

- [3] Cobb, D., Feedback and Pole Placement in Descriptor Variable Systems, *Int. J. Contr.*, **33**, 6, (1981), 1135-1146.
- [4] Rosenbrock, H., Non-minimal LCR Multiports, *Int. J. Contr.*, **20**, 1, (1974), 1-16.
- [5] Luenberger, D. and Arbel, A., Singular Dynamic Leontief Systems, *Econometrica*, (1977).
- [6] Zhao, K., Chen, Z. and Cheng, Z., Complete Controllability for Linear Constant Systems with Control Constraints, *Proceedings of 9th World Congress of the International Federation of Automatic Control*, **5**, (1984), 7-11.
- [7] 关肇直、陈翰馥, 线性控制系统的能控性和能观测性, 科学出版社 (1975).

COMPLETE CONTROLLABILITY OF GENERALIZED STATE-SPACE SYSTEMS WITH CONTROL CONSTRAINED

Cheng Zhaolin, Zhang Jifeng

(Shandong University, Jinan)

Abstract

In this paper, a necessary and sufficient condition for the state complete controllability of generalized state-space systems with control energy or control amplitude constrained is obtained. This condition shows that the complete controllability of generalized state-space systems with control constrained depends on not only the complete controllability of its slow subsystems, but also the distribution of the eigenvalues of its slow subsystems.

一类时变离散大系统的稳定性

唐 功 友

(青岛化工学院)

摘 要

本文利用标量 ЛЯПУНОВ 函数法研究了一类线性、非线性时变离散大系统的渐近稳定性及不稳定性的分解。同时得到了分解系数和非线性项界限的估计公式。

一、引言及引理

文[1]~[4]分别研究了几类线性、非线性定常及时变离散大系统的稳定性分解。本文利用刘永清^[5]提出的 ЛЯПУНОВ 函数分解法,即标量和的 ЛЯПУНОВ 函数法,研究了一类孤立子系统具有极限定常离散系统^[6]的线性、非线性时变离散大系统的渐近稳定性及不稳定性的分解。同时得到了分解系数和非线性项界限的估计公式。

考虑用线性变系数差分方程组描述的线性时变离散系统

$$Y(k+1) = Q(k)Y(k), \quad (1)$$

其中 $Q(k) \in R^{l \times l}$ 是整数变量 k 的有界函数矩阵; $Y(k) \in R^l$ 是整数变量 k 的函数向量。

定义 如果系统(1)的系数矩阵 $Q(k)$ 满足

$$\lim_{k \rightarrow \infty} Q(k) = Q, \quad (2)$$

其中 $Q \in R^{l \times l}$ 是常数矩阵,则说线性时变离散系统(1)具有极限系统,并称线性定常离散系统

$$Y(k+1) = QY(k) \quad (3)$$

为系统(1)的极限系统。

引理 1^[2] 如果线性定常离散系统(3)的特征方程之根 μ_i 都满足

$$|\mu_i| < 1, \quad (i=1, 2, \dots, l), \quad (4)$$

则对于任意预先给定的正定对称矩阵 C , 存在唯一满足矩阵方程

$$Q'RQ - R = -C \quad (5)$$

的对称矩阵 R , 且矩阵 R 必然是正定的。

引理 2^[7] 如果线性定常离散系统(3)的特征方程之根 μ_i 中至少有一个满足

$$|\mu| > 1, \quad (6)$$

且在任意 i, j 的情况下, 量

$$\mu_i \mu_j \approx 1, \quad (7)$$

则对于任意预先给定的正定对称矩阵 C , 存在唯一满足矩阵方程 (5) 的对称矩阵 R , 且矩阵 R 不是常正的.

引理 3^[6] 如果线性时变离散系统 (1) 具有极限系统 (3), 且系统 (3) 的特征方程之根 μ_i 都满足 (4), 则线性时变离散系统 (1) 的零解是渐近稳定的.

本文中定理的证明要用到引理 3 的证明结果, 于是我们仿照 [6], 重新将引理 3 证明如下:

由引理假设, 系统 (3) 的特征根 μ_i 满足引理 1 条件. 根据引理 1, 给定单位矩阵 I , 存在唯一满足矩阵方程

$$Q' R Q - R = -I \quad (8)$$

的正定矩阵 R . 由正定二次型

$$V(k) = Y'(k) R Y(k) \quad (9)$$

沿时变离散系统 (1) 求差值得

$$\begin{aligned} \Delta V(k)|_{(1)} &= Y'(k) \{-I + [Q'(k) R Q(k) - Q' R Q]\} Y(k) \\ &= - \sum_{i=1}^l y_i^2(k) + \sum_{s=1}^l \sum_{\sigma=1}^l \alpha_{s\sigma}(k) y_s(k) y_{\sigma}(k), \end{aligned} \quad (10)$$

其中

$$\alpha_{s\sigma}(k) = \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^l [q_{is}(k) q_{j\sigma}(k) - q_{is} q_{j\sigma}] r_{ij}, \quad (s, \sigma = 1, 2, \dots, l).$$

注意到当 k 足够大时, $|q_{is}(k) q_{j\sigma}(k) - q_{is} q_{j\sigma}|$ 可以任意小, 因此 $\Delta V(k)|_{(1)}$ 是负定的. 故系统 (1) 的零解是渐近稳定的. 证毕.

引理 4^[6] 如果线性时变离散系统 (1) 具有极限系统 (3), 且系统 (3) 的特征方程之根 μ_i 至少有一个满足 (6), 则线性时变离散系统 (1) 的零解是不稳定的.

二、线性时变离散大系统的稳定性

考虑 n 阶线性时变离散大系统

$$X_r(k+1) = \sum_{i=1}^m A_{ri}(k) X_i(k), \quad (r = 1, 2, \dots, m) \quad (11)$$

及其孤立的线性时变离散子系统

$$X_r(k+1) = A_{rr}(k) X_r(k), \quad (r = 1, 2, \dots, m), \quad (12)$$

其中 $X_r(k) = [x_1^{(r)}(k), x_2^{(r)}(k), \dots, x_{n_r}^{(r)}(k)]'$, $(r = 1, 2, \dots, m)$ 是整数变量 k 的 n_r 阶

函数向量;

$$A_{ri}(k) = \begin{pmatrix} a_{11}^{(ri)}(k) & a_{12}^{(ri)}(k) \cdots a_{1n_i}^{(ri)}(k) \\ a_{21}^{(ri)}(k) & a_{22}^{(ri)}(k) \cdots a_{2n_i}^{(ri)}(k) \\ \dots\dots\dots \\ a_{n_r1}^{(ri)}(k) & a_{n_r2}^{(ri)}(k) \cdots a_{n_rn_i}^{(ri)}(k) \end{pmatrix}, \quad (r, i = 1, 2, \dots, m)$$

是整数变量 k 的 $n_i \times n_i$ 有界函数矩阵, $\sum_{r=1}^m n_r = n$.

