

多变量极点配置自校正控制器

朱志祥 郑政谋

(西北工业大学, 西安)

摘 要

本文讨论了一种新的具有指定极点的多变量自校正控制器的设计方法。它改进了文献〔1—3〕所提出的算法。该算法能够控制非最小相位系统, 开环不稳定系统和 B_0 阵为奇异的不同时延系统, 即可在线配置闭环极点又可离线配置闭环极点。同时, 本文还表明文献〔2—4〕给出的算法可以认为是本文结果的特例。最后给出计算机仿真结果, 说明这种控制器的实用性和有效性。

一、引 言

近几年, 随着控制理论和微机技术的发展, 具有未知参数并受随机扰动系统的最优控制已经引起很大的理论和实际上的兴趣。1973年 Åström 和 Wittenmark 将最小方差调节器和参数辨识结合提出自校正 (ST) 调节器^{〔5〕}。它适合具有未知参数的单输入、单输出 (SISO) 系统, 在随机扰动下可以渐近得到最小输出方差。但这种调节器没有伺服作用; 其系统输出不能跟踪时变设定值; 对非最小相位十分敏感; 有时会产生过度控制。

为了克服这些缺点, Clarke 和 Gawthrop 提出一种更有一般意义的自校正控制器^{〔1〕}。它能够跟踪设定值的变化, 并最小化二次性能指标。

由于大部分工业过程是多变量的, 所以目前人们的兴趣在于改进自校正控制器和调节器, 使其能够有效地控制多变量系统。实际上, Borisson 基于 Åström 和 Wittenmark 算法提出了多变量最小方差调节器^{〔2〕}。Keviczky 和 Hetthessy 又做了一些改进并将这种控制器应用于水泥生料搅拌^{〔6〕}。Koivo 推广了 Clarke 的基本自校正控制器, 使其能够处理多变量系统^{〔4〕}。Prager 和 Wellstead 提出了多变量极点配置自校正调节器^{〔7〕}, 该调节器从性能上说优于上述多变量自校正控制方案。

Koivo 提出的自校正控制器虽然能处理非最小相位系统, 但不能配置闭环系统极点。为了使系统稳定并有较好的动态特性, 需要多次试凑地选取加权矩阵多项式 $P(z^{-1})$ 、 $Q(z^{-1})$ 、 $R(z^{-1})$, 但这不是一件容易的工作。Prager 和 Wellstead 提出的多变量极点配置自校正调节器虽然可以任意配置闭环系统极点, 但只能在线配置闭环极点, 且需要

在线求解两个矩阵多项式方程, 计算量较大。

另外, 在多变量自校正控制中还存在一个重要问题没有得到很好地解决。除Prag的多变量自校正调节器^[7]外, 目前几乎所有的多变量自校正方案都不能一般地处理阵为奇异的不同时延系统。但在实际工程中经常能遇到各回路时延不同, B_0 阵为奇的多变量系统。对于这类系统, 用具有二次型性能指标的多变量自校正控制器和最小差调节器是行不通的, Morris在[8]中讨论了不同时延系统的控制问题, 但其算法求所有 $K_{ii} \leq K_{ij}$ (K_{ij} 为系统时延)。所以问题并没有得到解决。

本文基于Clarke和Gawthrop的自校正控制器概念, 提出一个新的能够在线或线配置闭环极点 to 指定位置的多变量自校正控制器。这种控制器能够容易地控制非最小相位系统、开环不稳定系统和 B_0 阵为奇异的不同时延系统, 并且不增加任何在线算。稳态偏差可由引入一个积分器来消除。

二、控制器结构

假设被控对象是可控的、可测的, 其线性化模型为

$$A(z^{-1})Y(t) = z^{-k}B(z^{-1})U(t) + z^{-k}L(z^{-1})V(t) + C(z^{-1})\xi(t), \quad (1)$$

