第4卷 第3期　　控制理论与应用　　Vol.4, No.3
1987年9月　　CONTROL THEORY AND APPLICATIONS　　Sept., 1987

非线性时变大系统的关联稳定性

张　毅
（徐州师范学院）

摘　要

本文是由两部分组成．第一部分是用参数变易法研究具有分解

$$\frac{dx_i}{dt}=A_i(t)x_i+g_i(t,\ x)\qquad (i=1,\ \cdots,\ r)\tag{1}$$

的复合系统零解的关联稳定性（其中$A_i(t)$、x_i、$g_i(t,\ x)$的意义见本文），得到系统(1)的零解是关联稳定的充分条件；第二部分是用 Lyapunov 函数的方法研究具有分解

$$\frac{dx_i}{dt}=f_i(t,\ x_i)+g_i(t,\ x)\qquad (i=1,\ \cdots,\ r)\tag{2}$$

的复合系统零解的关联稳定性，得到系统（2）的零解是关联稳定的充分条件．

引　言

众所周知，高维微分系统的稳定性的研究是一个重要而困难的问题，它吸引着许多数学工作者．对于高维系统的研究，文〔1〕首次提出了用系统分解的思想方法，提供了一个有效的研究工具．利用这种思想，文〔2〕又提出了用向量 Lyapunov 函数来研究具有分解的大系统，使得这方面的研究得以迅速发展．根据实际问题的需要，文〔3〕又提出了大系统在结构扰动下的稳定性问题，即关联稳定性问题，并利用 Lyapunov 函数方法对这个问题进行了初步的研究，给出了一些充分性条件．但对于具体给定的系统如何判定其关联稳定性，〔3〕的结果却是无能为力的．本文对几类非线性时变大系统，利用参数变易法及构造 Lyapunov 函数的方法，研究其零解的关联稳定性，给出了若干充分性判定准则．

（一）

本节给出几个本文所需要的概念和引理．

定义 1　称 $r\times r$ 阶矩阵 $\bar{E}=(\bar{e}_{ij})$ 为系统（2）的基本关联矩阵，其中

$$\bar{e}_{ij}=\begin{cases}1 & x_j\text{在}g_i(t,x)\text{中出现},\\ 0 & x_j\text{在}g_i(t,x)\text{中不出现}.\end{cases}$$

根据定义可知，$g_i(t,x)$可改写成 $g_i(t,\bar{e}_{i1}x_1,\cdots,\ \bar{e}_{ir}x_r)$．

本文于1985年11月22日收到．1986年7月16日收到修改稿．

定义 2　称 $r\times r$ 阶矩阵 $E=(e_{ij})$ 是由（2）的基本关联矩阵 $\bar{E}$ 生成的关联矩阵，如果 e_{ij} 只取 0 或 1，且 $e_{ij}\le\bar{e}_{ij}$，$i,j=1,2,\cdots,r$。并记为 $E\in\bar{E}$。

定义 3　称系统（2）的零解（我们总假设 $f_i(t,0)\equiv0,g_i(t,0)\equiv0,(i=1,\cdots,r)$）是关联稳定的，如果对任给的正数 $\varepsilon>0$，存在 $\delta>0$，使得当 $\|x_0\|<\delta$ 时，就有

$$\|x(t;t_0,x_0)\|<\varepsilon \qquad \forall t\ge t_0,$$

对一切 $E\in\bar{E}$ 成立。

定义4　称系统（2）的零解是渐近关联稳定的，如果（i）它是关联稳定的；（ii）存在 $\mu>0$，使得 $\|x_0\|<\mu$ 蕴含

$$\lim_{t\to\infty}x(t;t_0,x_0)=0,$$

对于所有 $E\in\bar{E}$ 成立。换句话说，就是对一切 $E\in\bar{E}$，（2）的零解都是渐近稳定的。

定义 5　称 $n\times n$ 阶矩阵 $A=(a_{ij})$ 为Metzler 矩阵，如果

$$a_{ij}\begin{cases}<\quad 0 & i=j\\ \ge\quad 0 & i\ne j\end{cases},$$

对一切 $i,j=1,\cdots n$ 成立。

引理1[3]　设 $A=(a_{ij})_{n\times n}$ 是 Metzler 矩阵，则 A 是稳定矩阵（即 A 的特征根均具有负实部）的充要条件是：存在 n 个正数 $\alpha_1,\cdots\alpha_n>0$，使得下面的条件中至少有一个成立