在以下的讨论中, 我们总是假定线性时变离散子系统 (12) 具有极限定常离散系

$$X_r(k+1) = A_{rr} X_r(k), \quad (r = 1, 2, \dots, m), \quad (13)$$

其中

$$A_{rr} = \begin{pmatrix} a_{11}^{(rr)} & a_{12}^{(rr)} & \cdots & a_{1n_r}^{(rr)} \\ a_{21}^{(rr)} & a_{22}^{(rr)} & \cdots & a_{2n_r}^{(rr)} \\ \dots\dots\dots \\ a_{n_r1}^{(rr)} & a_{n_r2}^{(rr)} & \cdots & a_{n_rn_r}^{(rr)} \end{pmatrix}, \quad (r = 1, 2, \dots, m)$$

是 $n_r \times n_r$ 常数矩阵, 即 $A_{rr}(k)$ 满足

$$\lim_{k \rightarrow \infty} A_{rr}(k) = A_{rr}, \quad (r = 1, 2, \dots, m). \quad (14)$$

定理 1 如果线性时变离散大系统 (11) 的系数有界, 它的线性时变离散子系统 (12) 具有极限系统 (13), 系统 (13) 的特征方程之根 $\mu_i^{(r)}$ 满足

$$|\mu_i^{(r)}| < 1, \quad (r = 1, 2, \dots, m; i = 1, 2, \dots, n_r), \quad (15)$$

即线性时变离散子系统 (12) 的零解是渐近稳定的. 存在 $\Delta_1 > 0$, 使当 $E < \Delta_1$ 时, 线性时变离散大系统 (11) 的零解也是渐近稳定的. 其中

$$\left\{ \begin{aligned} E &= \max \left\{ \overline{\lim_{k \rightarrow \infty}} |a_{si}^{(ri)}(k)|, \quad \begin{matrix} s = 1, 2, \dots, n_r; & i, r = 1, 2, \dots, m \\ l = 1, 2, \dots, n_i; & r \neq i \end{matrix} \right\}, \\ \Delta_1 &= \frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^m n_i \varepsilon_i}}, \\ \varepsilon_i &= \sum_{s=1}^{n_i} \sum_{\sigma=1}^{n_i} |r_{s\sigma}^{(ri)}|, \quad (i = 1, 2, \dots, m). \end{aligned} \right. \quad (16)$$

证 由定理假设, 线性时变离散子系统 (12) 的极限系统 (13) 满足引理 1 的

件, 根据引理 1, 给定 n_r 阶单位矩阵 I_r , 存在唯一满足矩阵方程

$$A'_{rr} R_r A_{rr} - R_r = -I_r, \quad (r=1, 2, \dots, m) \quad (17)$$

的正定矩阵 R_r . 仿照引理 3 的证明过程, 由正定二次型

$$V_r(k) = X'_r(k) R_r X_r(k), \quad (r=1, 2, \dots, m) \quad (18)$$

沿线性时变离散子系统 (12) 求差值得

$$\Delta V_r(k) \Big|_{(12)} = - \sum_{i=1}^{n_r} x_i^{(r)2}(k) + \sum_{s=1}^{n_r} \sum_{\sigma=1}^{n_r} a_{s\sigma}^{(r)}(k) x_s^{(r)}(k) x_{\sigma}^{(r)}(k), \quad (r=1, 2, \dots, m), \quad (19)$$

$$\text{其中 } a_{s\sigma}^{(r)}(k) = \sum_{i=1}^{n_r} \sum_{j=1}^{n_r} [a_{is}^{(rr)}(k) a_{j\sigma}^{(rr)}(k) - a_{is}^{(rr)} a_{j\sigma}^{(rr)}] r_{ij}^{(r)}, \quad (s, \sigma=1, 2, \dots, n_r).$$

取 $V(k) = \sum_{r=1}^m V_r(k)$ 做为线性时变离散大系统 (11) 的 Ляпунов 函数, 显然

$V(k)$ 是正定的, 由 $V(k)$ 沿线性时变离散大系统 (11) 求差值得

$$\Delta V(k) \Big|_{(11)} = \sum_{r=1}^m \Delta V_r(k) \Big|_{(11)}. \quad (20)$$

先求出

$$\begin{aligned} \Delta V(k) \Big|_{(11)} &= \Delta V_r(k) \Big|_{(12)} + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m X'_i(k) [A'_{ii}(k) R_i A_{ii}(k)] X_i(k) \\ &\quad + 2 \sum_{i=1}^m X'_i(k) [A'_{ir}(k) R_r A_{rr}(k)] X_r(k) \\ &= \Delta V_r(k) \Big|_{(12)} + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \sum_{s=1}^{n_r} \sum_{\sigma=1}^{n_r} \sum_{l=1}^{n_i} \sum_{P=1}^{n_j} a_{sl}^{(ri)}(k) a_{\sigma P}^{(rj)}(k) r_{s\sigma}^{(r)} x_l^{(i)}(k) x_P^{(j)}(k) \\ &\quad + 2 \sum_{i=1}^m \sum_{s=1}^{n_r} \sum_{\sigma=1}^{n_r} \sum_{l=1}^{n_i} \sum_{P=1}^{n_r} a_{sl}^{(ri)}(k) a_{\sigma P}^{(rr)}(k) r_{s\sigma}^{(r)} x_l^{(i)}(k) x_P^{(r)}(k). \end{aligned}$$

我们的目的是要证明 $\Delta V(k) \Big|_{(11)}$ 的定号性, 因此只关心 $k \rightarrow \infty$ 时的情况, 当 $k \rightarrow \infty$

时有

$$\begin{aligned} \Delta V_r(k)|_{(11)} &\leq \Delta V_r(k)|_{(12)} + E^2 \varepsilon_r [(n - n_r) \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq r}}^m \sum_{l=1}^{n_i} x_l^{(i)^2}(k) \\ &\quad + n_r \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq r}}^m \sum_{l=1}^{n_i} x_l^{(i)^2}(k) + (n - n_r) \sum_{P=1}^{n_r} x_P^{(r)^2}(k)] \\ &= \Delta V_r(k)|_{(12)} + E^2 \varepsilon_r [n \sum_{i=1}^m \sum_{l=1}^{n_i} x_l^{(i)^2}(k) - n_r \sum_{l=1}^m x_l^{(r)^2}(k)]. \end{aligned}$$

