

多目标函数优化法及其在飞机鲁棒控制系统设计中的应用

潘高志 林道垣

(南京航空学院)

摘 要

本文提出了一种新的适用于控制系统设计的多目标函数优化法,其特点是:将所有目标函数根据控制系统的设计要求进行数学处理,从而将多目标函数优化问题转化为无约束的单目标函数优化问题,然后再将该函数一次优化得到设计参数的值。这一方法能有效地用于鲁棒控制系统的设计,使闭环系统对对象参数的大范围变化具有鲁棒性。本文用这一方法,以C*规范为准则,对某型歼击机的纵向控制增稳系统进行了设计,得到了性能优良、鲁棒性强的飞机控制系统。

一、引 言

系统在工作过程中,由于环境的变化和外干扰的作用,参数随之而变化;在系统分析和设计中所建立的理想系统(模型)和实际物理系统之间由于种种原因(如建模误差、制造容差等),也存在着偏差,即系统的名义参数和实际参数不一致,这种不一致称为系统的不确定性。由于参数的变化和不确定性的存在,使在某种条件下设计出来的控制系统在实际上无法正常工作,达不到设计要求。鲁棒控制正是针对这一问题而提出的。

设计鲁棒控制系统的途径之一是采用多目标函数优化法^[2,3]。鲁棒系统的性能要求一般定义在一个域上;在一般工程设计中,需要考虑多个性能指标的综合,并不要求所有性能指标都达到它们的最佳值,而只要求它们都落在一定范围之内。针对这一特点,本文提出了一种新的多目标函数优化法,它将性能指标根据其要求范围进行数学处理得到目标函数,然后将这些特殊的目标函数综合成为一个单目标函数,极小化这一单目标函数就能得到满足设计要求的参数值;并且,在这基础上还可以再作循环,使性能指标最佳化。这一新方法原理简单,计算量小,只要进行一次单目标函数优化而不须象已知文献那样进行一系列单目标函数优化,它能方便而有效地用于对一般系统或参数发生变化的系统进行固定增益控制器的设计,使其在满足所提性能要求的意义上对系统参

数的不确定或变化具有鲁棒性。

二、系统和控制器结构

假定对系统已选定一种控制结构,剩下的问题就是适当选择设计参数 k , 尽可能使闭环系统对所有的变化参数 p 的可能值都满足设计要求。这些设计参数可以是反馈增益,也可以是多变量补偿器的极点或零点。图 1 是闭环系统的基本结构,它可以是线性的,也可以是非线性的。

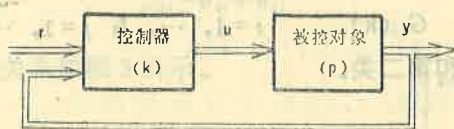


图 1 闭环系统结构图

设闭环系统状态方程为

$$\dot{x} = f(x, t, p, k),$$

将 p 在其变化范围内进行采样, 得到

$$x = f(x, t, p_j, k), \quad j = 1, \dots, m.$$

鲁棒控制设计的目的是要选择控制器参数 k , 使系统在 $p = p_j (j = 1, \dots, m)$ 时都能满足所提性能要求。

三、性能要求、设计限制和性能指标

1. 一般系统

对人为取定的控制器参数 k , 闭环系统的性能可以用已有方法(如阶跃响应, 波德图, 特征根等)来分析, 并通过相应的性能指标作出判断。在设计 k 时, 也可以对这些性能指标的要求为准则。故我们可对每个所要考虑的性能指标作 G_i , 使得 G_i 越接近所选定的常数 $d_i (\geq 0)$, 系统的这一性能越好。

除了与性能要求相关的特性指标外, 还有一些与设计限制有关的指标, 如控制系统中伺服机构的输入幅值与速率的限制等。

很明显, 性能指标 $G_i (i = 1, \dots, l)$ 是控制器参数 k 的函数:

$$G_i = G_i(k), \quad i = 1, \dots, l.$$

在实际工程设计中, 考虑到性能指标的综合, 一般设计要求是给出 G_i 的上下界 $c_i > b_i \geq 0$, 即设计的要求是选择 k , 使

$$b_i \leq G_i(k) \leq c_i, \quad i = 1, \dots, l.$$

由上述可知, 对于由性能要求形成的性能指标 (以下称其为第一类指标), 虽然只要它们的值在 $[b_i, c_i]$ 中已符合设计要求, 但它们的值应尽可能接近 d_i , 使系统性能尽可能好。而对于由设计限制形成的指标 (以下称其为第二类指标), 只要它们位于 $[b_i, c_i]$ 中就可。