(i)　$$\sum_{i=1}^{n}\alpha_i a_{ij}<0 \qquad j=1\cdots,n;$$

(ii)　$$\sum_{j=1}^{n}\alpha_j a_{ij}<0 \qquad i=1,\cdots,n;$$

(iii)　A^TC+CA 是负定矩阵，其中 $C=\mathrm{diag}(\alpha_1,\cdots,\alpha_n)$。

引理 2[3]　设 $A=(a_{ij})_{n\times n}$ 与 $B=(b_{ij})_{n\times n}$ 都是 Metzler 矩阵，且有 $A\ge B$（即 $a_{ij}\ge b_{ij},i,j=1,\cdots,n$）。若 A 是稳定矩阵，则 B 也是稳定矩阵。

引理 3[2]　设 A 是Metzler 矩阵。若 $x(t;t_0,x_0)$ 及 $y(t;t_0,y_0)$ 分别是

$$\dot{x}\le Ax,\quad \dot{y}=Ay$$

的解，并且 $x_0=y_0$，则对一切 $t\ge t_0$，不等式

$$x(t;t_0,x_0)\le y(t;t_0,y_0)$$

成立。

引理 4[4]　设 $x,y\in R^n$，$a>0$，$b\ge0$，则有

$$-ax^Tx+bx^Ty\le-\frac{a}{2}x^Tx+\frac{b^2}{2a}y^Ty.$$

在本文中，对 $x=(x_1,\cdots,x_n)\in R^n,A(t)=(a_{ij}(t))_{m\times n}$ 定义其范数为

$$\|x\| = \max_{1\le i\le n}\{|x_i|\};\quad \|A(t)\| \triangleq \max_{1\le i\le n}\left\{\sum_{j=1}^{m}|a_{ij}(t)|\right\}.$$

（二）

本节研究具有如下分解

$$\frac{dx_i}{dt} = A_i(t)x_i + g_i(t;e_{i1}x_1,\cdots,e_{ir}x_r) \qquad (i=1,\cdots,r) \qquad (2、1)$$

的具有结构扰动的复合系统零解的关联稳定性。这里 $A_i(t)$ 是 $n_i\times n_i$ 阶连续函数矩阵，$g_i(t,x)=g_i(t;e_{i1}x_1,\cdots,e_{ir}x_r)$ 是 n_i 维列向量，且 $g_i(t,x)$ 是连续的，$g_i(t,0)\equiv 0$；$x_i=(x_1^{(i)},\cdots,x_{n_i}^{(i)})^T$，$(i=1,\cdots,r)$ $\sum_{i=1}^{r} n_i = n$；$E=(e_{ij})$ 是(2.1)的关联矩阵。本文总假设所讨论的系统的初值问题的解是存在唯一的。

定理1 若

(i) 存在 $\alpha_i>0$，使得

$$\begin{cases}\dfrac{\partial Y_i(t,s)}{\partial t} = A_i(t)Y_i(t,s)\\ Y_i(s,s)=I\end{cases} \qquad （这里 I 是单位矩阵）$$

的解矩阵 $Y_i(t,s)$ 满足

$$\|Y_i(t,s)\| \le e^{-\alpha_i(t-s)} \qquad (i=1,\cdots,r).$$

(ii) 存在非负数 $\xi_{ij}\ge 0$，$i,j=1,\cdots,r$，使得

$$\|g_i(t,e_{i1}x_1,\cdots,e_{ir}x_r)\| \le \sum_{j=1}^{r} e_{ij}\xi_{ij}\|x_j\|,$$

且 $$-\alpha_i+\xi_{ii}\bar{e}_{ii}<0.$$

(iii) 存在正数 $\beta_i>0$，$(i=1,\cdots,r)$ 使得

$$\beta_i(-\alpha_i+\bar{e}_{ii}\xi_{ii}) + \sum_{\substack{j=1\\ j\ne i}}^{r}\beta_j\bar{e}_{ij}\xi_{ij}<0 \qquad (i=1,\cdots,r).$$

则（2.1）的零解是渐近关联稳定的。

证 由参数变易法知，（2.1）的解为

$$x_i(t,t_0,x_0) = Y_i(t,t_0)\,x_i^0 + \int_{t_0}^{t} Y_i(t,s)g_i(s,e_{i1}x_1,\cdots,e_{ir}x_r)ds \quad (i=1,\cdots,r).$$