将上式代入 (20) 可以得到当 $k \rightarrow \infty$ 时的

$$\begin{aligned} \Delta V(k)|_{(11)} &\leq \sum_{r=1}^m \{ \Delta V_r(k)|_{(12)} + E^2 \varepsilon_r [n \sum_{i=1}^m \sum_{l=1}^{n_i} x_l^{(i)^2}(k) - n_r \sum_{l=1}^m x_l^{(r)^2}(k)] \} \\ &< \sum_{r=1}^m \{ [-1 + \Delta_1^2 (\sum_{i=1}^m n \varepsilon_i - n_r \varepsilon_r)] \sum_{l=1}^{n_r} x_l^{(r)^2}(k) \} \\ &= \sum_{r=1}^m \left[-\frac{n_r \varepsilon_r}{n \sum_{i=1}^m \varepsilon_i} \sum_{l=1}^{n_r} x_l^{(r)^2}(k) \right], \end{aligned}$$

即 $\Delta V(k)|_{(11)}$ 是负定的。证毕。

定理 2 如果线性时变离散大系统 (11) 的系数有界, 它的线性时变离散子系统 (12) 具有极限系统 (13), 系统 (13) 的特征方程之根 $\mu_i^{(r)}$ 中至少有一个满足

$$|\mu| > 1, \quad (21)$$

且在任意 i, j 的情况下, 量

$$\mu_i^{(r)} \mu_j^{(r)} \neq 1, \quad (r=1, 2, \dots, m), \quad (22)$$

即线性时变离散子系统 (12) 是部分稳定部分不稳定的。存在 $\Delta_1 > 0$, 使当 $E < \Delta_1$ 时, 则线性时变离散大系统 (11) 的零解是不稳定的。其中 E, Δ_1 及 ε_i 均由 (16) 决定。

证 由定理假设条件 (21)、(22) 及引理 1、2 知, 满足 (17) 的矩阵 $R_r (r=1$

$2, \dots, m)$ 唯一存在, 且 R_r 中至少有一个不是常正的。取 $V(k) = \sum_{r=1}^m V_r(k)$ (其中 $V_r(k)$

由 (18) 决定) 做为线性时变离散大系统 (11) 的 Ляпунов 函数, 显然 $V(k)$ 不

常正的。与定理 1 的证明过程同理, 当 $k \rightarrow \infty$ 时, 可以得到

$$\Delta V(k)|_{(11)} < \sum_{r=1}^m \left[-\frac{n_r \varepsilon_r}{m \sum_{i=1}^n \varepsilon_i} \sum_{l=1}^{n_r} x_i^{(r)2}(k) \right],$$

即 $\Delta V(k)|_{(11)}$ 是负定的。证毕。

三、非线性时变离散大系统的稳定性

考虑 n 阶非线性时变离散大系统

$$\begin{aligned} X_r(k+1) &= \sum_{i=1}^m A_{r,i}(k) X_i(k) + F_r[k, X_1(k), X_2(k), \dots, X_m(k)], \\ (r=1, 2, \dots, m), \end{aligned} \quad (23)$$

其中 $F_r[k, X_1(k), X_2(k), \dots, X_m(k)] \in R^{n_r}$, 其元 $f_i^{(r)}[k, x_1^{(1)}(k), \dots, x_{n_1}^{(1)}(k), \dots, x_1^{(m)}(k), \dots, x_{n_m}^{(m)}(k)]$ 是 $k, x_1^{(1)}(k), \dots, x_{n_1}^{(1)}(k), \dots, x_1^{(m)}(k), \dots, x_{n_m}^{(m)}(k)$ 的函数; $A_{r,i}(k)$ 和

$$X_r(k) \text{ 均由 (11) 决定; } \sum_{r=1}^m n_r = n.$$

设在域 $D: |x_i^{(r)}(k)| \leq H$ ($H > 0; r=1, 2, \dots, m; i=1, 2, \dots, n_r; \forall k=0, 1, 2, \dots$)

上, 下列不等式成立:

$$\begin{aligned} |f_i^{(r)}[k, x_1^{(1)}(k), \dots, x_{n_1}^{(1)}(k), \dots, x_1^{(m)}(k), \dots, x_{n_m}^{(m)}(k)]| &\leq \eta \sum_{s=1}^m \sum_{\sigma=1}^{n_s} |x_r^{(s)}(k)|, \\ (r=1, 2, \dots, m; i=1, 2, \dots, n_r; \forall k=0, 1, 2, \dots), \end{aligned} \quad (24)$$

其中 η 是与 k 无关的正常数。并设 $F_r[k, X_1(k), X_2(k), \dots, X_m(k)]$ 使非线性时变离散大系统 (23) 满足解的存在唯一性条件。

定理 3 如果非线性时变离散大系统 (23) 的系数有界, 它的线性时变离散子系统 (12) 具有极限系统 (13), 系统 (13) 的特征方程之根 $\mu_i^{(r)}$ 满足 (15), 即线性时变离散子系统 (12) 的零解是渐近稳定的, 并设非线性时变离散大系统 (23) 的非线性项满足条件 (24)。存在 $\Delta_2 > 0, \Delta_3 > 0$, 使当 $E < \Delta_2, \eta < \Delta_3$ 时, 则非线性时变离散大系统 (23) 的零解也是渐近稳定的。其中 E 及 ε_i 由 (10) 决定;

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta_2 = \frac{1-\varphi}{\sqrt{n \sum_{i=1}^m \varepsilon_i}}, \\ \Delta_3 = \sqrt{H^2 + \frac{\varphi}{n \sum_{i=1}^m \varepsilon_i}} - H, \\ H = \max \left[\lim_{k \rightarrow \infty} |a_{ij}^{(r,l)}(k)|, i=1,2,\dots,n_r, r,l=1,2,\dots,m \right], \\ 0 < \varphi < 1. \end{array} \right. \quad (25)$$

证 由定理假设, 线性时变离散子系统(12)的极限系统(13)满足引理1的条件. 根据引理1, 给定 n_r 阶单位矩阵 I_r , 存在唯一满足(17)的正定矩阵 $R_r (r=1,2,\dots,$

$m)$, 取 $V(k) = \sum_{r=1}^m V_r(k)$ (其中 $V_r(k)$ 由(18)决定)做为非线性时变离散大系统(23)