2. 参数变化的系统

当系统参数有变化时, 系统的性能指标是将全部采样点上的所有性能指标合在一起而形成的, 即设在采样点 p_j 上, 系统的性能指标为

$$G_{ij}(k), \quad i=1, \dots, l,$$

则系统的指标为

$$G_{ij}(k), \quad i=1, \dots, l; j=1, \dots, m. \quad (1)$$

$G_{ij}(k)$ 同样可分为第一类和第二类。

四、多目标函数及其极小化

根据性能指标和设计要求, 可作出特殊的目标函数, 它们是指标的函数:

$$\begin{aligned} \tilde{G}_{ij}(k) &\triangleq g_{ij}[G_{ij}(k)] \\ &= [|G_{ij}(k) - b_{ij}| + |c_{ij} - G_{ij}(k)|] / (c_{ij} - b_{ij}), \\ &\quad i=1, \dots, l; j=1, \dots, m. \end{aligned} \quad (2)$$

函数 $y = g_{ij}(x)$ 的图形如图 2 所示。显然, 这样的目标函数具有如下的性质:

$$\begin{aligned} \tilde{G}_{ij}(k) &\geq 1, \\ \tilde{G}_{ij}(k) &= 1 \text{ 等价于 } b_{ij} \leq G_{ij}(k) \leq c_{ij}, \end{aligned} \quad \begin{cases} i=1, \dots, l, \\ j=1, \dots, m, \end{cases} \quad (3)$$

这说明 $\tilde{G}_{ij}(k)$ 达到其最小值 1 等价于设计要求已满足, 而不等价于 $|G_{ij}(k) - d_{ij}|$ 极小化, 这就会给选择 k 来降低其余指标留下了尽可能多的余地。不足之处是函数 $y = g_{ij}(x)$ 不可导, 这对多目标函数优化的数值稳定性带来了一定的影响。

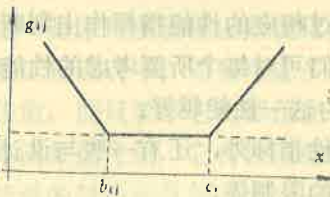


图 2 目标函数与性能指标间的关系

为了克服上述缺陷, 同时保留性质 (3), 作 $g_{ij}(x)$ 的以 h_{ij} 为步长的磨光函数 ($0 < h_{ij} < c_{ij} - b_{ij}$):

$$g_{ij}^0(x) \triangleq \frac{1}{h_{ij}} \int_{x-h_{ij}/2}^{x+h_{ij}/2} g_{ij}(t) dt \quad \begin{matrix} i=1, \dots, l, \\ j=1, \dots, m. \end{matrix}$$

再在 $g_{ij}^0(x)$ 中以 $b_{ij} - \frac{1}{2}h_{ij}$ 代替 b_{ij} , 以 $c_{ij} + \frac{1}{2}h_{ij}$ 代替 c_{ij} 得 $\tilde{g}_{ij}(x)$. 不难积分, 整理得

$$\tilde{g}_{ij}(x) = \begin{cases} 1 + \frac{(x - b_{ij})^2}{h_{ij}(c_{ij} - b_{ij} + h_{ij})}, & b_{ij} - h_{ij} < x < b_{ij}, \\ 1 + \frac{(c_{ij} - x)^2}{h_{ij}(c_{ij} - b_{ij} + h_{ij})}, & c_{ij} < x < c_{ij} + h_{ij}, \\ \frac{|x - b_{ij} + h_{ij}/2| + |c_{ij} - x + h_{ij}/2|}{c_{ij} - b_{ij} + h_{ij}}, & \text{其它.} \end{cases}$$

$\tilde{g}_{ij}(x)$ 对 x 可导, 其函数关系如图 3 所示.