于是

$$\|x_i(t;t_0,x_0)\| \le \|Y_i(t,t_0)\|\,\|x_i^0\| + \int_{t_0}^{t}\|Y_i(t,s)\|\,\|g_i(s,e_{i1}x_1,\cdots,e_{ir}x_r)\|ds$$

$$\leq e^{-\alpha_i(t-t_0)}\|x_i^0\|+\int_{t_0}^{t}e^{-\alpha_i(t-s)}\left(\sum_{j=1}^{r}e_{ij}\xi_{ij}\|x_j\|\right)ds.$$

令

$$P_i=e^{-\alpha_i(t-t_0)}\|x_i^0\|+\int_{t_0}^{t}e^{-\alpha_i(t-s)}\left(\sum_{j=1}^{r}e_{ij}\xi_{ij}\|x_j\|\right)ds.$$

于是有

$$P_i(t)\geq\|x_i(t)\|\qquad(i=1,\cdots,r)\tag{2.2}$$

对 $P_i(t)$ 求导数，则得

$$\dot{P}_i(t)=-\alpha_iP_i+\sum_{j=1}^{r}e_{ij}\xi_{ij}\|x_j\|$$

$$\leq(-\alpha_i+e_{ii}\xi_{ii})P_i+\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{r}e_{ij}\xi_{ij}P_j(t)\qquad(i=1,\cdots,r).$$

记

$$D_E=\begin{pmatrix}-\alpha_1+e_{11}\xi_{11} & e_{12}\xi_{12} & \cdots & e_{1r}\xi_{1r}\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ e_{r1}\xi_{r1} & e_{r2}\xi_{r2} & & -\alpha_r+e_{rr}\xi_{rr}\end{pmatrix},$$

$$D_{\bar{E}}=\begin{pmatrix}-\alpha_1+\bar{e}_{11}\xi_{11} & \bar{e}_{12}\xi_{12} & \cdots & \bar{e}_{1r}\xi_{1r}\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ \bar{e}_{r1}\xi_{r1} & \bar{e}_{r2}\xi_{r2} & \cdots & -\alpha_r+\bar{e}_{rr}\xi_{rr}\end{pmatrix},$$

$$P=(P_1,\cdots,P_r)^T;\quad P^*=(P_1^*,\cdots,P_r^*)^T,$$

则有

$$\dot{P}(t)\leq D_EP.$$

根据条件(iii)及引理 1 易知，矩阵 $D_{\bar{E}}$是稳定的Metzler 矩阵．又显然 D_E 也是Metzler 矩阵，且有$D_E\leq D_{\bar{E}}$，由引理 2 知，对任意 $E\in\bar{E}$，D_E是稳定矩阵，所以辅助系统

$$\dot{P}^*=D_EP^*$$

的零解是渐近稳定的．再由引理 3 及 (2.2) 可得

$$\lim_{t\to\infty}\|x_i\|\overset{(2.2)}{\leq}\lim_{t\to\infty}P_i(t)\overset{\text{引理3}}{\leq}\lim_{t\to\infty}P_i^*(t)=0.$$

所以有

$$\lim_{t\to\infty}\|x_i\|=0\qquad(i=1,\cdots,r).\tag{2.3}$$

根据前面的讨论可知，(2.3) 对$\forall E\in\bar{E}$ 都成立．由定义知，(2.1) 的零解是渐近关联稳定的，证毕．

由定理 1 的证明可以看出，若用$|E|=(|e_{ij}(t,x)|)\leq\bar{E}$代替$E=(e_{ij})\in\bar{E}$，定理仍然成立。

（三）

本节讨论具有如下分解

$$\frac{dx_i}{dt}=f_i(t,x_i)+g_i(t,e_{i1}x_1,\cdots,e_{ir}x_r)\qquad(i=1,\cdots,r)\tag{3.1}$$

的具有结构扰动的复合系统零解的稳定性。这里$f_i\in C^1(R\times R^{n_i},R^{n_i})$，$g_i\in C(R\times R^n,R^{n_i})$，$x_i\in R^{n_i}$，$i=1,\cdots,r$，$\sum_{i=1}^r n_i=n$，$f_i(t,0)\equiv g_i(t,0)\equiv 0$，$(i=1,\cdots,r)$，$E=(e_{ij})$是关联矩阵。以下把$f_i(t,x_i)$的雅可比矩阵记为$f_ix_i$。