其中 $Y(t) \in R^m$ 为输出向量; $U(t) \in R^m$ 为控制向量, $V(t) \in R^m$ 为可测干扰向量, $\{\xi(t)\} \in R^m$ 为均值为零、方差阵为 σ_ξ^2 、独立的高斯随机向量序列; z^{-1} 为单位后移算子; k 为过程最小时延; $A(z^{-1})$ 、 $B(z^{-1})$ 、 $L(z^{-1})$ 、 $C(z^{-1})$ 均为 $m \times m$ 维矩阵多项式

$$A(z^{-1}) = I + A_1 z^{-1} + \cdots + A_{n_a} z^{-n_a},$$

$$B(z^{-1}) = B_0 + B_1 z^{-1} + \cdots + B_{n_b} z^{-n_b},$$

$$L(z^{-1}) = L_0 + L_1 z^{-1} + \cdots + L_{n_l} z^{-n_l},$$

$$C(z^{-1}) = I + C_1 z^{-1} + \cdots + C_{n_c} z^{-n_c},$$

这里要求 $\det[C(z^{-1})]$ 的零点都位于 Z 平面的单位圆内, 而对 $\det[B(z^{-1})]$ 的零点不作要求, 即可是最小相位系统也可非最小相位系统。

引入恒等式

$$C(z^{-1}) = A(z^{-1})E(z^{-1}) + z^{-k}F(z^{-1}), \quad (2)$$

其中

$$E(z^{-1}) = I + E_1 z^{-1} + \cdots + E_{k-1} z^{-(k-1)},$$

$$F(z^{-1}) = F_0 + F_1 z^{-1} + \cdots + F_{n_f} z^{-n_f},$$

$n_f = \max\{n_c - k, n_a - 1\}$, 且存在不唯一的 $\tilde{E}(z^{-1})$ 和 $\tilde{F}(z^{-1})$ 使得

$$\tilde{E}(z^{-1})F(z^{-1}) = \tilde{F}(z^{-1})E(z^{-1}), \quad (3)$$

$$\tilde{C}(z^{-1}) = \tilde{E}(z^{-1}) A(z^{-1}) + z^{-k} \tilde{F}(z^{-1}). \quad (4)$$

由此又可得到

$$\tilde{E}(z^{-1}) C(z^{-1}) = \tilde{C}(z^{-1}) E(z^{-1}), \quad (5)$$

其中 $\tilde{F}(z^{-1})$ 、 $\tilde{E}(z^{-1})$ 和 $\tilde{C}(z^{-1})$ 分别是与 $F(z^{-1})$ 、 $E(z^{-1})$ 和 $C(z^{-1})$ 同阶的矩阵多项式。

系统的最优 k 步超前输出预测为

$$\begin{aligned} \hat{Y}(t+k/t) = Y^*(t+k/t) = & \tilde{F}(z^{-1}) Y(t) + \tilde{G}(z^{-1}) U(t) + \tilde{S}(z^{-1}) V(t) \\ & - [\tilde{C}(z^{-1}) - I] Y^*(t+k/t), \end{aligned} \quad (6)$$

其中 $\tilde{G}(z^{-1}) = \tilde{E}(z^{-1}) B(z^{-1})$, $\tilde{S}(z^{-1}) = \tilde{E}(z^{-1}) L(z^{-1})$. 系统输出预测误差由下式给出

$$e(t+k) = Y(t+k) - Y^*(t+k/t) = E(z^{-1}) \xi(t+k). \quad (7)$$

定义广义输出

$$\Phi(t+k) = Y(t+k) + Q(z^{-1}) U(t) - R(z^{-1}) W(t+k), \quad (8)$$

其中 $Q(z^{-1}) = Q_d^{-1}(z^{-1}) Q_n(z^{-1})$, 则广义输出预测为

$$\hat{\Phi}(t+k/t) = Y^*(t+k/t) + Q(z^{-1}) U(t) - R(z^{-1}) W(t+k). \quad (9)$$

引入一个二次型的性能指标

$$I = E\{\|\Phi(t+k)\|^2\}, \quad (10)$$

其中 E 是均值运算, 显然最小化性能指标 (10) 的控制规律是

$$U(t) = Q_n^{-1}(z^{-1}) Q_d(z^{-1}) [R(z^{-1}) W(t+k) - Y^*(t+k/t)], \quad (11)$$