的Ляпунов函数. 显然 $V(k)$ 是正定的. 由 $V(k)$ 沿非线性时变离散大系统(23)求差值得

$$\Delta V(k)|_{(23)} = \sum_{r=1}^m \Delta V_r(k)|_{(23)}. \quad (26)$$

先求出

$$\begin{aligned} \Delta V_r(k)|_{(23)} &= \Delta V_r(k)|_{(11)} + 2 \sum_{i=1}^m X_i'(k) A_{ri}'(k) R_r F_r[k, X_1(k), \dots, X_m(k)] \\ &\quad + F_r'[k, X_1(k), \dots, X_m(k)] R_r F_r[k, X_1(k), \dots, X_m(k)] \\ &= \Delta V_r(k)|_{(11)} + 2 \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{l=1}^{n_r} \sum_{P=1}^{n_r} a_{pj}^{(ri)}(k) r_{pl}^{(r)} x_j^{(i)}(k) f_l^{(r)}[k, x_1^{(1)}(k), \dots, \\ &\quad \dots, x_{n_1}^{(1)}(k), \dots, x_1^{(m)}(k), \dots, x_{n_m}^{(m)}(k)] + \sum_{l=1}^{n_r} \sum_{P=1}^{n_r} r_{pl}^{(r)} f_P^{(r)}[k, x_1^{(1)}(k), \dots, x_{n_1}^{(1)}(k), \\ &\quad \dots, x_1^{(m)}(k), \dots, x_{n_m}^{(m)}(k) f_l^{(r)}[k, x_1^{(1)}(k), \dots, x_{n_1}^{(1)}(k), \dots, x_1^{(m)}(k), \dots, x_{n_m}^{(m)}(k)]. \end{aligned}$$

当 $k \rightarrow \infty$ 时有

$$\Delta V_r(k)|_{(23)} \leq \Delta V_r(k)|_{(11)} + n\varepsilon_r(2H\eta + \eta^2) \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} x_j^{(i)^2}(k).$$

将上式代入(26), 可以得到当 $k \rightarrow \infty$ 时的

$$\begin{aligned} \Delta V(k)|_{(23)} &\leq \sum_{r=1}^m [\Delta V_r(k)|_{(11)} + n(2H\eta + \eta^2) \sum_{i=1}^m \varepsilon_i \sum_{l=1}^{n_r} x_l^{(r)^2}(k)] \\ &< \sum_{r=1}^m \left\{ \left[(n \sum_{i=1}^m \varepsilon_i - \varepsilon_r n_r) \Delta_2^2 + 2Hn \sum_{i=1}^m \varepsilon_i \Delta_3 + n \sum_{i=1}^m \varepsilon_i \Delta_3^2 - 1 \right] \sum_{l=1}^{n_r} x_l^{(r)^2}(k) \right\} \\ &= \sum_{r=1}^m \left[- \frac{(1-\varphi)^2 \varepsilon_r n_r}{n \sum_{i=1}^m \varepsilon_i} \sum_{l=1}^{n_r} x_l^{(r)^2}(k) \right], \end{aligned}$$

即 $\Delta V(k)|_{(23)}$ 是负定的. 证毕.

定理 4 如果非线性时变离散大系统(23)的系数有界, 它的线性时变离散子系统(12)具有极限系统(13), 系统(13)的特征方程之根 $\mu_i^{(r)}$ 中至少有一个满足(21), 且条件(22)成立, 即线性时变离散子系统(12)是部分稳定部分不稳定的, 并设非线性时变离散大系统(23)的非线性项满足条件(24). 存在 $\Delta_2 > 0$, $\Delta_3 > 0$, 使当 $E < \Delta_2$, $\eta < \Delta_3$ 时, 则非线性时变离散大系统(23)的零解是不稳定的. 其中 E 及 ε_i 由(16)决定, Δ_2 、 Δ_3 、 H 及 φ 由(23)决定.

证 由定理假设条件及引理 1、2 知, 满足(17)的矩阵 R_r ($r=1, 2, \dots, m$) 唯一存在, 且 R_r 中至少有一个不是常正的. 取 $V(k) = \sum_{r=1}^m V_r(k)$ (其中 $V_r(k)$ 由(18)决定) 做为非线性时变离散大系统(23)的 Ляпунов 函数. 显然 $V(k)$ 不是常正的. 与定理 3 的证明过程同理, 当 $k \rightarrow \infty$ 时, 可以得到

$$\Delta V(k)|_{(23)} < \sum_{r=1}^m \left[- \frac{(1-\varphi)^2 \varepsilon_r n_r}{n \sum_{i=1}^m \varepsilon_i} \sum_{l=1}^{n_r} x_l^{(r)^2}(k) \right],$$

即 $\Delta V(k)|_{(23)}$ 是负定的. 证毕.

注 本文中所用到的 Ляпунов 函数都是根据线性定常离散系统构造的, 因此对此类系统的 Ляпунов 函数均可直接利用[7]和[8]中的方法方便地得到.

文中对参数的稳定域 Δ_1 、 Δ_2 及非线性项的界限 Δ_3 估计得较粗, 对具体问题还

可以估计的更细一些。

参 考 文 献

- [1] 刘永清, 大系统在稳定性理论中的分解问题(5), 数学研究与评论, 2, 2, (1982), 41—48.
- [2] 王慕秋、刘永清、王联, 分解理论在线性迭代系统中的应用, 数学研究与评论, 2, 3, (1982), 33—40.
- [3] 刘永清、王慕秋、王联, 非线性时变离散大系统的稳定性, 控制理论与应用, 1, 1, (1984), 46—59.
- [4] 唐功友、刘永清, 一类时变大系统的稳定性, 华南工学院学报, 14, 3, (1986), 16—27.
- [5] 刘永清, 李雅普诺夫函数的分解问题, 自动化学报, 3, 3, (1965), 178—182.
- [6] 刘永清、邬齐斌、唐功友, 时变离散系统的稳定性(1), 山东化工学院学报, 2, (1984), 56—64.
- [7] 唐功友, 常系数线性差分方程组的李雅普诺夫函数公式, 山东化工学院学报, 1, (1983), 40—58.
- [8] 唐功友, 矩阵方程 $A^T B A - B = C$ 的降阶解法, 工程数学学报, 2, 1, (1985), 177—179.

THE STABILITY OF A CLASS OF TIME-VARYING DISCRETE LARGE-SCALE SYSTEMS

Tang Gongyou

(Qingdao Chemical Engineering Institute)

Abstract

By the method of scalar Lyapunov function, this paper studies the asymptotic stability and unstability decompositions of a class of linear and nonlinear time-varying discrete large-scale systems. At the same time, the decomposition coefficients and the nonlinear terms are given respectively.

广义 Narendra 模型参考自适应方案及其 对建模误差的鲁棒性

陈 宗 基

(北京航空学院)

摘 要

本文推导了广义 Narendra 模型参考自适应控制 (MRAC) 方案, 对负载干扰和建模误差的影响, 该方案比现存的 MRAC 方案有较强的鲁棒性. 本文提供的仿真研究也表明该方案确有较强的鲁棒性.

