 和 u^K 是否有发散趋势, 或者说是否可靠的信息。在 Hassan-Singh 的算法中, 这一部分信息没有得到利用。

如果我们利用 Kalman 滤波的思想, 将新的预估值 x^{*K} 和 u^{*K} 取为老的预估值 x^{*K-1} 和 u^{*K-1} 与新的观察值 x^{K-1} 和 u^{K-1} 的加权组合, 便有

$$x^{*K} = x^{*K-1} + K_x^K (x^{K-1} - x^{*K-1}), \quad (8)$$

$$u^{*K} = u^{*K-1} + K_u^K (u^{K-1} - u^{*K-1}). \quad (9)$$

由于 x^{*K-1} 到 x^{*K} 的转移矩阵不易获得, 同时为了避免繁难的矩阵求逆运算, 增益矩阵可按下列简化的方式计算。

$$K_x^K = c_x^K I, \quad \text{其中 } c_x^K = e_x^{K-1} / (e_x^{K-1} + e_x^K), \quad (10)$$

$$K_u^K = c_u^K I, \quad \text{其中 } c_u^K = e_u^{K-1} / (e_u^{K-1} + e_u^K). \quad (11)$$

将 (10)、(11) 代入 (8)、(9) 得

$$x^{*K} = \frac{e_x^K}{e_x^{K-1} + e_x^K} x^{*K-1} + \frac{e_x^{K-1}}{e_x^{K-1} + e_x^K} x^{K-1}, \quad (12)$$

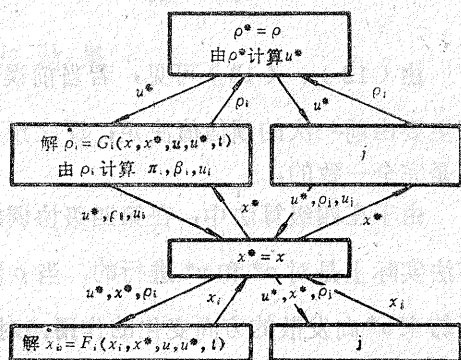


图 1 四级算法结构图

$$u^{*K} = \frac{e_u^K}{e_u^{K-1} + e_u^K} u^{*K-1} + \frac{e_u^{K-1}}{e_u^{K-1} + e_u^K} u^{K-1}, \quad (13)$$

由(12)、(13)可见,若当前误差 $e_x^K(e_u^K)$ 大于前一次的误差 $e_x^{K-1}(e_u^{K-1})$,预估值主要由前一次的预估值决定;反之预估值主要由新的计算值决定。这与我们的直观理解是完全一致的。

由于在四级算法中,在第四级协调的变量是 ρ^* 和 u^* ,因此这种对预估值滤波的方法实际上是对 ρ^* 和 u^* 进行的。当 ρ 和 u 出现发散的趋势时, e_x^K 增大,(13)式便起了约束 u^* 向发散的方向变化的作用。对于下级迭代中计算的 x ,预估值的选取形式上仍与Hassan-Singh的方法一样,即取 $x^{*KL} = x^{K(L-1)}$,这里 L 是下级迭代指标。但在下级迭代退出判断中增加了一条判据,即当

e_x^{KL} 大于 $e_x^{(L-1)}$ 时,立即退出下级迭代,

进入第三级。这样,当 x 出现发散的趋势时,立即更新 ρ^* 和 u^* ,这便起到了防止 x 发散的作用。

针对上节提出的第三个问题,四级算法中下级迭代的收敛准则取为一个依赖于上级计算精度的浮动值。下级迭代中的变量是 x ,即取

$e_x^K = \alpha e_\rho^K$, α 可在0.1~0.5之间选取。

这样,当上级计算误差较大时,对下级计算的精度也不必要求过高,这便节省了计算时间。而上级误差减少时, e_x^K 亦变小,这样便不会影响具体问题的精度要求。 α 的选取实际上起着在上、下级迭代中分配计算量的作用。 α 增大时,下级迭代次数减少,上级迭代次数增加。在我们的算法中, α 取为0.25。