其中

$$Q_d(z^{-1}) = Q_{d_0} + Q_{d_1} z^{-1} + \cdots + Q_{d_{n_d}} z^{-n_d},$$

$$Q_n(z^{-1}) = Q_{n_0} + Q_{n_1} z^{-1} + \cdots + Q_{n_{n_n}} z^{-n_n},$$

$$R(z^{-1}) = R_0 + R_1 z^{-1} + \cdots + R_{n_r} z^{-n_r}.$$

三、极点配置及 $Q_n(z^{-1})$ 、 $Q_d(z^{-1})$ 的选择

系统方程由下式给出

$$A(z^{-1}) Y(t) - z^{-k} B(z^{-1}) U(t) - z^{-k} L(z^{-1}) V(t) - C(z^{-1}) \xi(t) = 0, \quad (12a)$$

$$\tilde{F}(z^{-1}) Y(t) + D(z^{-1}) U(t) + \tilde{S}(z^{-1}) V(t) + H(z^{-1}) W(t+k) = 0, \quad (12b)$$

式中

$$D(z^{-1}) = \tilde{G}(z^{-1}) + \tilde{C}(z^{-1}) Q(z^{-1}),$$

$$H(z^{-1}) = -\tilde{C}(z^{-1}) R(z^{-1}).$$

将方程 (12) 用矩阵表示, 有

$$\begin{pmatrix} A(z^{-1}) & z^{-k}B(z^{-1}) & \vdots & z^{-k}L(z^{-1}) & -C(z^{-1}) & 0 \\ -\tilde{F}(z^{-1}) & D(z^{-1}) & \vdots & \tilde{S}(z^{-1}) & 0 & -H(z^{-1}) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ I & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y(t) \\ -U(t) \\ -V(t) \\ \xi(t) \\ W(t+k) \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ Y(t) \end{pmatrix},$$

则闭环系统的稳定性取决于行列式

$$\det \begin{bmatrix} A(z^{-1}) & z^{-k}B(z^{-1}) \\ -\tilde{F}(z^{-1}) & D(z^{-1}) \end{bmatrix} \quad (13)$$

的零点^[4]。如果行列式的零点都位于Z平面的单位圆内，则系统是稳定的。否则系统是不稳定的。

引入矩阵多项式关系式

$$B(z^{-1})\tilde{A}(z^{-1}) = A(z^{-1})\tilde{B}(z^{-1}), \quad (14)$$

这里要求

$$\det \tilde{B}(z^{-1}) = \det B(z^{-1}). \quad (15)$$

进一步，由(4)、(14)式和分块矩阵行列式的性质，可得

$$\begin{aligned} \det \begin{bmatrix} A(z^{-1}) & z^{-k}B(z^{-1}) \\ -\tilde{F}(z^{-1}) & D(z^{-1}) \end{bmatrix} \\ = \det \tilde{C}(z^{-1}) \det [Q_d^{-1}(z^{-1})Q_n(z^{-1})\tilde{A}(z^{-1}) + \tilde{B}(z^{-1})] \\ = \det \tilde{C}(z^{-1}) \det Q_d^{-1}(z^{-1}) \det [Q_n(z^{-1})\tilde{A}(z^{-1}) + Q_d(z^{-1})\tilde{B}(z^{-1})]. \end{aligned} \quad (16)$$

前面已假定 $C(z^{-1})$ 的零点在单位圆内，亦 $\tilde{C}(z^{-1})$ 的零点在单位圆内，而 $\det Q_d^{-1}(z^{-1})$ 只包含Z平面原点的零点，所以闭环系统的稳定性取决于

$$\det [Q_n(z^{-1})\tilde{A}(z^{-1}) + Q_d(z^{-1})\tilde{B}(z^{-1})] \quad (17)$$

的零点。对于任意给定的具有指定极点的矩阵多项式 $T(z^{-1})$ ，如果选择 $Q_n(z^{-1})$ 、 $Q_d(z^{-1})$ 满足 Diophantine 方程

$$Q_n(z^{-1})\tilde{A}(z^{-1}) + Q_d(z^{-1})\tilde{B}(z^{-1}) = T(z^{-1}), \quad (18)$$