定理 2 若

(i) $\lambda(f_i^Tx_i+f_ix_i)<-2\mu_i<0\qquad(i=1,\cdots,r)$，

(ii) $\|g_i(t,e_{i1}x_1,\cdots,e_{ir}x_r)\|\leq\sum_{j=1}^r e_{ij}\xi_{ij}\|x_j\|$ $\xi_{ij}\geq 0$是常数，$(i,j=1,\cdots,r)$，且

$-2\mu_i+2\bar{e}_{ii}\xi_{ii}<0$，

(iii) 存在r个正数$\beta_1,\cdots,\beta_r>0$，使得

$$-2\beta_i\mu_i+2\sum_{j=1}^r\beta_j\bar{e}_{ij}\xi_{ij}<0\qquad(i=1,\cdots,r),$$

则系统（3.1）的零解是渐近关联稳定的。

证 首先考虑孤立子系统

$$\frac{dx_i}{dt}=f_i(t,x_i),\tag{3.2}$$

对系统（3.2）作 Lyapunov 函数

$$V_i=x_i^Tx_i,$$

则由文〔5〕知$\left.\frac{dV_i}{dt}\right|_{(3.2)}=x_i^T\,f_i(t,x_i)+f_i^T\,(t,x_i)x_i\leq-2\mu_iV_i$。

又

$$\left.\frac{dV_i}{dt}\right|_{(3.1)}=\left.\frac{dV_i}{dt}\right|_{(3.2)}+2x_i^T\,g_i(t,e_{i1}x_1,\cdots,e_{ir}x_r)$$

$$\leq-2\mu_iV_i+2\|x_i\|\sum_{j=1}^r e_{ij}\xi_{ij}\|x_j\|$$

$$\leq -2\mu_i V_i + 2V_i^{\frac{1}{2}} \sum_{j=1}^{r} e_{ij}\xi_{ij} V_j^{\frac{1}{2}}.$$

记
$$D_E = \begin{pmatrix} -2\mu_1 + 2e_{11}\xi_{11} & 2e_{12}\xi_{12} & \cdots & 2e_{1r}\xi_{1r} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 2e_{r1}\xi_{r1} & 2e_{r2}\xi_{r2} & \cdots & -2\mu_r + 2e_{rr}\xi_{rr} \end{pmatrix},$$

则有
$$\overline{V} \triangleq (V_1, \cdots, V_r)^T,\ \widetilde{V} \triangleq (V_1^{\frac{1}{2}}, \cdots, V_r^{\frac{1}{2}})^T,$$

$$\dot{\overline{V}} \leq \operatorname{diag}(V_1^{\frac{1}{2}}, \cdots, V_r^{\frac{1}{2}})\, D_E \widetilde{V}.$$

此不等式对所有 $E \in \overline{E}$ 均成立。由条件 (iii) 及引理 1、引理 2 可知，对一切 $E \in \overline{E}$，D_E 都是稳定的 Metzler 矩阵。因此，存在 r 个正数 $C_1, \cdots, C_r > 0$，使得 $D_{\overline{E}}^T C + CD_{\overline{E}}$ 是负定矩阵，这里 $C = \operatorname{diag}(C_1, \cdots, C_r)$。现取

$$V = \sum_{i=1}^{r} C_i V_i = (C_1, \cdots C_r)\, \overline{V}$$

为系统 (3.1) 的 Lyapunov 函数，则

$$\left.\frac{d}{dt} V\right|_{(3.1)} = (C_1, \cdots, C_r)\, \dot{\overline{V}}$$

$$\leq (C_1, \cdots, C_r) \operatorname{diag}(V_1^{\frac{1}{2}}, \cdots, V_r^{\frac{1}{2}}) D_E \widetilde{V}$$

$$= \frac{1}{2} \widetilde{V}^T [CD_E + D_E^T C]\ \widetilde{V}.$$

因为 $D_{\overline{E}}^T C + CD_{\overline{E}}$ 是负定矩阵，而 $D_E^T C + CD_E \leq D_{\overline{E}}^T C + CD_{\overline{E}}$，所以 $D_E^T C + CD_E$ 是负定矩阵，因此 $\left.\frac{dV}{dt}\right|_{(3.1)}$ 是负定的。所以，对一切 $E \in \overline{E}$，(3.1) 的平衡态都是渐近稳定的。即 (3.1) 的零解是渐近关联稳定的。

