第2卷 第4期 控制理论与应用 Vol. 2, No. 4
1985年10月 CONTROL THEORY AND APPLICATIONS October, 1985

参数预报自适应控制方法及其在农业中的应用

韩志刚　　汤兵勇

（黑龙江大学、黑龙江省应用数学研究所）

摘　　要

本文考虑了动态系统的自适应控制问题，分析了具有瞬时特征的参数跟踪算法．依据这种算法导出了“参数预报自适应控制律”．并介绍了它在农业中的应用．

一、引　言

如所周知，自适应控制问题已广泛地引起了人们的注意．就目前的一系列结果来看[1-2]，自适应控制律的本质特征是控制律对系统时变特性或未知属性的适应性，系统的时变特征在许多情形下是被它的参数的时变性所刻划．所以为了寻求自适应控制律，一般地说，必须有一个较有效的关于时变参数的跟踪公式．

目前为大家所熟悉的关于动态系统的参数估计递推公式有[1]递推最小二乘法（RLS）；递推辅助变量法（RIV）；递推广义最小二乘法（RGLS）；递推推广的最小二乘法（或增广矩阵法，RELS）；递推极大似然法（RML）等等．

如果把系统模型写成如下的形式：

$$y(k)=\phi^T(k)\theta+e(k),$$

此处$y(k)$是输出，$u(k)$是输入，$e(k)$是噪声，θ是未知参数向量，$\phi(k)$是由$y(k-h)$ $(h\geq 1)$，$u(k-j)(j\geq 0)$及噪声的某些估值所组成的向量，则可以把上述的五种递推算法写成如下的统一的形式：

$$\hat{\theta}(k)=\hat{\theta}(k-1)+M(k)\varepsilon(k),$$

$$M(k)=\frac{P(k-1)Z(k)}{\lambda(k)+\phi^T(k)P(k-1)Z(k)},$$

$$P(k)=\frac{1}{\lambda(k)}[P(k-1)-M(k)\phi^T(k)P(k-1)],$$

$$\lambda(k)=\lambda_0\lambda(k-1)+(1-\lambda_0),$$

本文于1984年2月22日收到．1984年9月6日收到修改稿．

这里，$\hat{\theta}(k)$表示θ的第k次估值，$\varepsilon(k)$、$Z(k)$是适当确定的变量，它随算法的不同而变化。λ_0是适当的常数。

然而，由这些算法的推求过程不难看出，其估计准则依赖于以前的全部或部分观测数据，从而得到的估值必有某种平均的特征。这一特征，对于时变参数系统的自适应控制而言是不利的。这是因为自适应控制律要求对于系统的时变参数应该有瞬时的估值。前述形式的参数估计的递推算法，很难满足此项要求，所以应该寻求具有瞬时特征的参数估计算法（或参数跟踪算法），并利用它来寻求自适应控制律。

二、参数跟踪公式及其分析

考虑一般的预报误差模型：

$$y(k)=f[\mathbf{Y}_{k-1},\mathbf{U}_k,\theta(k),k]+e(k), \tag{1}$$

其中　$y(k)$是一维的输出，$u(k)$是p维的输入，$\theta(k)$是m维的参数，$e(k)$是随机噪声，并且

$$\mathbf{Y}_{k-1}=\{y(0),\ y(1),\ \cdots,\ y(k-1)\},$$

$$\mathbf{U}_k=\{u(0),\ u(1),\ \cdots,\ u(k)\}.$$

在文献[4]中，我们提出了如下的关于时变参数的跟踪公式：

$$\hat{\theta}(k)=\hat{\theta}(k-1)+\frac{\delta}{\|\nabla_{\hat{\theta}(k-1)}f[k,\hat{\theta}(k-1)]\|^2}\cdot\nabla_{\hat{\theta}(k-1)}f[k,\hat{\theta}(k-1)]\cdot$$

