3期
1987年9月
控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS
Vol. 4, No. 3
Sept., 1987

强抗扰恒值系统的频域CAD研究

慕春棣　高　龙　陈德刚

（清华大学，北京）

摘　要

本文讨论标量恒值控制系统的动静态抗扰性问题的频域计算机辅助设计方法。该方法可以给出有关系统动态特性的一些经典频域指标，找出最优和具有充裕稳定裕量的次最优状态反馈增益阵；较之采用 LQ 最优控制逆问题的代数方法更直观。可为工程技术人员提供方便的设计工具。

一、前　言

对于恒值系统总是希望尽可能地不受外扰的影响。我们把在突加常值外扰下动态静态误差均较小的能力称作“强抗扰性”。W. M. Wonham 提出的扰动解耦问题(D. D. P.)[1]，虽具有动静态完全无差，但一般工业调节器难于满足它的条件。按鲁棒调节器的原理设计恒值系统，由于控制系统实际上存在的各种物理约束，动态误差的降低也必然要受到限制。为要在此基础上再前进一步，就应考虑系统结构方面的改造。本文在文献[3]的基础上提出了“瞬态补偿器”这一新的控制器。把它和鲁棒调节器中的伺服补偿器和镇定补偿器相结合，构成“增广型鲁棒调节器”。这种控制器保持了鲁棒调节器的输出调节，且具有强抗扰性。本文着重讨论了基于频域判优准则设计增广型鲁棒调节器的状态反馈增益阵的 CAD 方法。CAD 程序可以给出系统的经典频域指标，便于在工程设计中使用。

二、强抗扰控制的基本原理

考察图1所示单输入恒值系统。设 $Y_r(s)$ 为常值参考输入，$Z(s)$ 为一类由多项式描述的不可测标量外扰，$Y(s)$为输出量。由反馈控制的基本规律知，在闭环稳定的条件下，充分加强（增大频宽和增益）反馈$K(s)$和调节器$G_1(s)$就可以提高$Y(s)$的守恒能力，从而增强系统的动态及静态抗扰力。但由于实际的物理约束，$K(s)$和$G_1(s)$不可能任意

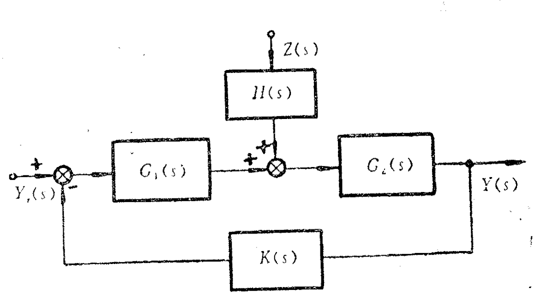

图 1　恒值系统

加强，也就是说，系统的抗扰能力受到控制器结构的限制。我们下面所提出的瞬态补偿

本文于1985年1月21日收到，1986年5月28日收到修改稿。

器就是为改变控制器结构而提出的。

我们以SCR直接供电的直流调速系统为例，设计了一个简单而又有效的强抗扰控制器，如图2所示。它由两个隔直网络和线性全状态反馈组成。其中的两个隔直网络一个接在扰动M_f作用点之右的输出y_{r_1}上，按负反馈连接，和由该点引出的状态比例反馈k_{r_1}一起，起到增强$K(s)$的作用。另一个接在扰动作用点之左的中间状态y_{l_1}上，按正反馈方向连接，来削弱由该点引出的状态比例反馈k_{l_1}的作用以达增强$G_1(s)$的目的。隔直网络的作用是使过渡过程中的交变信号畅通，隔掉直流信号，加快系统的瞬态响应，故称之为瞬态补偿器。此时原有的状态反馈系数分别取为各自物理约束的上(下)限，瞬态补偿器的状态反馈系数尽量接近它们的噪声上限。为使系统具有输出调节的性质，再增加一个伺服补偿器，对阶跃型外扰就是简单的积分器。我们称这种具有强抗扰性质的控制器为增广型鲁棒调节器。

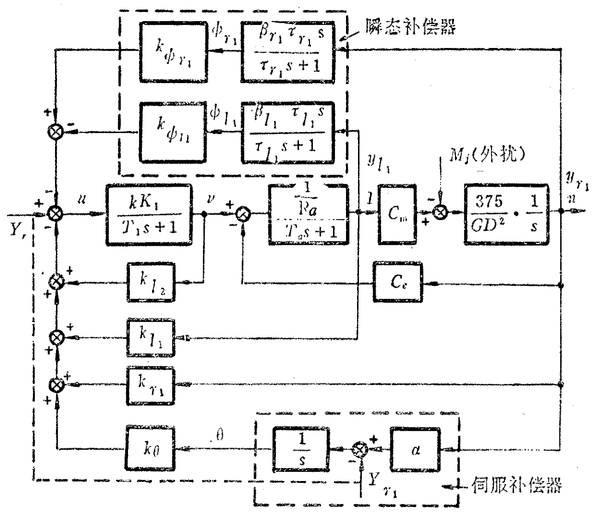

图 2 强抗扰直流调速系统

对于图2所示系统，我们列出它的状态方程的一般形式如下：

对象的状态方程为

$$\dot{x}(t)=Ax(t)+bu(t)+hz(t),$$

调节输出方程为

$$y(t)=Cx(t)=C_{r_k}x(t),$$

量测输出方程为

$$y_m(t)=[y_{r_k}(t),\cdots y_{r_2}(t),y_{r_1}(t),y_{l_1}(t)\cdots y_{l_g}(t)]^T$$