一、引 言

近年来, 发表了许多基于一系列假设的全局稳定的 MRAC 方案^[1-4]. 然而, 当这些假设和实际情况不符时, 如此设计的 MRAC 系统是否全局稳定这一基本问题尚未得到解决. 因此, 人们逐渐重视这些自适应方案的鲁棒性研究. Anderson 和 Johnstone^[5], Kokotovic 和 Ioannou^[6], 笔者和 Cook^[7-8], 证明了当输入信号是充分激励时, 这些自适应系统对于假设的出入具有一定程度的鲁棒性. 但是, 自从 Rohs 等发表了某些 MRAC 系统在建模误差的影响下会不稳定的文章以来, MRAC 系统的鲁棒性问题变成了一个有争议的问题. Astrom^[10]分析了 Rohs 的仿真结果, 并提出了防止不稳定的措施. 虽然现有的 MRAC 方案的鲁棒性分析还需进行, 但从现有的研究结果看, 可以认为现存的 MRAC 方案的鲁棒性是较差的, 尤其对建模误差的鲁棒性更差. 因此研究新的具有强鲁棒性的 MRAC 方案也是一个重要的研究方向. 本文将给出鲁棒性比一般 MRAC 方案强的广义 Narendra 方案, 一系列的仿真结果将证明该新方案确有较强的鲁棒性.

在本文中, 不同场合的“ s ”的含义可能是微分算子, 也可能是拉氏变换变量, 读者不难从内容来判断其含义.

二、广义 Narendra 方案

本节考虑外界干扰和建模误差两种情况.

本文于1985年8月26日收到, 1986年4月21日收到修改稿.

*此项研究系中国科学院科学基金会资助项目.

1. 外界干扰的消除

在如下推导中,采用系统输入—输出传递函数表达式.参考模型传递函数为 $\frac{K_m N_m(s)}{D_m(s)}$, 对象传递函数为 $\frac{K_p N_p(s)}{D_p(s)}$, 外界干扰的作用传递函数为 $\frac{H(s)}{D_p(s)}$. 一个具有外界干扰的模型参考自适应系统可用图1来表示.

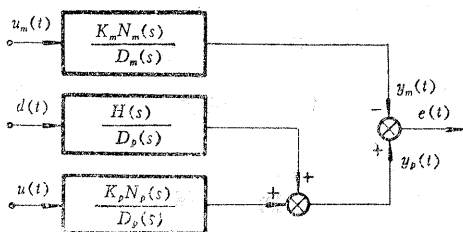


图1 具有外干扰 $d(t)$ 的MRAC系统

图中,多项式 $D_p(s)$, $N_p(s)$ 和 $H(s)$ 的次数已知,并分别为 n 、 m_1 和 m_2 , 并有 $m_1 \leq n-1$; $m_2 \leq m_1$; K_p 的符号已知,并假设 $K_p > 0$; 传递函数分母分子多项式次数之差定义为相对阶,要求参考模型相对阶大于或等于对象的相对阶,为简单起见,假设二者均等于1.设计目的是构造一个自适应控制器,使得对象输出 y_p 跟踪模型输出 y_m .

不难证明,对于给定的 $T(s)$,如下方程存在唯一多项式解 $M(s)$ 和 $P(s)$ [11].

$$T(s)D_m(s) = D_p(s)M(s) + P(s),$$

其中 $T(s)$ 的次数为 $n_T \geq n - m - 1$; $M(s)$ 的次数为 n_T ; $P(s)$ 的次数为 $n-1$.

定义对象和参考模型输出之差为输出误差 $e(t)$, 则有

$$e(t) = y_p(t) - y_m(t) = \frac{K_p N_p(s)}{D_p(s)} u(t) + \frac{H(s)}{D_p(s)} d(t) - \frac{K_m N_m(s)}{D_m(s)} u_m(t),$$

其中 $u(t)$ 为对象输入; $u_m(t)$ 为参考模型输入; $d(t)$ 为外界干扰.整理上式可得

$$e(t) = \frac{K_p N_m(s)}{D_m(s)} \left\{ u(t) + [N_p(s)M(s) - T(s)N_m(s)] \frac{u(t)}{T(s)N_m(s)} + \frac{P(s)}{K_p} \cdot \frac{y_p(t)}{T(s)N_m(s)} - \frac{K_m}{K_p} u_m(t) + \frac{H(s)M(s)}{K_p T(s)N_m(s)} d(t) \right\}. \quad (1)$$

把多项式 $[T(s)N_m(s) - N_p(s)M(s)]$ 、 $-\frac{P(s)}{K_p}$ 、 $\frac{K_m}{K_p}$ 和 $-\frac{H(s)M(s)}{K_p}$ 的系数排

为一参数向量 $\bar{\theta}^*$:

$$\bar{\theta}^* = [a_1^* \cdots a_{n-1}^*, b_0^* \cdots b_{n-1}^*, a_0^*, c_0^* \cdots c_{n-1}^*],$$

对应的滤波信号向量 $\omega(t)$ 为

$$\omega^T(t) = \left[\frac{s^{n-2} u(t)}{T(s)N_m(s)} \cdots \frac{u(t)}{T(s)N_m(s)}, \frac{s^{n-1} y_p(t)}{T(s)N_m(s)} \cdots \frac{y_p(t)}{T(s)N_m(s)}, \right]$$

$$u_m(t), \frac{s^{n-1}d(t)}{T(s)N_m(s)} \cdots \frac{d(t)}{T(s)N_m(s)} \Bigg\},$$

则公式(1)可写为

$$e(t) = \frac{K_p N_m(s)}{D_m(s)} \left[u(t) - \theta^* \omega(t) \right]. \quad (2)$$

再定义一个可调参数向量 $\theta(t)$:

$$\theta^T(t) = [a_1(t) \cdots a_{n-1}(t), b_0(t) \cdots b_{n-1}(t), a_0(t), c_0(t) \cdots c_{n-1}(t)],$$

令 $u(t) = \theta^T(t) \omega(t)$ 和 $u_m(t) = r(t)$, 其中 $r(t)$ 是指令输入, 式(2)可变为

$$e(t) = \frac{K_p N_m(s)}{D_m(s)} \phi^T(t) \omega(t), \quad (3)$$

其中 $\phi(t) = \theta(t) - \theta^*$. 如选择参数自适应规律:

$$\dot{\phi}(t) = -\Gamma \omega(t) e(t), \quad \Gamma = \Gamma^T > 0, \quad (4)$$

若 $\frac{K_p N_m(s)}{D_m(s)}$ 是严格正实传递函数, 就可证明该误差系统(3)和(4)是稳定的, $e(t)$

和 $\phi(t)$ 一致有界, 且 $e(t)$ 趋于零^[2]. 对于相对阶 $n^* = 2$ 和 $n^* \geq 3$, 也可进行类似的推导.