若 $g_i(t, e_{i1}x_1, \cdots, e_{ir}x_r) = \sum_{j=1}^{r} e_{ij} A_{ij}(t) x_j$，其中 $A_{ij}(t)$ 是 $n_i \times n_j$ 阶连续函数矩阵，则我们还可得到如下结论：

定理 3　若

(i)　$\lambda(f_i x_i + f_i x_i^T) < -2\mu_i < 0$,

(ii)　$\|A_{ij}(t)\| \leq A_{ij}$ 且 $-\mu_i + A_{ii}\overline{e}_{ii} < 0 \quad (i, j = 1, \cdots, r)$,

(iii)　存在 r 个正数 $\beta_1, \cdots, \beta_r$，使得

$$\beta_i(-\mu_i+2A_{ii}\bar{e}_{ii})+r\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{r}\beta_j\left(\frac{\bar{e}_{ij}}{\mu_i}A_{ij}^2\right)<0,$$

则系统（3.1）的平衡态 $x\equiv 0$ 是渐近关联稳定的。

证　取 $V_i=x_i^Tx_i$，则有

$$\left.\frac{dV_i}{dt}\right|_{(3.1)}\leq -2\mu_i x_i^T x_i+2x_i^T\sum_{j=1}^{r}e_{ij}A_{ij}(t)x_j$$

$$\overset{\text{引理4}}{\leq} 2\left(-\frac{\mu_i}{r}+e_{ii}A_{ii}\right)x_i^T x_i+2\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{r}\left[-\frac{\mu_i}{2r}x_i^T x_i+\frac{re_{ij}}{2\mu_i}x_j^T A_{ij}^T(t)A_{ij}(t)x_j\right]$$

$$\leq(-\mu_i+2e_{ii}A_{ii})V_i+r\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{r}\frac{e_{ij}}{\mu_i}A_{ij}^2V_j$$

记

$$D_E=\begin{pmatrix}-\mu_1+2e_{11}A_{11} & \frac{r}{\mu_1}e_{12}A_{12}^2 & \cdots & \frac{r}{\mu_1}e_{1r}A_{1r}^2\\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots\\ \frac{r}{\mu_r}e_{r1}A_{r1}^2 & \frac{r}{\mu_r}e_{r2}A_{r2}^2 & \cdots & -\mu_r+2e_{rr}A_{rr}\end{pmatrix},$$

用类似定理1的证明，可得出对所有 $E\in\bar{E}$，都有（3.1）的零解是渐近稳定的结论。这就证明了定理的结论。

（四）

本节我们考虑一个具体的系统来说明定理的应用。

例　考虑系统

$$\dot{x}_1=\begin{pmatrix}-2x_1^{(1)}+(a^2(t)+1)^{-1}x_2^{(1)}\\ \frac{1}{2}\sin[(1+b^2(t))^{-1}x_1^{(1)}]-x_2^{(1)}\end{pmatrix}+e_{11}\begin{pmatrix}\frac{1}{8}\sin t & \frac{1}{4+t^2}\\ \frac{1}{10} & 0\end{pmatrix}x_1$$

$$+e_{12}\begin{pmatrix}e^{-t^2} & \sin t\\ 1 & \cos t\end{pmatrix}x_2, \qquad (4.1)$$

$$\dot{x}_2=\begin{pmatrix}-x_1^{(2)}\\-x_2^{(2)}\end{pmatrix}+e_{21}\begin{pmatrix}\frac{1}{100+t^2} & 10^{-3}\sin t\\0 & 0\end{pmatrix}x_1+e_{22}\begin{pmatrix}e^{-2t^2}/4 & 0\\0 & -\frac{1}{8+\sin t}\end{pmatrix}x_2$$