则 $\det T(z^{-1})$ 的零点即为闭环系统的极点。 $T(z^{-1})$ 、 $Q_n(z^{-1})$ 、 $Q_d(z^{-1})$ 的阶数应按下列规则来选取：

- (1) 如果 $n_b = 0$ ，则 $n_d = n_a + 1$ ， $n_n = 1$ ， $n_t \leq n_a + 1$ ，且有 $Q_n(1) = 0$ ， $Q_{d0} = I$ 。
- (2) 如果 $n_b > 0$ ，则 $n_d = n_a$ ， $n_n = n_b$ ， $n_t \leq n_a + n_n$ ，且有 $Q_n(1) = 0$ ；如果系统不包含积分器，则有 $Q_{d0} = I$ 。

可以证明 Diophantine 方程 (18) 有解的充分必要条件是 $\tilde{A}(z^{-1})$, $\tilde{B}(z^{-1})$ 右互质。

通过适当选择具有指定零点的矩阵多项式 $T(z^{-1})$, 可以改变闭环极点的分布, 解决此类系统闭环稳定性问题。所以矩阵多项式 $Q_n(z^{-1})$ 、 $Q_d(z^{-1})$ 可以通过预先给定闭环系统极点来得到。

这种算法的一个重要特点是计算比较灵活, 极点配置、预测和控制独立, 便于多微机分布计算。它可以在线配置极点, 又可离线配置极点。对于定常或慢时变系统, 只需配置一次或每隔若干控制周期配置一次闭环极点, 而不必每个控制周期都要执行一次极点配置程序。这样可以减少在线计算量, 提高计算机控制的实时性。

工程中遇到的系统是复杂的, 并不象有些方案^[2,4]要求的那样总是满足 B_0 阵是非奇异的。在实际工程中, 许多多变量系统各个回路有不同的时延, 可能导致 B_0 阵奇异。对于这类系统, Borriession、Koivo 和 Morris 的多变量自校正调节器和控制器是无能为力的。

本算法从极点配置的观点来研究多变量自校正控制, 抛弃传统的二次性能指标, 从而避免对 B_0 阵求逆。如果 $\tilde{A}$, $\tilde{B}$ 右互质, 则 Diophantine 方程有解, 控制规律 (11) 式存在。由于在算法中引入了极点配置, B_0 阵为奇异的不同时延系统的控制问题得以解决。

四、稳态偏差及抗干扰性

消除稳态偏差是过程控制的一项基本要求。虽然目前已经提出了一些消除稳态偏差的方法^[4,5,8], 但大部分算法是在系统中引入一个积分器。由于在这些算法中极点不能任意配置, 引入积分器后, 往往导致闭环系统动态特性变坏, 甚至引起系统不稳定。结合上述极点配置方法, 本文给出一个更合理, 更实用的消除稳态偏差的方法。为了方便起见, 在下面推导中省略后移算子 z^{-1} 。

由方程 (1) 和方程 (11), 可得闭环系统方程

$$\begin{aligned} (A + BQ_n^{-1}Q_d)Y(t+k) &= BQ_n^{-1}Q_dRW(t+k) \\ &+ (BQ_n^{-1}Q_dE + C)\xi(t+k) + LV(t). \end{aligned} \quad (19)$$

对闭环系统方程求均值可得

$$\begin{aligned} [A(1) + B(1)Q_n^{-1}(1)Q_d(1)]E[Y(t+k)] &= B(1)Q_n^{-1}(1)Q_d(1)R(1)E[W(t+k)] \\ &+ L(1)E[V(t)]. \end{aligned} \quad (20)$$

首先考虑第一项, 并暂时假设第二项为零。要使稳态偏差为零, $R(z^{-1})$, $Q_n(z^{-1})$ 和 $Q_d(z^{-1})$ 必须满足

$$[A(1) + B(1)Q_n^{-1}(1)Q_d(1)]^{-1}B(1)Q_n^{-1}(1)Q_d(1)R(1)$$

$$= \tilde{B}(1)[Q_n(1)\tilde{A}(1) + Q_d(1)\tilde{B}(1)]^{-1}Q_d(1)R(1) = I. \quad (21)$$