把普通的 Narendra 方案和上述方案相比较, 发现两种方法的本质和导致的自适应系统的结构是类似的, 不同之处在于后者考虑了干扰信号及其滤波信号; 前者用状态空间法, 后者用输入—输出表达式. 如果这些干扰信号是可测的, 那么外界干扰对系统的稳态影响可完全消除. 在某些场合, 若干扰信号比系统动态慢得多, 则可略去 $d(t)$ 的所有微分项, 并把 $d(t)$ 代之以常数项. 经这样处理后, 可调参数将不会收敛, 而是慢时变, 以补偿外界干扰的慢时变. 仿真结果将表明, 这种工程近似是合理的. 本方案可以直接推广到多外界干扰的情况, 并且也可处理多输入单输出的控制问题.

2. 对建模误差的鲁棒性

有二类建模误差, 当真实对象和它的模型的最高阶和相对阶均有差别时, 这类建模误差定义为 I 型建模误差; 当它们的差别仅表现在最高阶时, 这类建模误差称为 II 型建模误差. 文献[8]和[9]都表明, 具有 II 型建模误差的 MRAC 系统比具有 I 型建模误差的 MRAC 系统有较强的鲁棒性. 因此本文将只对具有 I 型建模误差的广义 Narendra 方案的 MRAC 系统进行分析. 为简单起见, 本文只研究 $n^* = 1$, 以及 $\Delta n^* = 1$ 的情况, 其它情况可作类似分析.

定义 $\frac{K_p^* N_p^*(s)}{D_p^*(s)}$ 为真实对象, $\frac{K_p N_p(s)}{D_p(s)}$ 为该对象的具有 I 型建模误差的假设

模型, 即有

$$\frac{K_p^* N_p^*(s)}{D_p^*(s)} = \frac{K_p N_p(s)}{D_p(s)} - \frac{1}{s + \rho}.$$

MRAC 系统的设计是基于该假设模型, 所导致的 MRAC 系统可用图 2 表示.

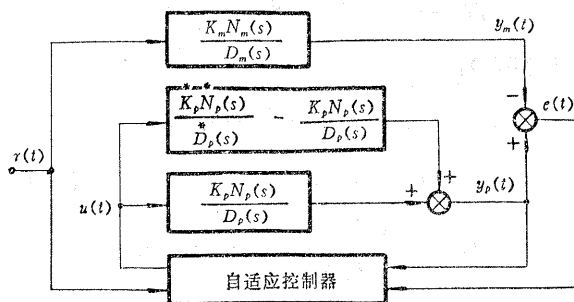


图 2 具有建模误差的 MRAC 系统

由图可得

$$\begin{aligned} \left[\frac{K_p^* N_p^*(s)}{D_p^*(s)} - \frac{K_p N_p(s)}{D_p(s)} \right] u(t) &= \frac{K_p N_p(s)}{D_p(s)} \left[\frac{1}{s + \rho} - 1 \right] u(t) \\ &= -\frac{K_p N_p(s)}{D_p(s)} u_d(t), \end{aligned}$$

其中 $u_d(t) = u_{df}(t) - u(t)$, $u_{df}(t) = \frac{u(t)}{s + \rho}$.

把 $u_d(t)$ 当作外界干扰 $d(t)$, $K_p N_p(s)$ 当作 $H(s)$, 若选择 $T(s) = M(s) = 1$,

(1) 式右端最后一项变为 $u_d(t) + \frac{R(s)}{N_m(s)} u_d(t)$, 其中多项式 $R(s)$ 的次数为 $(n-2)$. 于是

量 θ^* 和 $\omega(t)$ 变为

$$\begin{aligned} \theta^T &= [a_1^* \cdots a_{n-1}^*, b_0^* \cdots b_{n-1}^*, a_0^*, -1, c_1^* \cdots c_{n-1}^*], \\ \omega^T(t) &= \left[\frac{s^{n-2}}{N_m(s)} u(t) \cdots \frac{u(t)}{N_m(s)}, \frac{s^{n-1}}{N_m(s)} y_p(t) \cdots \frac{y_p(t)}{N_m(s)}, \right. \\ &\quad \left. r(t), u_d(t), \frac{s^{n-2}}{N_m(s)} u_d(t) \cdots \frac{u_d(t)}{N_m(s)} \right]. \end{aligned}$$

于是可得

$$e(t) = \frac{K_p N_m(s)}{D_m(s)} [u(t) - \theta^T \omega(t)]. \quad (5)$$

当 $u(t) = \theta^T(t)\omega(t)$, $\dot{\phi}(t) = -\Gamma\omega(t)e(t)$, 该 MRAC 系统也是 $e(t)$ 趋于零的稳定系统, 但上述的控制是难以实现的, 其原因如下: 令 $\underline{\theta}^*$, $\underline{\theta}(t)$ 和 $\underline{\omega}(t)$ 分别代表没有 $(2n+1)$

项元素的向量 $\underline{\theta}^*$, $\underline{\theta}(t)$ 和 $\underline{\omega}(t)$, 于是有

$$u(t) = \underline{\theta}^T(t)\underline{\omega}(t) + c_o u_d(t) = \underline{\theta}^T(t)\underline{\omega}(t) + c_o u_{df}(t) - c_o u(t),$$

$$\text{可得 } u(t) = [\underline{\theta}^T(t)\underline{\omega}(t) + c_o u_{df}(t)] / (1 + c_o). \quad (6)$$

由 $\underline{\theta}^*$ 的定义, $c_o^* = -1$, 于是当采用 (6) 式所代表的控制律时, 当 $c_o(t)$ 趋于 c_o^* 时, 就会导致无限大的控制信号. 为了克服以上困难, 本文研究由式 (5) 和 (6) 导出的如下误差系统:

$$e(t) = \frac{K_p N_m(s)}{D_m(s)} [\phi^T(t)\omega(t)], \quad (7)$$

$$\dot{\underline{\phi}}(t) = -\Gamma_1 \underline{\omega}(t)e(t), \quad \Gamma_1 = \Gamma_1^T > 0, \quad (8)$$

$$\Delta \dot{c}_o(t) = -\epsilon u_d(t)e(t), \quad \epsilon > 0, \quad (9)$$

式中 $\underline{\phi}(t) = \underline{\theta}(t) - \underline{\theta}^*$, $\Delta c_o(t) = c_o(t) - c_o^*$. 置 $c_o(t)$ 的初始条件为 $c_o(0) = -0.9$, 置 ϵ 为无限小量, 则控制律变为

$$u(t) = 10[\underline{\theta}^T(t)\underline{\omega}(t) - 0.9u_{df}(t)]. \quad (10)$$

如下定理对分析上述系统的稳定性有助.