利用 $\tilde{g}_{ij}(x)$ 作目标函数

$$\tilde{\tilde{G}}_{ij}(k) \triangleq \tilde{g}_{ij}[G_{ij}(k)], \quad (2)'$$

则 $\tilde{\tilde{G}}_{ij}(k)$ 仍有性质

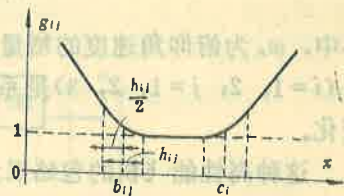


图 3 改进的目标函数与性能指标间的关系

$$\begin{cases} \tilde{\tilde{G}}_{ij}(k) \geq 1, \\ \tilde{\tilde{G}}_{ij}(k) = 1 \iff b_{ij} \leq G_{ij}(k) \leq c_{ij}. \end{cases} \quad \begin{cases} i = 1, \dots, l, \\ j = 1, \dots, m. \end{cases} \quad (3)'$$

利用这一性质, 为使这多个目标函数同时达到最小值 1, 作单目标函数

$$F(k) \triangleq \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^l \tilde{\tilde{G}}_{ij}(k). \quad (4)$$

我们有

$$F(k) \geq m \times l,$$

$$\begin{aligned} F(k) = m \times l &\iff \tilde{\tilde{G}}_{ij}(k) = 1, \\ &\iff b_{ij} \leq G_{ij}(k) \leq c_{ij}, \end{aligned} \quad \begin{cases} i = 1, \dots, l, \\ j = 1, \dots, m. \end{cases}$$

用一般的无约束极小化方法可求得 k^* , 使

$$F(k^*) = \min_k F(k).$$

$F(k^*) > m \times l$ 表明在现有的控制结构下, 不可能使系统在所有采样点上满足所有性能要求, 这时必须视实际情况放宽设计要求或修改控制结构; $F(k^*) = m \times l$ 表明 k^* 是满足

设计要求的参数值, 设计可告结束。但为使系统在现有结构下性能最佳, 也可不断循环、逐步收缩第一类指标的上下界, 使它们趋近最佳值 d_{ij} 。

五、飞机纵向鲁棒控制系统的设计

1. 飞机模型和设计要求

本文考虑某型歼击机俯仰通道控制增稳系统的设计。采用线性化短周期运动方程为飞机的数学模型:

$$\begin{aligned}\dot{\omega}_z &= a_{11}\omega_z + a_{12}n_y + a_{13}\delta_z, \\ \dot{n}_y &= a_{21}\omega_z + a_{22}n_y + a_{23}\delta_z,\end{aligned}$$

其中, ω_z 为俯仰角速度的增量; n_y 为法向过载的增量; δ_z 为舵面偏角的增量; $a_{ij}(i=1, 2; j=1, 2, 3)$ 是系数, 它们是飞机气动参数的函数, 随飞行状态的变化而变化。

这种高性能飞机的包络很大, 本文在其中选取六种典型飞行状态作为设计采样点, 这六种飞行状态及在这六种飞行状态下的放宽了静稳定性后的飞机参数见下表。

飞行状态及系统参数

飞行状态	H(公里)	M(马赫)	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{21}	a_{22}	a_{23}	V_0 (米/秒)
FC 1	0	0.5	-1.74	0.211	-11.031	16.48	-0.95	3.365	170
FC 2	8	0.7	-0.979	0.014	-7.97	12.122	-0.551	2.354	215.6
FC 3	14	0.9	-0.605	0.023	-5.816	9.29	-0.343	1.68	265.5
FC 4	13.6	1.2	-0.919	-0.342	-8.143	18.495	-0.512	2.456	354
FC 5	20	1.5	-0.313	-0.442	-3.89	9.437	-0.209	1.264	442.5
FC 6	19	2.0	-0.351	-0.384	-5.673	15.472	-0.257	1.866	590

本文以 C^* 规范为设计准则^[5]。 C^* 是为设计而人为定义的一个变量:

$$C^* = (V_{co}/g)\omega_z + n_y,$$

其中 V_{co} 为某一中间速度, 在这里取 $V_{co} = \sqrt{V_{\min}V_{\max}} = 307$ 米/秒。 C^* 规范要求飞机在各飞行条件下的标准化 C^* 响应 $C^*/C^*(\infty)$ 落在 C^* 包络图的相应区域中。在这里即要求: 格斗时响应最佳, $C^*/C^*(\infty)$ 阶跃响应位于区域 I 中; 加油、巡航时位于区域 II 中; 动力进场时位于区域 IV 中。区域 III 为不包含在区域 I、II、IV 中的一个区域。