具体计算步骤见四级算法的程序框图——图2。

本文在附录中对这种四级算法的收敛性作了证明。由于收敛区间 $(0, T^*)$ 中 T^*

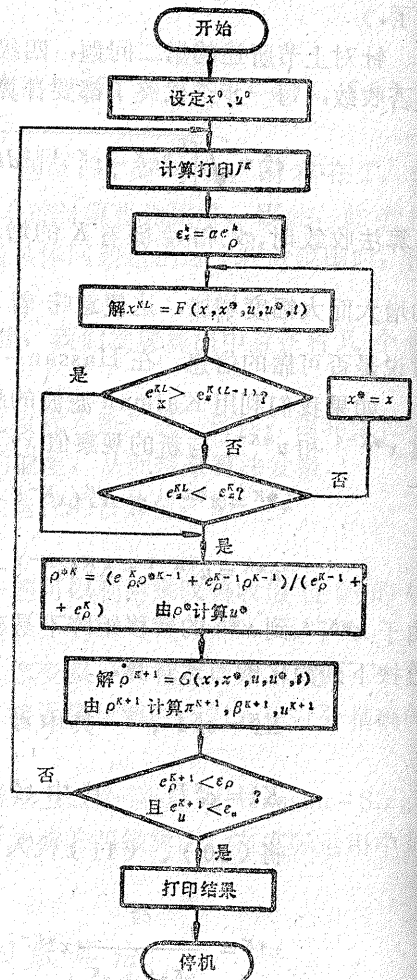


图2 四级算法程序框图

的计算仍很困难,尚不能在理论上与 Hassan-Singh 的三级算法比较收敛性的好坏,但实际运用的结果表明,四级算法比三级算法具有好得多的收敛性。

四、计算实例与结果

对于以上算法,特以下题为例加以比较。

解非线性动态优化问题

$$\min J = \frac{1}{2} \int_0^5 (x_1^2 + x_2^2 + 2u_1^2 + u_2^2) dt.$$

$$s. \quad \dot{x}_1 = -x_1 + x_2 + u_1, \quad x_1(0) = 10.0,$$

$$\dot{x}_2 = 2x_1 - x_2^2 + u_2, \quad x_2(0) = 4.5.$$

为了确定对预估值滤波的方法的作用,实验中除编制了 Hassan-Singh 的三级法,对预估值滤波的四级法的程序外,还编制了对预估值滤波的三级法的程序。使用这三种算法,从相同的初始预估值

$$x_1^*(t) = 10 - 2t, \quad x_2^*(t) = 4.5 - 0.9t \quad t \in [0, 5]$$

$$u_1^*(t) = u_2^*(t) = 0 \quad t \in [0, 5]$$

出发,在 DJS-130 计算机上运算,获得了如下结果。

方法 \ 项目 \ 精度		1.0	0.1	0.01	0.001	0.0001
S-H 三级法	J	65.9275	57.4619	57.7262		
	计算时间	3'4''	9'18''	18'4''	时间太长	时间太长
	上级迭代次数	4	11	20		
	下级迭代次数	31	95	185		
滤波 三级法	J	60.6098	57.3967	57.7339	56.6958	57.6986
	计算时间	1'17''	4'56''	8'32''	10'16''	13'53''
	上级迭代次数	4	19	32	38	52
	下级迭代次数	12	45	78	94	127
滤波 四级法	J	58.5703	57.5899	57.7154	57.6985	57.6983
	计算时间	0'52''	2'3''	3'30''	5'7''	6'37''
	上级迭代次数	5	11	19	28	36
	下级迭代次数	10	25	42	61	79

本题的标准结果用整体法算得为 $J = 57.7$, 见文[4]。从以上三种方法可见,预估值滤波的方法对改善收敛性能的作用明显的,而四级算法则比三级算法具有更快的收敛

速度。

参 考 文 献

- [1] Hassan M. and M. G. Singh, Optimization of Nonlinear Systems Using a New Two-Level Method, Automatica, 12, (1976), 359-363.
- [2] Hassan M., et. al., A Three Level Costate Prediction Method for Continuous Dynamical Systems, 4th Int. Sysem. on Multivariable Technological Systems, Canada, 4-8, July (1977).
- [3] Singh M. G., M. Hassan, Hierarchical Optimization for Nonlinear Dynamical Systems with Non-seperable Cost Functions, Automatica, 4, 1 (1978).
- [4] Smith N. J. and A. P. Sage, An Introduction to Hierarchical Systems Theory, Compt. and Elect. Engng. 1 (1973).

附 录

四级共态预估法收敛性的证明

本证明中,某些非线性项采用了一阶泰勒展开近似,故此证明仅是初步证明。

先对正文中的(2)、(3)式进行变换。由(1)、(4)、(5)知, π 、 β 、 u 和 $\dot{\rho}$ 均可用 ρ 和 ρ^* 表示,因此(2)、(3)式可写为如下形式:

$$\dot{x} = \tilde{A}(x^*, \rho^*, x, t) + \tilde{B}(x^*, \rho^*, \rho, t) + \tilde{D}(x^*, \rho^*, t), \quad (14)$$

$$\dot{\rho} = \tilde{Q}x + \tilde{C}(x^*, \rho^*, \rho, t) + \tilde{\Pi}(x^*, \rho^*, \rho, t). \quad (15)$$

因算法中已将 $\tilde{B}$ 、 $\tilde{\Pi}$ 中的 x 用 x^* 代替,故 $\tilde{B}$ 、 $\tilde{\Pi}$ 中不显含 x 。