$$\cdot\{y(k)-f[\mathbf{Y}_{k-1},\mathbf{U}_k,\hat{\theta}(k-1),k]\}, \tag{2}$$

此处，$\nabla_{\hat{\theta}(k-1)}f[k,\hat{\theta}(k-1)]=\frac{\partial}{\partial\theta}f[\mathbf{Y}_{k-1},\mathbf{U}_k,\theta,k]|_{\theta=\hat{\theta}(k-1)}$，$\delta$是适应的常数，$\hat{\theta}(k)$表示$\theta(k)$的估值。特别地，如果系统关于参数是线性的，并能写成下述形式：

$$y(k)=\phi^T(k)\theta(k)+e(k), \tag{3}$$

其中　$\phi(k)$是$\mathbf{Y}_{k-1}$和$\mathbf{U}_k$的向量值函数，则公式（2）能够改写为

$$\hat{\theta}(k)=\hat{\theta}(k-1)+\frac{\delta}{\|\phi(k)\|^2}\cdot\phi(k)\{y(k)-\phi^T(k)\hat{\theta}(k-1)\}. \tag{4}$$

在实际计算中通常可取$\delta=1$（详见[3]）。

一般地说，由前述算法所得到的估值序列$\{\hat{\theta}(k)\}$受初值的影响，从而不是唯一的。为了克服这一缺欠，对于离线的应用这一算法时，我们引入如下的关于“最佳估值序列”的指标函数：

$$J_N=\sum_{k=1}^{N}\|\hat{\theta}(k)-\hat{\theta}(k-1)\|^2, \tag{5}$$

此处N是观测数据组数，$\{\hat{\theta}(k)\}$是由算法（2）或（4）确定的。

如果由算法（2）或（4）所确定的估值序列$\{\hat{\theta}^*(k)\}$，使得：

$$J_N^* = \sum_{k=1}^{N} \|\hat{\theta}^*(k) - \hat{\theta}^*(k-1)\|^2 = \min J_N。$$

我们就说$\{\hat{\theta}^*(k)\}$是关于相应算法的最佳估值序列。

注 选取使准则函数（5）为最小的估值序列为"最佳估值序列"的意义可由下述的事实看出：

考虑无噪声系统

$$y(k) = \phi^T(k)\theta,$$

其中 θ是非时变的。于是由算法（4）得到的关于θ的估值序列$\{\hat{\theta}(k)\}$，如果它能使准则函数

$$J_N = \sum_{k=1}^{N} \|\hat{\theta}(k) - \hat{\theta}(k-1)\|^2$$

取最小，那么当然从某个k以后，使得$\hat{\theta}(k) \doteq \theta$就有了可能，并使这样的$k$出现尽可能的"早"。类似的理由还可以从文献〔5〕51页中的引理3.3.1中看到。

注意到，当数据$(y(1),\phi(1))$，…，$(y(N),\phi(N))$已知时，以线性的情形为例，有：

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + \frac{1}{\|\phi(k)\|^2} \cdot \phi(k)\{y(k) - \phi^T(k)\hat{\theta}(k-1)\},$$

而

$$\hat{\theta}(k-1) = \hat{\theta}(k-2) + \frac{1}{\|\phi(k-1)\|^2} \cdot \phi(k-1)\{y(k-1) - \phi^T(k-1)\hat{\theta}(k-2)\},$$

…，如此等等。

所以

$$\begin{aligned}\hat{\theta}(k) = {} & \hat{\theta}(k-2) + \frac{1}{\|\phi(k-1)\|^2}\phi(k-1)\{y(k-1) - \phi^T(k-1)\hat{\theta}(k-2)\} \\ & + \frac{1}{\|\phi(k)\|^2}\phi(k)\{y(k) - \phi^T(k)\hat{\theta}(k-2) - \frac{\phi^T(k)}{\|\phi(k-1)\|^2} \cdot \phi(k-1) \cdot \\ & \cdot [y(k-1) - \phi^T(k-1)\hat{\theta}(k-2)]\} = \cdots = F_k(\hat{\theta}(0)),\end{aligned}$$

此处$F_k(\hat{\theta}(0))$是$\hat{\theta}(0)$的一个已知的函数。由此可见J_N又是初值$\hat{\theta}(0)$的已知的函数，即

$$J_N = J_N(\hat{\theta}(0))。$$

于是，“最佳估值序列”的确定问题变成了选取$\hat{\theta}^*(0)$，使

$$J_N(\hat{\theta}^*(0)) = \min_{\hat{\theta}(0)} J_N(\hat{\theta}(0))。$$

不难看出，$J_N(\hat{\theta}(0))$是关于$\hat{\theta}(0)$的非负的可微函数，故其最小值必存在，这可以用“最优化技术”的直接搜索方法来求解。