$$=[C_{r_k}^T,\cdots C_{r_1}^T,C_{l_1}^T\cdots C_{l_g}^T]x(t),$$

其中 $k+g=n$。

瞬态补偿器的状态方程为

$$\begin{bmatrix}\dot{\phi}_{r_1}(t)\\ \dot{\phi}_{l_1}(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\frac{1}{\tau_{r_1}} & 0\\ 0 & -\frac{1}{\tau_{l_1}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\phi_{r_1}(t)\\ \phi_{l_1}(t)\end{bmatrix}$$

$$+\begin{bmatrix}\beta_{r_1}C_{r_1}A\\ \beta_{l_1}C_{l_1}A\end{bmatrix}x(t)+\begin{bmatrix}\beta_{r_1}C_{r_1}b\\ \beta_{l_1}C_{l_1}b\end{bmatrix}u(t)+\begin{bmatrix}\beta_{r_1}C_{r_1}h\\ \beta_{l_1}C_{l_1}h\end{bmatrix}z(t).$$

对于一般多项式形式的外扰函数$z(t)$，伺服补偿器可由文献〔2〕构造：

$$\dot{\xi}(t)=E\xi(t)+\gamma[\alpha y_{r_k}(t)-y_r]=E\xi(t)+\gamma[\alpha C_{r_k}x(t)-y_r].$$

增广型受控对象（$\overline{A}$，$\overline{b}$，$\overline{c}$）的方程为

$$\begin{bmatrix}\dot{x}(t)\\ \dot{\phi}_{r_1}(t)\\ \dot{\phi}_{l_1}(t)\\ \dot{\xi}(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A & 0 & 0 & 0\\ \beta_{r_1}C_{r_1}A & -\dfrac{1}{\tau_{r_1}} & 0 & 0\\ \beta_{l_1}C_{l_1}A & 0 & -\dfrac{1}{\tau_{l_1}} & 0\\ \gamma\alpha C_{r_k} & 0 & 0 & E\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}x(t)\\ \phi_{r_1}(t)\\ \phi_{l_1}(t)\\ \xi(t)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}b\\ \beta_{r_1}C_{r_1}b\\ \beta_{l_1}C_{l_1}b\\ 0\end{bmatrix}u(t)+\begin{bmatrix}h\\ \beta_{r_1}C_{r_1}h\\ \beta_{l_1}C_{l_1}h\\ 0\end{bmatrix}z(t).$$

$$Y(t)=Cx(t)=C_{r_k}x(t)=Y_{r_k}(t).$$

可以证明[5]增广受控对象能控且能观的充分必要条件为下列各项同时成立：

1°　（A,b）能控；

2°　（C,A）能观测；

3°　$\tau_{r_1}\neq\tau_{l_1}$；

4°　$\operatorname{rank}\begin{bmatrix}A-\lambda I & b\\ C_{r_1} & 0\end{bmatrix}=n+1,\quad\forall\lambda\in\left\{\dfrac{-1}{\tau_{r_1}}\right\}$；

5°　$\operatorname{rank}\begin{bmatrix}A-\lambda I & b\\ C_{l_1} & 0\end{bmatrix}=n+1,\quad\forall\lambda\in\left\{\dfrac{-1}{\tau_{l_1}}\right\}$；

$$6° \quad \text{rank}\begin{bmatrix} A-\lambda I & b \\ C_{r_k} & 0 \end{bmatrix}=n+1,\ \forall\lambda\in\sigma(E).$$

三、LQ逆问题的频域CAD方法

如果增广受控对象满足能控能观的条件，那么就存在状态反馈增益阵

$$\overline{K}=[K^T, k_{\phi_{r_1}}, k_{\phi_{l_1}}, k_{\xi}^T]^T,$$

其中 $K^T=(k_{r_k},\ k_{r_{k-1}},\ \cdots k_{r_1},\ k_{l_1}\cdots k_{l_g})$ 为对象的状态反馈阵；k_{ξ}^T为伺服补偿器的状态反馈阵；$k_{\phi_{r_1}}$, $k_{\phi_{l_1}}$ 为瞬态补偿器的状态反馈阵，来满足任意的闭环极点配置的要求。上述反馈系数如何选择来保证最优解$\overline{K}^*$的存在呢？本文采用的是基于频域理论的CAD方法。此方法的理论依据已由R. E. Kalman[4]指出：$\overline{K}$为线性最优反馈控制律的充分必要条件为