本文提出比比更高的要求: 六种飞行状态下的 $C^*/C^*(\infty)$ 阶跃响应全部位于区域 I 中, 并尽可能接近其上下界的中线。

2. 控制系统的结构

在纵向控制增稳系统中, 本文根据所考虑飞机的特性, 采用法向过载 n_y 与俯仰角速度 ω_z 反馈。考虑到 n_y 传感器 (加速度计) 对噪声和结构振动较为敏感, 故对其输出信号进行低通滤波。执行机构 (舵回路) 模型取为

$$\dot{\delta}_z = -20\delta_z + 20u.$$

此外, 无控制器的飞机在飞行状态 1、3 下的特征根为正实根, 状态 2 下的特征根太靠近虚轴, 均须左移, 故在前向通道中加串联超前校正网络:

$$k_m \cdot \frac{s + \omega_2}{s + \omega_1} = k_m \left[1 + \frac{\omega_2 - \omega_1}{s + \omega_1} \right].$$

这样, 得控制系统结构图如图 4。

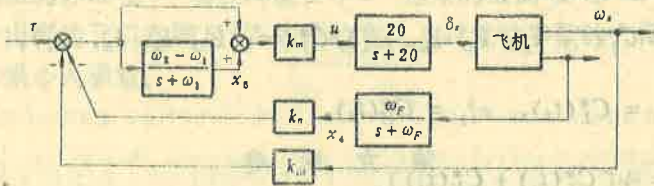


图 4 控制系统结构

取 ω_z 、 n_y 、 δ_z 、 x_4 、 x_5 为状态变量, 如图 4 所示, 可得状态方程:

$$\begin{pmatrix} \dot{\omega}_z \\ \dot{n}_y \\ \dot{\delta}_z \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 & 0 \\ a_{21} - 20a_{23}k_{\omega}k_m & a_{22} & -20a_{23} & -20a_{23}k_{l1}k_{\omega} & 20a_{23}k_m \\ -20k_{\omega}k_m & 0 & -20 & -20k_nk_j & 20k_m \\ 0 & \omega_z & 0 & -\omega_z & 0 \\ (\omega_1 - \omega_2)k_{\omega} & 0 & 0 & (\omega_1 - \omega_2)k_{\omega} & -\omega_1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \omega_z \\ n_y \\ \delta_z \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 20a_{23}k_m \\ 20k_m \\ 0 \\ \omega_2 - \omega_1 \end{pmatrix} r.$$

在控制系统中取 $\omega_F = 8$ 弧/秒, $\omega_1 = 20$ 弧/秒, 而 k_{ω} 、 k_n 、 k_m 、 ω_2 则作为设计参数。

3. 设计参数的确定

设 C^* 包络图中区域 I 的上下界分别为 $C_H^*(t)$ 和 $C_L^*(t)$, 则设计要求即为

$$C_L^*(t) \leq C_j^*(t)/C_j^*(\infty) \leq C_H^*(t), \quad 0 \leq t \leq 2.5(\text{秒}), \quad j=1, \dots, 6, \quad (5)$$

其中 $C_j^*(t)$ 为状态 j 下的 C^* 响应

$$C_j^*(t) = C_j^*(t; k_{\omega}, k_n, k_m, \omega_2).$$

将 (4) 对 t 离散化: 令 $t_i = i \cdot T \left(i=1, \dots, \frac{2.5}{T} \right)$. 只要 T 足够小, 则 (4) 式等价于

$$C_L^*(t_i) \leq C_j^*(t_i)/C_j^*(\infty) \leq C_H^*(t_i), \quad i=1, \dots, \frac{2.5}{T}; \quad j=1, \dots, 6.$$

应用前述多目标函数优化法, 令

$$G_{ij} = C_j^*(t_i; k_{\omega}, k_n, k_m, \omega_2)/C_j^*(\infty; k_{\omega}, k_n, k_m, \omega_2),$$

$$b_{ij}^0 = C_L^*(t_i), \quad c_{ij}^0 = C_H^*(t_i),$$

$$d_{ij} = \frac{1}{2}[C_L^*(t_i) + C_H^*(t_i)].$$

在这里取 $T=0.1$ 秒、 $\alpha_{ij}=0.05$ 、 $h_{ij} = \frac{1}{10}[c_{ij}-b_{ij}]$, 采用由 (2)' 式定义的目标函数

$\tilde{G}_{ij}$. 在 IBM 4341 计算机上经三次收缩 $[b_{ij}, c_{ij}]$, $i=1, \dots, 25$; $j=1, \dots, 6$, 最后算得设计参数为

$$k_{\omega} = -3.95, \quad k_n = -1, \quad k_m = 0.96, \quad \omega_2 = 5.77 \text{ 弧/秒}.$$

在这组参数下飞机控制增稳系统的标准化 C^* 阶跃响应见图 5.