进一步，只考虑线性的情形，注意到

$$\hat{\theta}(k) - \hat{\theta}(k-1) = \frac{1}{\|\phi(k)\|^2}\ \phi(k)\{y(k) - \phi^T(k)\hat{\theta}(k-1)\}。$$

所以

$$\|\hat{\theta}(k) - \hat{\theta}(k-1)\|^2 = \frac{1}{\|\phi(k)\|^2}\ \{y(k) - \phi^T(k)\hat{\theta}(k-1)\}^2。$$

故

$$J_N(\hat{\theta}(0)) = \sum_{k=1}^{N} \frac{1}{\|\phi(k)\|^2} \{y(k) - \phi^T(k)\hat{\theta}(k-1)\}^2。 \tag{5*}$$

而对参数为非时变的情形，即$\theta(k) = \theta$时，我们可以把前式近似地改写成为

$$J_N = \sum_{k=1}^{N} \frac{1}{\|\phi(k)\|^2} \{y(k) - \phi^T(k)\theta\}^2。 \tag{5'}$$

由此可见，对于“最佳估值序列”的寻求，在非时变情形，实质上是求一种加权的最小二乘估值。而在时变的情形时，要用到算法（4）。这说明，由算法（4）来确定最佳估值序列，可以看成是一般的递推最小二乘法对时变参数情形的推广。据此也可导出改进的跟踪估值算法[6]。

三、参数预报自适应控制方法

现在考虑如下系统的自适应控制问题：

$$y(k) + \alpha_1(k)y(k-1) + \cdots + \alpha_n(k)y(k-n)$$
$$= \beta_0(k)u(k-h) + \beta_1(k)u(k-h-1) + \cdots + \beta_m(k)u(k-h-m) + e(k), \tag{6}$$

此处 $e(k)$是零均值的白噪声，h是已知的正整数，$\alpha_1(k)$，…，$\alpha_n(k)$，$\beta_0(k)$，$\beta_1(k)$，…，$\beta_m(k)$是未知的时变参数。置

$$\phi^T(k) = \{-y(k-1),\ \cdots,\ -y(k-n),\ u(k-h),\ u(k-h-1),\ \cdots,\ u(k-h-m)\},$$

$$\theta^T(k) = \{\alpha_1(k),\ \cdots,\ \alpha_n(k),\ \beta_0(k),\ \beta_1(k),\ \cdots,\ \beta_m(k)\},$$

则公式（6）可以写成：

$$y(k) = \phi^T(k)\theta(k) + e(k), \tag{7}$$

关于 $\theta(k)$ 的估值 $\hat{\theta}(k)$ 可由前述的算法（4）算出。

设已得到了 $\hat{\theta}(1)$，$\hat{\theta}(2)$，…，$\hat{\theta}(N)$，此处 N 是"现在时刻"(即观测数据组数)。在文献〔4〕中已指出了确定 $\theta(k)$ 的预报估值的一般方法。现设经参数预报已得参量的预报值序列：

$$\hat{\theta}^*(N+h)^T=\{\hat{a}_1^*(N+h),\cdots,\ \hat{a}_n^*(N+h),\ \hat{\beta}_0^*(N+h),\ \cdots,\ \hat{\beta}_m^*(N+h)\}$$

$$h=1,2,\ \cdots,$$

以及

$$\cdots,\ y(1),\ y(2),\ \cdots,\ y(N);$$

$$\cdots,\ u(1),\ u(2),\ \cdots,\ u(N)$$

是已知的，则有：

$$\hat{y}(N+1)=-\ \hat{a}_1^*\ (N+1)y(N)-\cdots-\hat{a}_n^*(N+1)y(N+1-n)+\ \hat{\beta}_0^*(N+1)u(N+1-h)+\cdots+\ \hat{\beta}_m^*(N+1)u(N+1-h-m)$$

$$\hat{y}(N+2)=-\ \hat{a}_1^*\ (N+2)\ \hat{y}(N+1)-\ \hat{a}_2^*(N+2)y(N)-\cdots-\ \hat{a}_n^*(N+2)y(N+2-n)+\ \hat{\beta}_0^*(N+2)u(N+2-h)+\cdots+\ \hat{\beta}_m^*(N+2)u(N+2-h-m)$$

