

多变量极点配置自校正动态解耦控制器

钟慕良 苏春翌

(华南工学院自动化系, 广州)

摘 要

本文针对一类多变量系统提出了一种新的极点配置自校正动态解耦控制器。它能够准确地跟踪恒值参考输入。仿真和对温度的实时控制均给出了令人满意的结果。

一、引 言

解耦在多变量系统的控制中占有很重要的地位。但现有的解耦方法均需要精确的数字模型, 尤其是动态解耦, 则更是如此, 这在实际中是不现实的。因为实际多变量系统很复杂, 并且受很多随机因素的影响, 因此多变量控制系统的精确数字模型很难获得, 这样就无法达到所要求的控制效果。由于多变量自校正控制不需要精确的数字模型, 并且易于在微型计算机上实现, 因此用自校正的方法来实现多变量系统的解耦是有意义的。本文提出了一种在多变量极点配置基础上实现系统动态解耦的自校正控制方法, 它是把每个输入输出子系统当中的其它关联输入当作可测干扰, 用前馈的方法加以抵消, 从而实现系统的动态解耦。

二、动态解耦控制器的设计

设系统可由下述差分方程描述:

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t) + C(q^{-1})e(t), \quad (2.1)$$

其中, $y(t)$ 和 $u(t)$ 为 m 维输出、输入向量, $e(t)$ 表示 m 维新息序列, 序列 $\{e(t)\}$ 满足

$$E\{e(t) | F_{t-1}\} = 0, \quad E\{e(t)e(t)^T\} = R. \quad (2.2)$$

这里 F_t 是由 $y(t)$, $y(t-1), \dots, u(t)$, $u(t-1) \dots$ 生成的 σ -代数。 $A(q^{-1})$ 、 $B(q^{-1})$ 和 $C(q^{-1})$ 是后移算子 q^{-1} 的多项式矩阵, 其形式为 $x(q^{-1}) = x_0 + \dots + x_{n_x} q^{-n_x}$ 。这里要求 $C(0) = I_m$, $A(0) = I_m$, 并且 $\det C(q^{-1})$ 的零点在单位圆内。

设 $T(q)$ 为系统的关联阵, 即

$$\lim_{q \rightarrow \infty} T(q) A(q^{-1})^{-1} B(q^{-1}) = K, \quad (2.3)$$

*此项研究系中国科学院科学基金委员会资助项目。

本文于1987年1月6日收到。1987年10月6日收到修改稿。

其中, $K < \infty$, 并且非奇异. 关于系统的关联矩阵的存在性和结构形式见[1].

不失一般性, 设 $A(q^{-1})$ 和 $C(q^{-1})$ 为对角多项式矩阵^[2]. 将系统方程(2.1)写为

$$A(q^{-1})y(t) = \overline{B}(q^{-1})u(t) + \overline{\overline{B}}(q^{-1})u(t) + C(q^{-1})e(t), \quad (2.4)$$

式中, $\overline{B}(q^{-1}) = \text{diag}(B_{ii}(q^{-1}))$,

$$\overline{\overline{B}}(q^{-1}) = (B_{ij}(q^{-1})), \quad i, j = 1, \dots, m, \quad B_{ii}(q^{-1}) = 0.$$

其中, $B_{ij}(q^{-1}) = \sum_{l=0}^{n_{b_{ij}}} q^{-K_{ij}} b_{ijl} q^{-l}$, 这里 K_{ij} 和 $n_{b_{ij}}$ 分别为第 j 个输入与第 i 个输出子系统中 B_{ij} 的时滞和阶数.