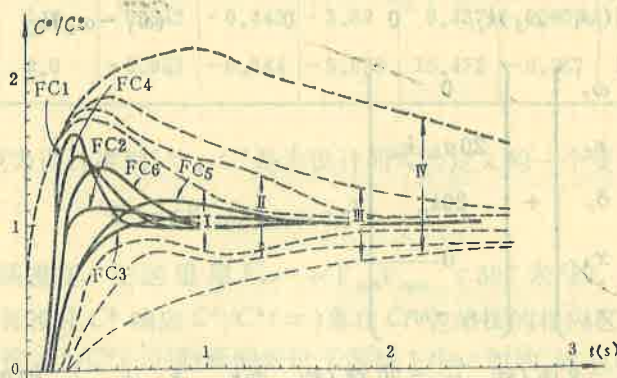


图 5. 控制系统的标准化 C^* 响应

从图 5 中我们看到, 这一固定参数的控制器使飞机在所选的六种典型状态下的标准

化 C^* 响应都位于 C^* 规范的区域 I 中, 说明它对气动参数的大范围变化具有相当强的鲁棒性, 能适应各种飞行状态而保持良好的性能。此外, 这一鲁棒控制系统能满足比一般 C^* 规范要求更高的要求, 这说明系统对满足 C^* 规范还有一定的“余力”, 需要的话, 还能考虑其它另外的要求。

六、结 论

本文提出的多目标函数优化方法实质上是针对鲁棒系统和一般控制系统设计的特点, 将多目标函数优化问题化为单目标函数优化问题, 然后对这一单目标函数进行一次优化的方法, 原理简单, 计算量小, 对鲁棒系统和一般工程系统设计都很有效。本文用这一方法以 C^* 规范为准则, 对某型歼击机纵向控制增稳系统进行了设计, 使六种典型飞行状态下, 飞机的标准化 C^* 响应均能位于 C^* 包络的最高要求域——区域 I 内, 也就是说这样设计出来的飞机在满足 C^* 规范的意义对气动参数的大范围变化具有相当强的鲁棒性。结果令人满意。

参 考 文 献

- [1] Frans, D. J., Garrett, S. J. and Jain, V. K., Robust Control: An Overview, Proceedings of the 1982 American Control Conference, Arlington, VA, USA, 14—16 (June, 1982), Vol. 3, 289—292.
- [2] Kanarakos, A., Computer Aided Design of Control Loops by Means of Parameters Optimization Method, Regelungstechnik, Heft 7, (1978), 11—16.
- [3] Kreisselmeier, G. and Steinhanser, R., Application of Vector Performance Optimization to a Robust Control Loop Design for a Flight Aircraft, DFVLR—F8 80—14, (April, 1980).
- [4] 西北工业大学九〇六教研室, 控制增稳系统设计, (1982)。
- [5] Tobie, H. N., Elliott, E. M. and Malcom, L. G., A New Longitudinal Handling Qualities Criterion, National Aerospace Electronics Conference, (1966), 93—99.

MULTI-OBJECTIVE FUNCTION OPTIMIZATION METHOD AND ITS APPLICATION TO THE DESIGN OF AIRCRAFT ROBUST CONTROL SYSTEMS

Pan Gaozhi, Lin Taoyuan

(Nanjing Aeronautical Institute)

Abstract

In this paper, a new multi-objective function optimization method for designing control systems is proposed. Based on the design requirements, the problem of multi-objective function optimization is transformed mathematically into a non-constrained single objective function optimization problem, the latter is then solved once for all to determine the parameter values desired. This method can be applied efficiently to the design of robust control systems with large ranges of parameter variation.

In our work, this method was used to design a fighter aircraft longitudinal control system with stability augmentation in accordance with C^* Specifications. The resultant system shows an excellent performance with high robustness.