…

$$\hat{y}(N+h)=-\ \hat{a}_1^*(N+h)y^*(N+h-1)-\cdots-\ \hat{a}_n^*(N+h)y^*(N+h-n)+\ \hat{\beta}_0^*(N+h)u(N)+\ \hat{\beta}_1^*(N+h)\ u(N-1)+\cdots+\ \hat{\beta}_m^*(N+h)u(N-m), \qquad (8)$$

其中 $$y^*(N+h-i)=\begin{cases}\hat{y}(N+h-i) & \text{如果}\quad h>i,\\ y(N+h-i) & \text{如果}\quad h\le i,\ i=1,2,\cdots,n.\end{cases}$$

设 $y(k+h)=r$ 是系统在时刻 $k+h$ 的希望输出值，则在最小方差意义下的自适应控制策略 $u(k)$ 满足：

$$r=-\ \hat{a}_1^*(k+h)y^*(k+h-1)-\cdots-\ \hat{a}_n^*(k+h)y^*(k+h-n)+\ \hat{\beta}_0^*(k+h)u(k)+\hat{\beta}_1^*(k+h)u\ (k-1)+\cdots+\ \hat{\beta}_m^*(k+h)u(k-m).$$

或者 $$u(k)=\frac{1}{\hat{\beta}_0^*(k+h)}[r+\ \hat{a}_1^*(k+h)y^*(k+h-1)\ +\cdots+\ \hat{a}_n^*(k+h)y^*(k+h-n)-\ \hat{\beta}_1^*(k+h)u(k-1)\ -\cdots-\ \hat{\beta}_m^*(k+h)u(k-m)]. \qquad (9)$$

为了使（9）式有意义，在辨识过程中可取 $\beta_0(k)\neq 0$。

四、农作物亩产量的自适应控制

下面运用上述的参数预报自适应控制方法，讨论主要粮豆作物亩产量的自适应控制问题。这是在对作物亩产量进行了自适应预报的基础上进行的。

我们通过实际工作，适当选取与作物亩产量关系密切的气象因子和社会因素作为系统的输入变量，运用文献[4]提出的多层递阶预报方法，对东北地区某县的主要粮豆作物（小麦、玉米、大豆）亩产量进行了自适应预报。系统的数学模型经整理如下：

$$y_j(k)=\phi_j^T(k)\theta_j(k)+v_j(k),\qquad j=1,2,3, \tag{10}$$

其中 $\phi_j^T(k)=(y_j(k-1),\ y_j(k-2),\ w_{1j}(k),\ w_{2j}(k),\ u_{1j}(k),\ u_{2j}(k),\ u_{3j}(k),$

$u_{4j}(k),\ u_{5j}(k),\ u_{6j}(k))$；

$\theta_j^T(k)=(\alpha_{1j}(k),\alpha_{2j}(k),\beta_{1j}(k),\beta_{2j}(k),\ \gamma_{1j}(k),\ \gamma_{2j}(k),\ \gamma_{3j}(k),\ \gamma_{4j}(k),$

$\gamma_{5j}(k),\ \gamma_{6j}(k))$。

这里，$y_1(k)$为小麦亩产量，$y_2(k)$为玉米亩产量，$y_3(k)$为大豆亩产量；$w_{1j}(k),w_{2j}(k)$，$(j=1,2,3,)$分别为与之有关的主要气象因子（如对小麦亩产量$y_1(k)$而言，$w_{11}(k)$表示前期9—10月降水量，$w_{21}(k)$为当年4—5月降水量）；$u_{ij}(k)(i=1,2,3,4,5,6;\ j=1,2,3)$分别表示相应的良种推广、肥料施用、水利化、机械化、农村政策、生产组织形式水平等社会人为因素，经有实际经验的专家们综合评定，适当定出标准后按每年的不同水平评分，已使之定量化；$\theta_j(k)(j=1,2,3)$为相应的时变参数向量；v_j为零均值的白噪声。