$$\overline{B}(q^{-1}) + \overline{\overline{B}}(q^{-1}) = B(q^{-1}).$$

设 $K_{ii} < K_{ij} (j = 1, \dots, m)$, 由关联矩阵的构造和唯一性可知,

$$T(q)^{-1} = \text{diag}(q^{-K_{11}} \dots q^{-K_{mm}}). \quad (2.5)$$

引入控制规律:

$$L(q^{-1})u(t) = -P(q^{-1})y(t) + P(q^{-1})y^* + D(q^{-1})u(t), \quad (2.6)$$

其中 y^* 为 m 维恒值参考输入向量, $L(q^{-1})$ 和 $P(q^{-1})$ 为下述形式的对角多项式矩阵:

$$L(q^{-1}) = I_m + L_1 q^{-1} + \dots + L_{n_l} q^{-n_l},$$

$$P(q^{-1}) = P_0 + P_1 q^{-1} + \dots + P_{n_p} q^{-n_p}.$$

$D(q^{-1})$ 为 $m \times m$ 维分式矩阵, 其形式为 $D(q^{-1}) = (D_{ij}(q^{-1})), i, j = 1, \dots, m, D_{ii}(q^{-1}) = 0$.

设 $\det A^*(q^{-1})$ 为系统(2.1)在控制规律(2.6)作用下的闭环极点. $A^*(q^{-1})$ 为对角多项式矩阵, 其形式为 $A^*(q^{-1}) = I_m + A_1^*(q^{-1}) + \dots + A_{n_a}^* q^{-n_a}$. $A(q^{-1})$ 可由设计者任意选取.

为了实现对系统的任意闭环极点配置和对系统输出的动态解耦, 则有以下定理:

定理 1 若控制规律 $L(q^{-1}) = P(q^{-1})(y^* - y(t)) + D(q^{-1})u(t)$ 中的参数按以下规律选取, 即

$$L(q^{-1})A(q^{-1}) + \overline{B}(q^{-1})P(q^{-1}) = C(q^{-1})A^*(q^{-1}), \quad (2.7)$$

$$\overline{B}(q^{-1})D(q^{-1}) + L(q^{-1})\overline{\overline{B}}(q^{-1}) = 0. \quad (2.8)$$

则系统(2.1)的闭环极点为 $\det A^*(q^{-1})\det C(q^{-1})$, 且实现了对系统输出的动态解耦.

证 将控制规律(2.6)代入系统方程(2.4)中, 可得

$$\begin{aligned} [L(q^{-1})A(q^{-1}) + \overline{B}(q^{-1})P(q^{-1})]y(t) &= \overline{B}(q^{-1})P(q^{-1})y^* + \overline{B}(q^{-1})D(q^{-1})u(t) \\ &+ L(q^{-1})\overline{\overline{B}}(q^{-1})u(t) + L(q^{-1})C(q^{-1})e(t). \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$\text{令} \quad L(q^{-1})A(q^{-1}) + \overline{B}(q^{-1})P(q^{-1}) = C(q^{-1})A^*(q^{-1}). \quad (2.10)$$

1 期

此时方程 (2.9) 变为

$$C(q^{-1})A^*(q^{-1})y(t) = \bar{B}(q^{-1})P(q^{-1})y^* + [\bar{B}(q^{-1})D(q^{-1}) + L(q^{-1})\bar{B}(q^{-1})]u(t) + L(q^{-1})C(q^{-1})e(t). \quad (2.11)$$

故耦合输入项为 $(\bar{B}(q^{-1})D(q^{-1}) + L(q^{-1})\bar{B}(q^{-1}))$ 。为了实现系统输出的动态解耦, 取

$$\bar{B}(q^{-1})D(q^{-1}) + L(q^{-1})\bar{B}(q^{-1}) = 0.$$

这时系统的闭环方程为

$$y(t) = A^*(q^{-1})^{-1}C(q^{-1})^{-1}\bar{B}(q^{-1})P(q^{-1})y^* + A^*(q^{-1})^{-1}L(q^{-1})e(t). \quad (2.13)$$

由于 $A^*(q^{-1})^{-1}C(q^{-1})^{-1}\bar{B}(q^{-1})P(q^{-1})$ 和 $A^*(q^{-1})^{-1}L(q^{-1})$ 均为对角阵, 故达到了解耦的目的, 于是定理得证。