当 $Q_n(1) = 0$, $R(1) = I$ 时, 方程 (21) 成立. 这就意味着在 $Q_n(z^{-1})$ 中包含一个积分器, 当系统进入稳态时, 就有

$$E[Y(t) - W(t)] = 0. \quad (22)$$

引入积分器并不象有些算法^{1,2,4}那样, 改变闭环极点分布, 从而引起动态特性变坏或不稳定, 取 $Q_n(z^{-1}) = (1 - z^{-1})Q_n^*(z^{-1})$, 则 (18) 式可写为

$$(1 - z^{-1})Q_n^*(z^{-1})\tilde{A}(z^{-1}) + Q_d(z^{-1})\tilde{B}(z^{-1}) = T(z^{-1}). \quad (23)$$

求解上 Diophantine 方程, 就可得到包含一个积分器, 并满足闭环特性要求的 $Q_n^*(z^{-1})$ 和 $Q_d(z^{-1})$.

工业过程最通常的特性是因素众多, 机理复杂, 即是使用辨识方法, 要对系统有一个完全的描述也是困难的. 我们只能建立某些“输入”和某些“输出”之间的数学模型. 在建模过程中, 对于那些可以测量到的, 对系统影响较小的且变化较慢的因素, 可以视为可测干扰. 下面讨论控制器的抗干扰性.

现在来考虑方程 (20) 中的第二项, 注意到:

$$\begin{aligned} & [A(1) + B(1)Q_n^{-1}(1)Q_d(1)]^{-1}L(1) \\ &= \tilde{B}(1)[Q_n(1)\tilde{A}(1) + Q_d(1)\tilde{B}(1)]^{-1}Q_n(1)B^{-1}(1)L(1) = 0, \end{aligned} \quad (24)$$

这就说明可测干扰 $V(t)$ 对系统输出的影响可以减小到零. 所以可以得出结论: 如果系统包含一个积分器, 则控制器能够消除稳态偏差并且具有抗可测干扰能力.

五、计算机仿真结果

例 1 考虑一个 B_0 阵为奇异的不同时延系统

$$Y(t) = A_1 Y(t-1) + A_2 Y(t-2) + B_0 U(t-1) + B_1 U(t-2) + \xi(t),$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1.4 & 0.2 \\ 0.1 & 0.9 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} -0.48 & -0.1 \\ 0.0 & -0.2 \end{bmatrix}, \quad B_0 = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 1.5 & 1.0 \\ 0.0 & 1.0 \end{bmatrix}, \quad E[\xi(t)\xi^T(t)] = \text{diag}[0.05, 0.05],$$

取

$$T(z^{-1}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.5 & 0 \\ 0 & -0.6 \end{bmatrix} z^{-1},$$

$$Q_n(z^{-1}) = (1 - z^{-1})Q_{n_0},$$

$$Q_d(z^{-1}) = Q_{d_0} + Q_{d_1}z^{-1} + Q_{d_2}z^{-2},$$

其中

$$Q_{n_0} = \begin{bmatrix} 0.384 & 0.0 \\ -0.040 & 1.0 \end{bmatrix}, \quad Q_{d_0} = \begin{bmatrix} 0.615 & -0.342 \\ 0.040 & 1.332 \end{bmatrix},$$

$$Q_{d_1} = \begin{bmatrix} -0.538 & 0.222 \\ -0.043 & -1.123 \end{bmatrix}, \quad Q_{d_2} = \begin{bmatrix} 0.123 & -0.013 \\ -0.025 & 0.201 \end{bmatrix},$$

取遗忘因子 $\beta = 0.99$, 参数初始值为零, 用平方根递推增广最小二乘法递推 400 次. 设定点为方波信号. 图 1 和图 2 所示出的是在设定点的作用下, 系统输出 $y_1(t)$, $y_2(t)$ 的跟踪和输入 $u_1(t)$, $u_2(t)$ 的调节情况.