对系统（10），依据历史数据，运用类似于算法（4）的参数跟踪公式，对其时变参数进行跟踪，得到一系列参数估值$\hat{\theta}_j(k)$，然后对$\{\hat{\theta}_j(k)\}(j=1,2,3)$进行分析，寻找其规律，通过适当的数学手段，建立其满足的预报模型，得到$\theta_j(k)$向前h步的预报估值$\hat{\theta}_j^*(N+h)$[4]（N为观测数据组数），进而可确定$y_j(k)$向前h步的预报公式为：

$$\hat{y}_j(N+h/N)=\hat{\phi}_j^T(N+h)\ \hat{\theta}_j^*(N+h),\qquad j=1,2,3 \tag{11}$$

为此，我们先将预报各年的有关气象因子的值预报出来，再将有关社会因素的各种水平亦依据实际可能适当确定下来。于是由式（11），便得到$y_j(k)$ 1983—2000年各年的预报值如表所示（单位：斤，见下页）。

现在考虑亩产量的自适应控制问题。这里，气象因子是不可控制的，而各项社会人为因素是可以控制的。

设 $y_j^*(N+h)=y_{r_j}$ 是系统在时刻$N+h$的希望输出值，则在最小方差意义下的性能指标为

k	年	$\hat{y}_1(k)$小麦	$\hat{y}_2(k)$玉米	$\hat{y}_3(k)$大豆	k	年	$\hat{y}_1(k)$小麦	$\hat{y}_2(k)$玉米	$\hat{y}_3(k)$大豆
26	1983	298	456	195	35	1992	394	545	244
27	1984	352	494	214	36	1993	513	607	315
28	1985	317	478	288	37	1994	403	680	252
29	1986	325	518	230	38	1995	419	623	288
30	1987	452	443	267	39	1996	530	687	299
31	1988	341	526	238	40	1997	429	602	356
32	1989	360	582	274	41	1998	422	682	295
33	1990	459	552	232	42	1999	557	769	334
34	1991	380	606	270	43	2000	438	685	303

$$J_j = E\{[y_j(N+h) - y_{r_j}]^2\}, \qquad j=1,2,3 \tag{12}$$

显然使 J_j 最小的解是:

$$\begin{aligned} y_{r_j} &= \hat{y}_j(N+h/N) = \hat{\phi}_j^T(N+h)\hat{\theta}_j^*(N+h) = \hat{\alpha}_{1j}^*(N+h)\hat{y}_j(N+h-1/N) \\ &+ \hat{\alpha}_{2j}^*(N+h)\hat{y}_j(N+h-2/N) + \hat{\beta}_{1j}^*(N+h)\hat{w}_{1j}(N+h) \\ &+ \hat{\beta}_{2j}^*(N+h)\hat{w}_{2j}(N+h) + \sum_{i=1}^{6}\hat{\gamma}_{ij}^*(N+h)\hat{u}_{ij}(N+h). \end{aligned}$$

$$j=1,2,3 \tag{13}$$

若置:

$$\hat{U}_j^T(k) = (\hat{u}_{1j}(k),\ \hat{u}_{2j}(k),\ \hat{u}_{3j}(k),\ \hat{u}_{4j}(k),\ \hat{u}_{5j}(k),\ \hat{u}_{6j}(k)),$$

$$\hat{Y}_j^{*T}(k) = (\hat{\gamma}_{1j}^*(k),\ \hat{\gamma}_{2j}^*(k),\ \hat{\gamma}_{3j}^*(k),\ \hat{\gamma}_{4j}^*(k),\ \hat{\gamma}_{5j}^*(k),\ \hat{\gamma}_{6j}^*(k)).$$