为了实现系统对恒值参考输入的准确跟踪, 则有以下定理:

定理 2 在定理 1 所确定的控制规律 $L(q^{-1})u(t) = P(q^{-1})[y^* - y(t)] + D(q^{-1})u(t)$ 中, 若将 $L(q^{-1})$ 取为

$$L(q^{-1}) = L'(q^{-1})\nabla(q^{-1}), \quad (2.14)$$

这里, $\nabla(q^{-1}) \triangleq (1 - q^{-1})I$, $L'(q^{-1}) = I + L'_1q^{-1} + \dots + L'_{n'}q^{-n'}$, 则系统能准确地跟踪恒值参考输入信号。

证 对于恒值参考输入 y^* , 因为 $\nabla(q^{-1})y^* = 0$, 则 $L(q^{-1})y^* = L'(q^{-1})\nabla(q^{-1})y^* = 0$ 。根据方程 (2.7), 则有 $A^*(q^{-1})C(q^{-1})y^* = \bar{B}(q^{-1})P(q^{-1})y^*$ 。这时闭环方程 (2.13) 为

$$y(t) = y^* + A^*(q^{-1})^{-1}L(q^{-1})e(t), \quad (2.15)$$

这样就实现了系统对恒值参考输入的准确跟踪, 故定理得证。

为了得到控制器方程 (2.6) 中的 $L(q^{-1})$ 和 $P(q^{-1})$, 必须求解 Diophantine 方程 (2.7), 为了使方程 (2.7) 式有唯一解, 则有以下定理:

定理 3 方程 $L'(q^{-1})\nabla(q^{-1})A(q^{-1}) + \bar{B}(q^{-1})P(q^{-1}) = C(q^{-1})A^*(q^{-1})$ 有唯一解的条件为

(1) $\nabla(q^{-1})A(q^{-1})$ 与 $\bar{B}(q^{-1})$ 互质。

(2) 多项式矩阵 $L(q^{-1})$ 和 $P(q^{-1})$ 的阶次满足

$$n_{L'} = n_{\bar{B}} - 1; \quad n_P = n_A; \quad n_C + n_{A^*} \leq n_A + n_{\bar{B}},$$

这里 n_A , $n_{\bar{B}}$, n_C 和 n_{A^*} 分别表示多项式矩阵 $A(q^{-1})$, $\bar{B}(q^{-1})$, $C(q^{-1})$ 和 $A^*(q^{-1})$ 的阶次。

证 证明见 [3]。

关于方程 (2.7) 的解的方法和形式见 [4]。

根据定理 1 和定理 2, 可确定控制规律方程 (2.6) 中的参数值, 这时有以下定理:

定理 4 设系统 (2.1) 的闭环极点为 $\det A^*(q^{-1})\det C(q^{-1})$, 并且可对输出实现动态解耦, 则系统控制规律为

$$u(t) = K^{-1}[\overline{B}'(q^{-1})P(q^{-1})[y^* - y(t)] - \overline{L}(q^{-1})B'(q^{-1})u(t-1) - B''(q^{-1})u(t-1)], \quad (2.16)$$

$$\begin{aligned} \text{即 } u_i(t) = & K_{ii}^{-1} [B'_{ii}(q^{-1})P_{ii}(q^{-1})[y_i^* - y_i(t)] - \overline{L}_{ii}(q^{-1})B_{ii}(q^{-1})u_i(t-1) \\ & - \overline{L}_{ii} \sum_{j=1}^m B'_{ij}(q^{-1})u_j(t-1) - B''_{ii}(q^{-1})u_i(t-1) - \sum_{j=1}^m B''_{ij}(q^{-1})u_j(t-1)], \end{aligned} \quad (2.17)$$

其中, $\overline{B}'(q^{-1}) = T(q)\overline{B}(q^{-1})$, $B'(q^{-1}) = T(q)B(q^{-1})$, $\overline{L}(q^{-1}) = q(L(q^{-1}) - I)$, $B''(q^{-1}) = q(B'(q^{-1}) - K)$, $K = \lim_{q \rightarrow \infty} T(q)A(q^{-1})^{-1}B(q^{-1})$.