按定理 3 的记号，这里是 $x_1=(x_1^{(1)},\ x_2^{(1)})^T$, $x_2=(x_1^{(2)},\ x_2^{(2)})^T$,

$$f_1(t,x_1)=\begin{pmatrix}-2x_1^{(1)}+(a^2(t)+1)^{-1}x_2^{(1)}\\ \frac{1}{2}\sin[(1+b^2(t))x_1^{(1)}]-x_2^{(1)}\end{pmatrix},\quad f_2(t,x_2)=-x_2,$$

$$a(t)\in C(R),b(t)\in C(R),$$

$$g_1(t,e_{11}x_1,e_{12}x_2)=e_{11}\begin{pmatrix}\frac{1}{8}\sin t & \frac{1}{4+t^2}\\ \frac{1}{10} & 0\end{pmatrix}x_1+e_{12}\begin{pmatrix}e^{-t^2} & \sin t\\1 & \cos t\end{pmatrix}x_2,$$

$$g_2(t,e_{21}x_1,e_{22}x_2)=e_{21}\begin{pmatrix}\frac{1}{100+t^2} & 10^{-3}\sin t\\0 & 0\end{pmatrix}x_1+e_{22}\begin{pmatrix}\frac{e^{-2t^2}}{4} & 0\\0 & -\frac{1}{8+\sin t}\end{pmatrix}x_2$$

易知，$\lambda(f_{1x_1}+f_{1x_1}^T)\le-1=-2\cdot\frac{1}{2}$；$\lambda(f_{2x_2}+f_{2x_2}^T)\le-2$，即 $\mu_1=\frac{1}{2}$，$\mu_2=1$.

$$\|g_1(t,e_{11}x_1,e_{12}x_2)\|\le\sum_{j=1}^{2}e_{1j}\xi_{1j}\|x_j\|=e_{11}\cdot\frac{1}{4}\|x_1\|+e_{12}\cdot\|x_2\|,$$

$$\|g_2(t,e_{11}x_1,e_{12}x_2)\|\le\sum_{j=1}^{2}e_{2j}\xi_{2j}\|x_j\|=e_{21}\cdot\frac{1}{100}\|x_1\|+e_{22}\cdot\frac{1}{4}\|x_2\|,$$

即　$\xi_{11}=\frac{1}{4}$，$\xi_{12}=1$，$\xi_{21}=\frac{1}{100}$，　$\xi_{22}=\frac{1}{4}$. 现取 $\overline{E}=\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}$,

取$\beta_1=5$，$\beta_2=1$，则

$$-\beta_1\mu_1+\sum_{j=1}^{2}\beta_j\xi_{1j}=-\frac{5}{2}+\frac{5}{4}+1=-\frac{1}{4}<0,$$

$$-\beta_2\mu_2+\sum_{j=1}^{2}\beta_j\xi_{2j}=-1+\frac{1}{20}+\frac{1}{4}<0,$$

所以定理3的条件均满足，故系统（4．1）的平衡态 $x=0$ 是渐近关联稳定的。

致谢 本文是在王联、王慕秋老师指导下完成的，深致谢意。

参 考 文 献

〔1〕 王慕秋，稳定性理论中方程组的分解问题，科学记录，**4**，1，（1960），1—5。

〔2〕 Bailey, F. N., The Application of Lyapunov's Second Method to Interconnected Systems, J. SIAM, Control, Ser, A., **3**, 3, (1966), 443—462.

〔3〕 Šiljak, D. D., Large-scale Dynamical Systems Stability and Structure, NORTH-HOLLAND, New York, (1978).

〔4〕 唐贤瑛、刘会成，矩阵及向量运算在大系统的稳定性分解中的应用，湖南数学年刊，**6**，1，（1986），92—98。

THE CONNECTIVELY STABILITY OF THE NONLINEAR TIME—VARYING LARGE—SCALE SYSTEMS

Zhang Yi
(Xuzhou Teacher College)

Abstract

This paper consists of two parts. In the first part, by the method of variation of parameters, we study the connectively stability of the following nonlinear Large-scale systems

$$\frac{dx_i}{dt}=A_i(t)x_i+g_i(t,e_{i1}x_1,\cdots,e_{ir}x_r)\qquad(i=1,\cdots,r)\qquad(2.1)$$

In the second part, using the method of constructing lyapunov's functions, We consider the connective stability of following nonlinear time-varying large-scale systems

$$\frac{dx_i}{dt}=f_i(t,x_i)+g_i(t,e_{i1}x_1,\cdots,e\ ,x_r)\qquad(i=1,\cdots,r)\qquad(3.1)$$

Some sufficient conditions of asymptotical connective stability of null solution of systems (2, 1) and (3, 1) are obtained.