则最小方差控制即为

$$\begin{aligned} \hat{Y}_j^{*T}(N+h)\hat{U}_j(N+h) &= y_{rj} - \hat{\alpha}_{1j}^*(N+h)\hat{y}_j(N+h-1/N) \\ &- \hat{\alpha}_{2j}^*(N+h)\hat{y}_j(N+h-2/N) - \hat{\beta}_{1j}^*(N+h)\hat{w}_{1j}(N+h) - \hat{\beta}_{2j}^*(N+h)\hat{w}_{2j}(N+h). \end{aligned}$$

$$j=1,2,3 \tag{14}$$

此时，因 $\hat{U}_j(N+h)$ 是向量（多维输入），故若无其它条件时，必有无穷多组解. 实际应用时，应根据具体情况，提出一些其它条件，以求得一组最优解（最小方差控制策略）。

例如，发展规划中希望1985年小麦亩产达到400斤，但由上述预报结果可知在常规条件下只能达到317斤，那么应调整采取什么加强措施，才能达到规划的指标呢？这实际上就是一个亩产量的自适应控制问题. 由式（14），将预报过程中得到的参数预报

值、气象因子预报值代入，再加上其它条件，即可求得。现如另有条件：①良种推广、政策及生产组织形式水平基本上不能变；②按实际水利措施，有效灌溉面积只能增加6273.5亩，可按评分标准（每1254.7亩为1分）换算成+5；③机耕面积经努力可达到85%，也按评分标准使之定量化。于是，我们可得到如下方程组（其中 $k=28$）：

$$
\begin{cases}
0.3041\hat{u}_{11}(28)+0.2052\hat{u}_{21}(28)+0.2267\hat{u}_{31}(28)+0.2561\hat{u}_{41}(28) \\
+0.3178\hat{u}_{51}(28)+0.3022\hat{u}_{61}(28)=400-0.1280\times 352 \\
-0.2975\times 298-0.2091\times 90.6-0.2396\times 65=232 \\
\hat{u}_{11}(28)=100, \quad \hat{u}_{51}(28)=100, \quad \hat{u}_{61}(28)=95, \\
\hat{u}_{31}(28)=85, \quad \hat{u}_{41}(28)=85.
\end{cases}
$$

解后即得：

$$
\hat{U}_1(28)=\begin{pmatrix}\hat{u}_{11}(28)\\ \hat{u}_{21}(28)\\ \hat{u}_{31}(28)\\ \hat{u}_{41}(28)\\ \hat{u}_{51}(28)\\ \hat{u}_{61}(28)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}100\\ 487\\ 85\\ 85\\ 100\\ 95\end{pmatrix}.
$$

由这个解说明肥料水平必须大大提高，这里不仅是指增加化肥和农家肥，也包括采用合理的施肥方法及新型的效果好的肥料等措施。

类似地，对其它规划年份作物亩产量要达到的指标，也可采用同样的方法，求得相应的最小方差控制。

由以上讨论可以看出，将参数预报自适应控制方法应用于实际（如作物亩产量的自适应控制等），在参数预报、输出预报的基础上进行自适应控制，效果是良好的。由于这种方法简单，易于掌握使用，故具有一定的实用价值。

参 考 文 献

〔1〕 Söderström, T., Ljung, L. and Gustavsson, I., A Theoretical Analysis of Recursive Identification Methods, Automatica, Vol.14 (1978), 231—244.

〔2〕 Landau. D. I, Adaptive Control, The Model Reference Approach, Control and Systems Theory Series, Vol. V111, Marcal Dekker, New York (1979).

〔3〕 韩志刚，黑龙江大学自然科学学报，（1984） 12—20.

〔4〕 韩志刚，自动化学报，9，3(1983)，161—168.

〔5〕 Goodwin, G. C. and Sin, K. S., Adaptive Filtering Prediction and Control, PRENTICE-HALL, INC (1984), 51.

〔6〕 韩志刚，黑龙江大学自然科学学报，1(1985) 1—7.

PARAMETERS FORECASTING SELF-ADAPTIVE CONTROL METHOD AND ITS APPLICATION IN AGRICULTURE

Han Zhigang, Tang Bingyong

(Institute of Applied Mathematics, Heilongjiang University)

Abstract

In this paper, we consider self-adaptive control problems of dynamic system. We introduce and analyse the estimation method with instantaneity of parameters, in accordance with the above method result in the "parameters forecasting self-adaptive control method" and introduce its application in the agriculture.