定理 考虑一线性系统

$$\dot{X} = AX + Bu, \quad (11)$$

$$y = C^T X, \quad (12)$$

式中 x 是 n 维状态向量, A 是 $n \times n$ 维常数矩阵, B 和 C 是 n 维向量, 且 $C^T(IS - A)^{-1}B$ 是严格正实传递函数, 综合控制律 $u(t) = \phi^T(t)\omega(t) + \rho(t)v(t)$, 其中 $\phi(t)$ 和 $\omega(t)$ 是 $(2n-1)$ 维向量, $\rho(t)$ 和 $v(t)$ 是标量函数, 且 $\omega(t)$ 和 $v(t)$ 一致有界. 若选择

$$\dot{\phi}(t) = -\Gamma\omega(t)y(t), \quad \Gamma = \Gamma^T > 0,$$

$$\dot{\rho}(t) = -\epsilon v(t)y(t), \quad \rho(0) = \text{const.}, \quad \epsilon > 0,$$

且 ϵ 趋于零, 则以上系统是稳定的, $X(t)$ 和 $\phi(t)$ 有界, $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 0$.

证 因为 $G^T(IS - A)^{-1}B$ 是严格正实传递函数, 则有 $PA + A^TP = -Q$, $Q = Q^T > 0$; $P = P^T > 0$; $B^TP = C^T$.

构造一准 Ляпунов 函数 $V = X^TPX + \phi^T\Gamma^{-1}\phi + \rho^2\epsilon^{-1}$ 沿系统 (11)、(12) 轨迹的 $\dot{V}$ 为

$$\dot{V} = -X^TQX + 2[\omega^T\phi + \rho v]y - 2\omega^T\phi y - 2\epsilon^{-1}\epsilon\rho v y,$$

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \dot{V} = -\mathbf{X}^T \mathbf{Q} \mathbf{X}.$$

因此 V 是时间的非增函数,并下有界.所以 $\mathbf{X}(t)$, $\phi(t)$ 和 $\rho(t)$ 是一致有界的,于是有

$$\lim_{\substack{t \rightarrow \infty \\ \epsilon \rightarrow 0}} \int_0^t \dot{V}(t) dt = V(\infty) - V(0).$$

以上极限是一确定值.因为 $\omega(t)$ 和 $v(t)$ 进而 $V(t)$ 有界,还可得^[12]

$$\lim_{\substack{t \rightarrow \infty \\ \epsilon \rightarrow 0}} \dot{V}(t) = - \lim_{\substack{t \rightarrow \infty \\ \epsilon \rightarrow 0}} \mathbf{X}^T \mathbf{Q} \mathbf{X} = 0, \text{ 或 } \lim_{\substack{t \rightarrow \infty \\ \epsilon \rightarrow 0}} \mathbf{X}(t) = 0, \lim_{\substack{t \rightarrow \infty \\ \epsilon \rightarrow 0}} y(t) = 0.$$

根据以上定理,由(6)~(9)式所描述的 MRAC 系统也是 $e(t)$ 趋于零的稳定系统,如果选择 $\epsilon = \epsilon_0 e^{-mt}$,其中 ϵ_0 是很小的正常数, m 是很大的正常数.若真实对象和模型完全一致,以上方案将导致 $u_d(t) = 0$,因此仍将导致渐近稳定的 MRAC 系统.当上的广义 Narendra 方案应用于工程实际问题时,可取 $\epsilon = 0$ 和 $c_0(0) = 0.9$,仿真结果表明,如此近似处理的 MRAC 系统不论是否存在建模误差,都是稳定的.

三、仿真研究

1. 消除外界干扰的影响

本设计以 $\dot{C}^*$ 准则作为飞机操纵品质规范, $\dot{C}^*$ 响应是飞机俯仰角速度和法向加速度的性组合.事先确定理想的 $\dot{C}^*$ 响应为 $\dot{C}_m^*$,若飞机的 $\dot{C}^*$ 响应跟随 $\dot{C}_m^*$ 响应,则该飞机的动态性对应于 I 级飞行品质.某飞机的 $\dot{C}^*$ 响应表达式如下:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & 0 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ b_{12} \\ b_{13} \\ 0 \end{pmatrix} u + \begin{pmatrix} 0 \\ b_{22} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \alpha_g,$$

$$\dot{C}^* = c_1 x_1 + x_4,$$

式中 u 代表自适应控制律, α_g 代表阵风干扰引起的攻角扰动.理想 $\dot{C}_m^*$ 响应可用下式表示

$$\dot{C}_m^* = \frac{70.583(s+12)(s+10)}{(s^2+13.5s+55)(s+11)(s+14)} r(t) = \frac{K_m N_m(s)}{D_m(s)} r(t).$$

选择 $L(s) = s+16$,使得 $\frac{K_m N_m(s)}{D_m(s)} L(s)$ 是严格正实传递函数,令 $T(s) = s+16$,略

$\frac{s^i}{N_m(s)} \alpha_g, \forall i \geq 1$, 并置 $\alpha_g = 1$. 于是滤波信号向量 $\omega(t)$ 和可调参数向量 $\theta(t)$ 分别为

$$\omega^T(t) = \left[\frac{s^2 u(t)}{T(s)N_m(s)} \cdots \frac{u(t)}{T(s)N_m(s)}, y_r(t), \frac{s^2 y_p(t)}{T(s)N_m(s)} \cdots \frac{y_p(t)}{T(s)N_m(s)}, r(t), \frac{1}{T(s)N_m(s)} \right],$$

$$\theta^T(t) = [\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, b_0, b_1, b_2, b_3, \alpha_0, c_3],$$

综合控制律 $u(t) = L(s)\theta^T(t)L^{-1}(s)\omega(t)$

$$= \theta^T(t)\omega(t) + \dot{\theta}^T(t)L^{-1}(s)\omega(t)^{[2]},$$

选择参数自适应规律 $\dot{\theta}(t) = -\Gamma\omega(t)e(t)$, $\Gamma = \Gamma^T > 0$. 其中 $e(t) = \dot{C}(t) - \dot{C}_m^*(t)$. 假设在时间 $t = 7.5$ 秒以后, 攻角扰动 $\alpha_g = 0.5\sin(1.2t) + 0.5$ 开始作用在该飞机上, 指令输入 $r(t)$ 为周期是 10 秒, 幅值是 1 米/秒² 的方波信号. 该系统的仿真结果如图 3 所示, 结果表明实际 $\dot{C}$ 响应能很好地跟踪理想的 $\dot{C}_m^*$ 响应, 阵风干扰的影响基本被消除.