证 根据方程 (2.8), 注意到关联矩阵的定义, 及关系式 $B'(q^{-1})$, $\overline{B}'(q^{-1})$, $\overline{L}(q^{-1})$ 和 $B''(q^{-1})$, 很容易由控制规律 (2.6) 中得出。

三、自校正极点配置动态解耦算法

当系统的参数未知或随时间缓慢变化时, 需先辨识系统的参数, 运用确定性等价原则, 按照给定的控制规律进行控制, 从而实现系统的自校正控制。

设系统的关联矩阵 $T(q)$ 已知, 系统在线模型为

$$y(t) = -\alpha(q^{-1})y(t) + T(q)^{-1}\beta'(q^{-1})u(t) + \varepsilon(t), \quad (3.1)$$

其中, $\alpha(q^{-1}) = \alpha_1 q^{-1} + \dots + \alpha_{n_\alpha} q^{-n_\alpha}$, 并且 $\alpha(q^{-1})$ 为对角多项式矩阵, $\beta'(q^{-1}) = \beta'_0 + \beta'_1 q^{-1} + \dots + \beta'_{n_{b'}} q^{-n_{b'}}$.

当满足条件 $K_{ii} < K_{ij}$ 时, $T(q)$ 为对角矩阵。而系统在线方程 (3.1) 又可写为

$$y^i(t) = \varphi_i^T(t)\theta^i(t) + \varepsilon^i(t), \quad (3.2)$$

其中, $\varphi_i^T(t) = [-y^i(t-1) \dots -y^i(t-n_{\alpha i}), u_1(t-K_{i1}) \dots u_1(t-K_{i1}-n_{b'_{i1}}), \dots, u_j(t-K_{ij}) \dots u_j(t-K_{ij}-n_{b'_{ij}}), \dots, u_m(t-K_{im}) \dots u_m(t-K_{im}-n_{b'_{im}})],$

$$\theta^i(t) = [\alpha_1^i \dots \alpha_{n_{\alpha i}}^i, \beta'_{i1}{}^0 \dots \beta'_{i1}{}^{n_{b'_{i1}}}, \dots, \beta'_{im}{}^0 \dots \beta'_{im}{}^{n_{b'_{im}}}]$$

根据最小二乘递推辨识法, 可得到参数向量 $\theta^i(t)$ 的递推方程:

$$\hat{\theta}^i(t+1) = \hat{\theta}^i(t) + K^i(t+1)[y^i(t+1) + \varphi_i^T(t+1)\hat{\theta}^i(t)], \quad (3.3a)$$

1 期

$$K^i(t+1) = P^i(t)\phi_i^*(t+1) | (\lambda_i(t+1) + \varphi_i^T(t+1)P^i(t)\varphi_i(t+1)), \quad (3.3b)$$

$$P^i(t+1) = P^i(t) - K^i(t+1)\varphi_i(t+1)P^i(t)/\lambda_i(t+1), \quad (3.3c)$$

其中 $\lambda_i(t)$ 为遗忘因子。我们取为

$$\lambda_i(t+1) = 0.99\lambda_i(t) + 0.01. \quad (3.4)$$

通过估计方程(3.3),可以得到 $\alpha(q^{-1})$ 和 $\beta'(q^{-1})$ 的估计参数。将 $\beta'(q^{-1})$ 分为 $\beta'(q^{-1}) = \beta_0 + \beta''(q^{-1})q^{-1}$,并且设 $\bar{\beta}'(q^{-1}) = \text{diag}(\beta'_{11}(q^{-1}) \cdots \beta'_{mm}(q^{-1}))$ 。按照极点配置解耦控制规律(2.17),得到控制量

$$\begin{aligned} u_i(t) = & (\beta_{ii}^0)^{-1} [\beta'_{ii}(q^{-1})P_{ii}(q^{-1})[y_i^* - y_i(t)] - \bar{L}_{ii}(q^{-1})\beta'_{ii}(q^{-1})u_i(t-1) \\ & - \bar{L}_{ii}(q^{-1}) \sum_{j=1}^m \beta'_{ij}(q^{-1})u_j(t-1) - \beta'_{ii}(q^{-1})u_i(t-1) - \sum_{j=1}^m \beta''_{ij}(q^{-1})u_j(t-1)] \end{aligned} \quad (3.5)$$