证明分为两部分,第一、二级的收敛性和第三、四级收敛性。

设第三、四级处于第 $K+1$ 步迭代,第一、二级处于 $L+1$ 步迭代。为符号简明起见, $x^{(K+1)(L+1)}$, $x^{*(K+1)(L+1)}$ 略写为 x^{L+1} 和 x^{*L+1} ,第一、二级收敛后的 $x^{K(L+1)}$ 用 x^{*K+1} 表示。

一、第一、二级的收敛性

方程(14)中,由算法 ρ^{K+1} 已由 ρ^{*K+1} 代替,于是

$$\dot{x}^{L+1} = \tilde{A}(x^{*L+1}, \rho^{*K+1}, x^{L+1}, t) + \tilde{B}(x^{*L+1}, \rho^{*K+1}, t) + \tilde{D}(x^{*L+1}, \rho^{*K+1}, t).$$

设 $x^{L+1} = x^L + \Delta x^L$, $x^{*L+1} = x^{*L} + \Delta x^L$. 对上式两边作0至 t 的积分,被积函数在 x^{*L} 附近作一阶泰勒展开,用(14)式和 $\tilde{A}(x^*, \rho^*, x, t) = A(x^*, \rho^*, t)x$ 的简化简后,得

$$\Delta x^L(t) = \int_0^t A(x^{*L}, \rho^{*K+1}, t) \Delta x^L d\tau + \int_0^t \left[\frac{\partial \tilde{A}}{\partial x^{*L}} + \frac{\partial \tilde{B}}{\partial x^{*L}} + \frac{\partial \tilde{D}}{\partial x^{*L}} \right] \Delta x^{*L} d\tau,$$

$$\max_t \|\Delta x^L(t)\| \leq T\mu_1 \max_t \|\Delta x^L(t)\| + T\mu_2 \max_t \|\Delta x^{*L}(t)\|,$$

其中 $\mu_1 = \max_t \|A(x^*, \rho^*, t)\|$, $\mu_2 = \max_t \left\| \frac{\partial \tilde{A}}{\partial x^*} + \frac{\partial \tilde{B}}{\partial x^*} + \frac{\partial \tilde{D}}{\partial x^*} \right\|$.

由 $x^{*L+1} = x^L$, 得 $\Delta x^{*L} = \Delta x^{L-1}$,

$$\therefore \max_t \|\Delta x^L(t)\| \leq \frac{T\mu_2}{1-T\mu_1} \max_t \|\Delta x^{L-1}(t)\|.$$

由压缩映射原理, 有

当 $\frac{T\mu_2}{1-T\mu_1} < 1$ 时, $L \rightarrow \infty$, 则 $\Delta x^L \rightarrow 0$,

$\therefore T < \frac{1}{\mu_1 + \mu_2}$ 时, 第一、二级收敛, 故有如下命题:

命题 1 如 $\tilde{A}$ 、 $\tilde{B}$ 、 $\tilde{D}$ 对 x^* 的偏导数存在且有界, 则存在 $T_1 < \frac{1}{\mu_1 + \mu_2}$, 当 $T \in (0, T_1)$

时, 第一、二级唯一地收敛于最优解.

二、第三、四级的收敛性

先考虑 ρ^* 的变化对 x^* 的影响. 当一、二级收敛时有 $x^{*K+1} = x^{K+1}$, (14) 中按算法 ρ^{K+1} 已用 ρ^{*K+1} 代替, 故有

$$x^{*K} = \tilde{A}(x^{*K+1}, \rho^{*K+1}, t) + \tilde{B}(x^{*K+1}, \rho^{*K+1}, t) + \tilde{D}(x^{*+1}, \rho^{*K+1}, t).$$

用与前面类似的方法可推得

$$\Delta x^{*K} = \int_0^t \left[\frac{\partial \tilde{A}}{\partial x^{*K}} + \frac{\partial \tilde{B}}{\partial x^{*K}} + \frac{\partial \tilde{D}}{\partial x^{*K}} \right] \Delta x^{*K} d\tau + \int_0^t \left[\frac{\partial \tilde{A}}{\partial \rho^{*K}} + \frac{\partial \tilde{B}}{\partial \rho^{*K}} + \frac{\partial \tilde{D}}{\partial \rho^{*K}} \right] \Delta \rho^{*K} d\tau,$$

$$\max_t \|\Delta x^{*K}\| \leq T\mu_3 \max_t \|\Delta x^{*K}\| + T\mu_4 \max_t \|\Delta \rho^{*K}\|,$$

其中 $\mu_3 = \max_t \left\| \frac{\partial \tilde{A}}{\partial x^*} + \frac{\partial \tilde{B}}{\partial x^*} + \frac{\partial \tilde{D}}{\partial x^*} \right\|$, $\mu_4 = \max_t \left\| \frac{\partial \tilde{A}}{\partial \rho^*} + \frac{\partial \tilde{B}}{\partial \rho^*} \right\|$.

$$+ \left\| \frac{\partial \tilde{D}}{\partial \rho^*} \right\|.$$

存在 $T_2 = \frac{1}{\mu_3 + \mu_4}$, 当 $T \in (0, T_2)$ 时, $\frac{T\mu_4}{1 - T\mu_3} < 1$,

即有 $\max_t \|\Delta x^{*K}\| < \max_t \|\Delta \rho^{*K}\|$.