1° 闭环系统的特征多项式 $\varphi_k(s)$稳定，

2° $\phi(\omega^2)\triangleq|\varphi_k(j\omega)|^2-|\varphi(j\omega)|^2=\varphi_k(j\omega)\cdot\varphi_k(-j\omega)-\varphi(j\omega)\varphi(-j\omega)$

为非负多项式。其中 $\varphi(s)$为系统开环多项式。要判断上述条件是否满足可采用代数方法，我们这里采用的是Kalman提出的频域条件，即看系统的开环Nyquist轨线是否进入以－1为圆心的单位圆。不进，则表示该状态反馈为最优的，相位裕量大于60°。进入，则不是最优的，但相位裕量仍可以满足要求，系统仍然可能具有较好的动态特性，我们称这组参数为次最优反馈增益阵。

频域设计方法的关键在于求出系统中任一输出—输入之间的开环传递函数，求出它们的幅频特性和相频特性，找出剪切频率 ω_c 和相位裕量 γ 等，并将Bode图和Nyquist图以及Nyquist图与以（－1, $j0$）点为圆心的单位圆的相对位置画出来。这些功能均

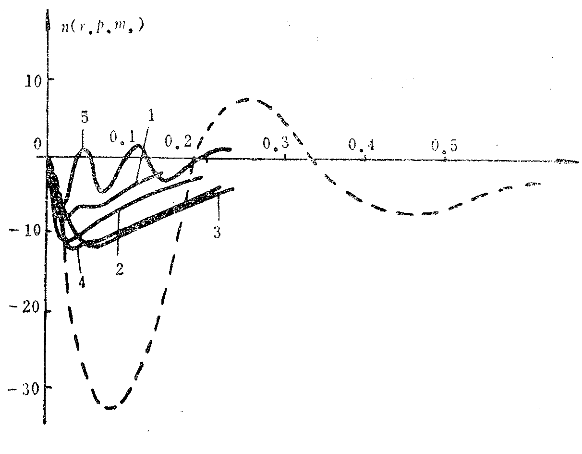

图 3 五种方案的仿真波形

由程序实现。

对于图 2 所示系统，表 1 列出了五种设计方案的结果。其中特别需要说明的是瞬态补偿器的两个时间常数 τ_{r_1}，τ_{l_1} 的选择要比系统的过渡过程时间充分大，这里选 $\tau_{r_1}=0.2$ 秒，$\tau_{l_1}=1$ 秒。t_s 定义为进入额定转速 0.005 的时间。五种方案的仿真波形见图 3。其中虚线表示不加瞬态补偿器，且 $\overline{K}=[0.01,0.098,0.002,0,0,44.8]$ 时的仿真波形。上述诸方案均为物理实验所证实。

表 1

参数 / 方案	k_{r_1}	k_{l_1}	k_{l_2}	$k_{\psi r_1}\ \beta_{r_1}$	$k_{\psi l_1}\ \beta_{l_1}$	k_θ	ω_c	γ (度)	$\frac{\Delta n}{n_{ed}}$%	t_a
1	0.01	0.32	0.002	0.066	−0.2	150	242.2	51.8	0.63	0.07
2	0.01	0.32	0.002	0.044	−0.2	150	248.8	59.0	0.79	0.09
3	0.01	0.32	0.002	0.04	−0.2	100	251.3	60.3	0.85	0.15
4	0.01	0.32	0.002	0.035	−0.24	80	205.0	63.8	0.8	0.15
5	0.01	0.32	0.002	0.04	−0.3	100	116.7	7.6	0.65（振荡）	0.08

四、结　束　语

按本文提出的强抗扰原则，采用线性最优反馈控制律的频域条件作为判据的 CAD 方法，把经典控制理论与现代控制理论相结合，其抗扰性明显优于常规设计的结果并保证系统具有良好的鲁棒性。

参 考 文 献

〔1〕 Wonham, W. M., Linear Multivariable Control－A Geometric Approach, Springer－Verlag, (1974), 90—91.

〔2〕 Davison, E. J., A. Goldenberg, Robust Control of a General Servomechanism Problem: The Servo Compensator, Automatica, **11**, 5, (1975), 461—471.

〔3〕 高　龙、熊光楞、梁德全，直流调速系统的 LQSF 设计，控制理论与应用，**1**，2，(1984)，22—35.

〔4〕 Kalman, R. E., When Is a Linear Control System Optimal? Trans. ASME, Ser. D. J. Basic Eng., **86**, (1964), 51—61.

〔5〕 高　龙、王幼毅，强抗扰恒值系统的逆 LQ 设计，自动化学报，**12**，2，(1986)，120—127.

COMPUTER-AIDED DESIGN FOR FREQUENCE-DOMAIN OF STRONG DISTURBANCE RESISTIBILITY CONTROL SYSTEM

Mu Chundi, Gao Long, Chen Degang
(Tsinghua University, Beijing)

Abstract

The purpose of this paper is to discuss a CAD method for dynamic and steady-state disturbance rejection of scalar regulating systems. The present method can help to obtain some classical frequence specifications and find the optimal as well as sub-optimal feedback gain matrix with high stability margin. It is a convenient engineering tool which is intuitively understandable compared with the inverse method of LQ optimal control.