但此时,它与离线情况所设计的已不同了,这里面 $\bar{L}(q^{-1})$ 和 $P(q^{-1})$ 是通过解下面的矩阵方程

$$L'(q^{-1})\nabla(q^{-1})(\alpha(q^{-1}) + I_m) + T(q)^{-1}\bar{\beta}'(q^{-1})P(q^{-1}) = A^*(q^{-1}) \quad (3.6)$$

而得到的。 $P_{ii}(q^{-1})$ 可直接由方程(3.6)的解得到,而 $\bar{L}_{ii}(q^{-1}) = q[L'(q^{-1})\nabla(q^{-1}) - I_m]_{ii}$, $\det A^*(q^{-1})$ 为理想的闭环极点。

这样我们就得到了自校正极点配置解耦算法:

- 1) 对于采样时刻 t ,应用递推最小二乘法估计方程(3.2)的参数。
- 2) 分解 $\beta'(q^{-1})$,求解方程(3.6)式,得到矩阵多项式 $L'(q^{-1})$ 和 $P(q^{-1})$ 。
- 3) 分解矩阵多项式 $L'(q^{-1})\nabla(q^{-1})$,得到 $\bar{L}(q^{-1})$ 。
- 4) 按照(3.5)式求得控制量。
- 5) 对于采样时间 $t+1$,重复1)~4)的过程。

四、控制系统的计算机仿真

这里取文献[2]中的例子,根据本文所提出的自校正极点配置动态解耦算法,用计算机仿真,以说明本控制方法的正确性及较文献[2]有更好的动态解耦特性。

设系统方程为

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t) + C(q^{-1})e(t), \quad (4.1)$$

式中

$$A(q^{-1}) = \begin{bmatrix} 1 - 1.53526q^{-1} + 0.58665q^{-2} & \\ 0 & 1 - 1.7117q^{-1} + 0.6732q^{-2} \end{bmatrix},$$

$$B(q^{-1}) = \begin{bmatrix} (-0.2313 + 0.07451q^{-1})q^{-2} & (0.00726 + 0.14689q^{-1})q^{-3} \\ (-0.05259 + 0.03189q^{-1})q^{-3} & (-0.29344 + 0.21682q^{-1})q^{-1} \end{bmatrix},$$

$$C(q^{-1}) = \text{diag}(1 - 0.25q^{-1} \quad 1 - 0.25q^{-1}) \quad E[e(t)e(t)^T] = 0.5I.$$

由上述方程可知系统的关联阵为 $T(q) = \text{diag}(q^2, q)$, 在线模型为 $(I + \alpha_1 q^{-1} + \alpha_2 q^{-2})y(t) = T(q)^{-1}[\beta'_1 + \beta'_2 q^{-1} + \beta'_3 q^{-2}]u(t) + \varepsilon(t)$, 选系统的闭环极点为 $A^*(q^{-1}) = \text{diag}(1 - 0.85q^{-1}, 1 - 0.85q^{-1})$. 根据自校正解耦算法(3.5), 使系统运行. 其中取初始遗忘因子 $\lambda_i(0) = 0.96$, $P_0 = 10^3 I$, 参数初值为零, 用UD分解递推最小二乘法递推500次. 图1表示在本文提出的算法控制下系统对于给定值及变化的响应. 图2表示在文献[2]的算法控制下系统输出的响应. 其中图1给定值的变化比图2大10倍. 由图1, 我们可以看到, 在本文提出的算法控制下, 系统实现了输出的动态解耦, 并且对给定的参考输入具有很好的跟踪能力. 而文献[2]的仿真结果则不能实现完全的动态解耦.