(16)

再考虑 ρ 的收敛性. 因 $\tilde{\Pi}$ 里的 ρ^{K+1} 已由 ρ^{*K+1} 代替, 故 (15) 可写为

$$\dot{\rho}^{K+1} = \tilde{Q} x^{*K+1} + \tilde{C}(x^{*K+1}, \rho^{*K+1}, \rho^{K+1}, t) + \tilde{\Pi}(x^{*K+1}, \rho^{*K+1}, t).$$

对上式两边作 t 至 T 的积分, 按与前面类似的方法可得

$$\Delta \rho^K = \int_0^T \left[\left(-\tilde{Q} - \frac{\partial \tilde{C}}{\partial x^{*K}} - \frac{\partial \tilde{\Pi}}{\partial x^{*K}} \right) \Delta x^{*K} + A^T \Delta \rho^K + \left(-\frac{\partial \tilde{C}}{\partial \rho^{*K}} - \frac{\partial \tilde{\Pi}}{\partial \rho^{*K}} \right) \Delta \rho^{*K} \right] d\tau,$$

$$\max_t \|\Delta \rho^K\| \leq T\mu_5 \max_t \|\Delta x^{*K}\| + T\mu_6 \max_t \|\Delta \rho^K\| + \mu_7 \max_t \|\Delta \rho^{*K}\|,$$

$$\text{其中 } \mu_5 = \max_t \left\| -\tilde{Q} - \frac{\partial \tilde{C}}{\partial x^{*K}} - \frac{\partial \tilde{\Pi}}{\partial x^{*K}} \right\|, \mu_6 = \max_t \|A^T(x^*, \rho^*, t)\|,$$

$$\mu_7 = \max_t \left\| -\frac{\partial \tilde{C}}{\partial \rho^{*K}} - \frac{\partial \tilde{\Pi}}{\partial \rho^{*K}} \right\|.$$

当 $T \in (0, T_2)$ 时, 由 (16) 可得

$$\max_t \|\Delta \rho^K\| < \frac{T(\mu_5 + \mu_7)}{1 - T\mu_6} \max_t \|\Delta \rho^{*K}\| = \frac{T(\mu_5 + \mu_7)}{1 - T\mu_6} \max_t \|\Delta \rho^{K-1}\|.$$

当 $\frac{T(\mu_5 + \mu_7)}{1 - T\mu_6} < 1$, $K \rightarrow \infty$ 时, $\Delta \rho^K \rightarrow 0$.

即当 $T < \frac{1}{\mu_5 + \mu_6 + \mu_7}$, 且 $T \in (0, T_2)$ 时, 第三、四级收敛.

取 $T_2 = \frac{1}{\mu_5 + \mu_6 + \mu_7}$, 则有如下命题:

命题 2 若 $\tilde{A}$ 、 $\tilde{B}$ 、 $\tilde{C}$ 、 $\tilde{D}$ 、 $\tilde{Q}$ 、 $\tilde{\Pi}$ 有界, 且 $\tilde{A}$ 、 $\tilde{B}$ 、 $\tilde{D}$ 对 x^* 可微, $\tilde{C}$ 、 $\tilde{Q}$ 、 $\tilde{\Pi}$ 对 ρ^* 可微, 且各偏导数有界. 则存在 $T^* = \min\{T_1, T_2, T_3\}$. 当 $T \in (0, T^*)$ 时, 算法唯一地收敛.

于最优解。

可以证明, 当未对预估值滤波时算法收敛, 则对预估值滤波时, 算法必然也收敛。

A FOUR-LEVEL ALGORITHM TO IMPROVE THE CONVERGENCE OF THE THREE-LEVEL COSTATE PREDICTION METHOD

Kuang Shao, Wang Dingwei

(Huazhong Institute of Technology, Wuhan) *

Abstract

The four-level algorithm given in this paper is a hierarchical algorithm which is developed from the three-level costate prediction method of Hassan-Singh for solving large-scale non-linear dynamical system problems. In order to obtain the more reasonable prediction for the trajectories x^* , u^* , the main idea of the Kalman filter is used to modify the original prediction algorithm. In practical applications, this modified four-level algorithm does appear to provide more excellent convergence than the three-level algorithm. Finally, a proof of the convergence of this algorithm is given in the appendix.