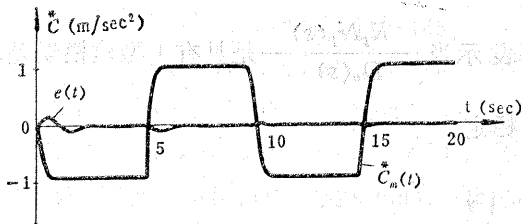


图 3 在外干扰作用下飞机的 $\dot{C}$ 响应和 $e(t)$ 的过渡过程

2. 对于 I 型建模误差的鲁棒性

实际被控系统为 $\frac{s+6}{(s^2+8s+20)(s+10)}$, 设计所依据的假设模型为 $\frac{s+6}{s^2+8s+20}$,

参考模型为 $\frac{10(s+4)}{s^2+13s+40}$. 等效外干扰 $u_d(t) = u_{df}(t) - u(t)$, $u_{df} = \frac{u(t)}{s+\rho}$. 在实际工程

问题中, 建模误差是未知的, 在本问题中, ρ 是未知的, 设定 $\rho = 12$, 而不是实际值 10.

令 $T(s) = M(s) = 1$, 滤波信号向量 $\omega(t)$ 和可调参数向量 $\theta(t)$ 分别为

$$\omega^T(t) = \left[\frac{u(t)}{N_m(s)}, y_p(t), \frac{y_p(t)}{N_m(s)}, r(t), u_d(t), \frac{u_d(t)}{N_m(s)} \right],$$

$$\theta^T(t) = [a_1, b_0, b_1, a_0, -0.9, c_1],$$

综合控制律

$$u(t) = \theta^T(t) \omega(t) = 10[\underline{\theta}^T(t) \underline{\omega}(t) - 0.9u_d(t)],$$

其中 $\underline{\theta}$ 和 $\underline{\omega}$ 分别代表缺少 -0.9 和 $u_d(t)$ 两项的向量 θ 和 ω . 自适应参数调节规律为

$$\dot{a}_1 = -10 \frac{u(t)}{s+4} e(t),$$

$$\dot{b}_0 = -10 y_p(t) e(t),$$

$$\dot{b}_1 = -10 \frac{y_p(t)}{s+4} e(t),$$

$$\dot{a}_0 = -10 r(t) e(t),$$

$$\dot{c}_1 = -10 \frac{u_d(t)}{s+4} e(t),$$

式中 $e(t) = y_p(t) - y_m(t)$. 图4表示当 $\frac{K_p N_p(s)}{D_p(s)}$ 和 $\frac{K_p^* N_p^*(s)}{D_p^*(s)}$ 完全吻合时, 该方案导致

理想的MRAC系统. 图5表示当 $\frac{K_p N_p(s)}{D_p(s)}$ 是具有 I 型建模误差的假设模型时, 如此设计的MRAC系统依然稳定.

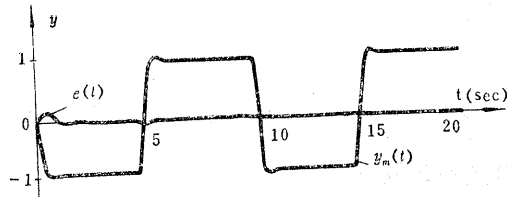


图4 无建模误差时的广义 Narendra 方案的 $y_m(t)$ 和 $e(t)$ 过渡过程

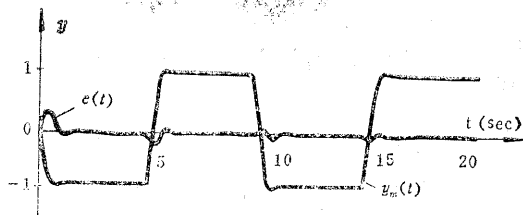


图5 有建模误差时的广义 Narendra 方案的 $y_m(t)$ 和 $e(t)$ 过渡过程

在此应强调的是, 在现有的文献中, 尚没有一种MRAC方案在这个仿真研究中保持稳定, 因此广义 Narendra 方案的鲁棒性确比其它方案强.

四、结 论

本文提供了广义 Narendra 方案, 该方案可消除外干扰的影响, 并对模型误差有较强的鲁棒性. 本文还提供了一些工程应用中的近似处理方法. 两个仿真结果证实了该方案的鲁棒性确比一般的 MRAC 方案强.

参 考 文 献

- [1] Monopoli, R.V., Model Reference Adaptive Control with an Augmented Error Signal, IEEE Trans. Automat. Contr., AC-19, (1974), 474-484.
- [2] Narendra, K. S. and Valavani, L. S., Stable Adaptive Controller Design-Direct Control, IEEE Trans. Automat. Contr., (1978), 570-583.
- [3] Narendra, K. S., Lin, Y. H. and Valavani, L. S., Stable Adaptive Controller Design Part 2 Proof of Stability, IEEE Trans. Automat. Contr., (1980), 440-448.
- [4] Landau, I. D., Adaptive Control: the Model Reference Approach, New York, Dekker, (1979).
- [5] Anderson, B. D. O. and Johnstone, R.M., Robust Lyapunov Stability Result and Adaptive Systems, Dept. of Electrical & Computer Eng., Univ. of Newcastle, Australia, AN-311.
- [6] Kokotovic, P. V. and Ioannou, P. A., Robustness Redesign of Continuous Time Adaptive Schemes, Proc. 1981 IEEE Conference Decision and Control, 522-527.
- [7] Cook, P. A. and Chen, Z. J., Robustness Properties of Model Reference Adaptive Control Systems, IEE Proc. November, (1982), 305-310.
- [8] Chen, Z. J. and Cook, P. A., Robustness of Model Reference Adaptive Control Systems with Unmodelled Dynamics, Int. J. Control, (1984), 201-214.
- [9] Rohs, C. E., et al., Robustness of Adaptive Control Algorithms in the Presence of Unmodelled Dynamics, Proc. of 1982 IEEE Conference Decision and Control, 3-11.
- [10] Astrom, K. J., Analysis of Rohs Counter Examples to Adaptive Control, Proc. of 1983 IEEE conference Decision

and Control, 434-442.

[11] Astrom, K. J., Reglerteori 2nd ed (in Swedish) Stockholm Sweden, (1976).

[12] Narendra, K. S. and Valavani, L. S., A Comparison of Lyapunov and Hyper-stability Approaches to Adaptive Control of Continuous Systems, IEEE Trans. Automat. Contr., 25, (1980), 243-246.

摘 要

EXTENDED NARENDRA'S MRAC SCHEME AND ITS ROBUSTNESS PROPERTY TO UNMODELLED DYNAMICS

Chen Zongji

(Beijing Institute of Aeronautics and Astronautics)

Abstract

An extended Narendra's MRAC scheme is derived which has better robust properties to the unmodelled dynamics and disturbances than other MRAC schemes. Simulation studies are also given to show the robustness of the scheme.