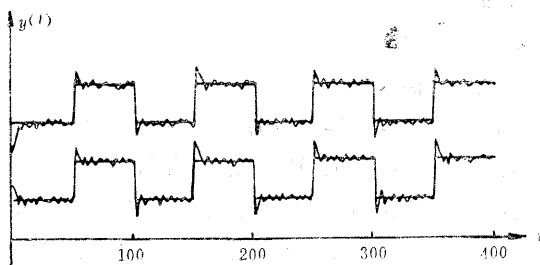


图 1 系统输出 $y_1(t)$ 、 $y_2(t)$ 和设定点 $w_1(t)$ 、 $w_2(t)$

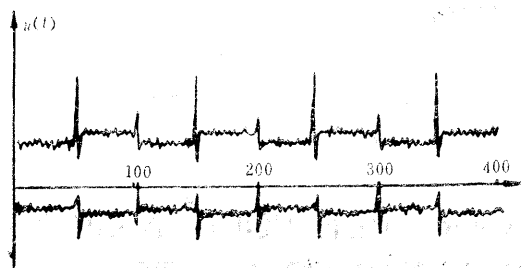


图 2 系统输入 $u_1(t)$ 、 $u_2(t)$

同时, 我们用 Prager 和 Wellstead 方法^[7]对例 1 进行了计算机仿真. 其结果是: 在 MCZ2/50 微机系统上, Prager 算法执行一遍需要 1.16 秒. 而本文提出的方法, 在同样微机系统上执行一遍仅需 0.65 秒.

六、结 论

本文针对多变量自校正控制中存在的问题, 提出多变量极点配置自校正控制算法. 该控制器在许多方面优于目前已经提出的多变量自校正控制器和调节器. 该算法即可在线极点配置, 又可离线极点配置, 且计算简单、灵活, 具有工程实用价值.

参 考 文 献

- [1] Clarke, D. W., Gawthrop, P. J., Self-tuning Controller, IEE, Proc-D, **122**, (1975), 929-934.
- [2] Borisson, U., Self-tuning Regulator for A Class of Multivari-

- able Systems, Automatica, **15**, (1980), 209-215.
- [3] Keviczky, L., Hetthessy, J., Self-tuning Minimum Variance Control of MIMO Discrete Time Systems, Automatic Control Theory Appl., **5**, (1977), 11-17.
- [4] Koivo, H. N., A Multivariable Self-tuning Controller, Automatica, **16**, (1980), 351-366.
- [5] Åström, K. J. and Wittenmark, B., On Self-tuning Regulation, Automatica, **9**, (1973), 185-199.
- [6] Keviczky, L., Hetthessy, J., Hilger, M. and Kolostor, J., Self-tuning Adaptive Control of Cement Raw Material Blending, Automatica, **14**, (1978), 525-532.
- [7] Prager, D. L., Wellstead, P. E., Multivariable Pole Assignment Self-tuning Regulator, IEE, Proc-D, **128**, (1980). 9-18.
- [8] Morris, A. J., Nazer, Y., Wood, R. K., Multivariable Self-tuning Process Control, Optimal Control Application and Methods, **3**, (1982), 363-387.
- [9] Mcdermott, P. E., Mellichamp, D. A., Pole Placement Self-tuning Control of Unstable Non-minimum Phase Systems, 1983 American Control Conference, 825-831.

MULTIVARIABLE POLE-ASSIGNMENT SELF-TUNING CONTROLLER

Zhu Zhixiang, Zheng Zhengmou
(Northwestern Polytechnical University, Xian)

Abstract

This paper discusses a new design method of multivariable self-tuning controller with given poles. It improves these algorithms that were proposed in literatures [1-3]. The algorithm proposed in this paper can be applied to non-minimum phase systems, open-loop unstable systems and the delayed systems with singular B_0 -Matrix. The remarkable results are that this algorithm can assign the closed-loop poles to prespecified locations by on-line or off-line approach. The previous strategies [2-4] are shown as special cases of this algorithm. Computer simulation results are given, illustrating the power of this self-tuning controller.