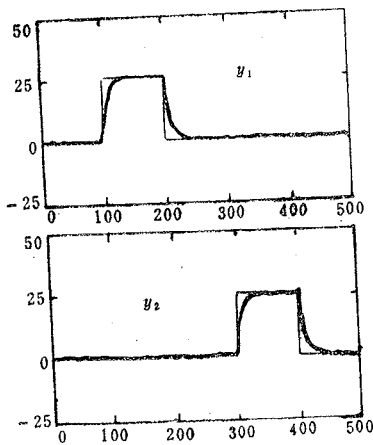


图1 自校正动态解耦算法控制下系统的输出响应

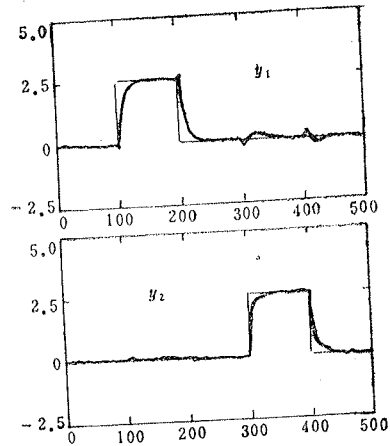


图2 McDermott的算法控制下系统的输出响应

五、实际控制挤出机机筒的温度

作者采用本文提出的自校正控制算法, 对塑料挤出机机筒的温度进行了在线控制, 根据工艺要求, 机筒各段温度具有不同的设定值, 而设定值与材料有关, 故需要在线解耦. 塑料挤出机机筒的基本结构及控制框图见图3. 它有两组电炉丝和两个测温点, 采用两组双向可控硅脉冲调宽器进行加热. 由于两组炉丝靠得很近, 因此存在着严重的耦合.

由于挤出机机筒的数字模型是分布参数慢时变的, 但在工作点附近可用一线性差分方程描述. 当选取采样周期为70秒, 系统的模型结构为

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t) + \varepsilon(t),$$

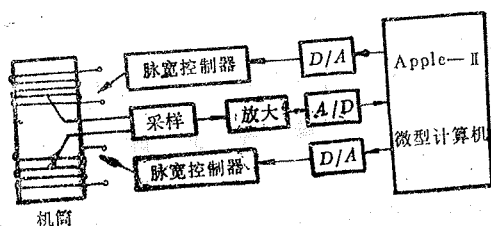


图 3 自适应控温系统

式中

$$A(q^{-1}) = \begin{bmatrix} 1 + a_1 q^{-1} + a'_1 q^{-2} & 0 \\ 0 & 1 + a_2 q^{-1} + a'_2 q^{-2} \end{bmatrix},$$

$$B(q^{-1}) = \begin{bmatrix} (\beta_{11} + \beta'_{11} q^{-1}) q^{-2} & (\beta_{12} + \beta'_{12} q^{-1}) q^{-3} \\ (\beta_{21} + \beta'_{21} q^{-1}) q^{-3} & (\beta_{22} + \beta'_{22} q^{-1}) q^{-2} \end{bmatrix},$$

其中 $y(t) \in R^2$, $u(t) \in R^2$ 分别表示 A/D 和 D/A 转换的输出值和输入值, $\varepsilon(t) \in R^2$ 表示系统的噪声。

取系统的闭环极点为 $A^*(q^{-1}) = \text{diag}(1 - 0.85q^{-1}, 1 - 0.85q^{-1})$, 根据本文所提出的算法用 APPLE-II 微型计算机进行实控, 其控制结果见图 4。由图 4 可见, 我们实现了实际系统的自校正动态解耦, 这是有实际意义的。它表明用自校正的方法来实现对系统的动态解耦是一种方便而且可行的方法。

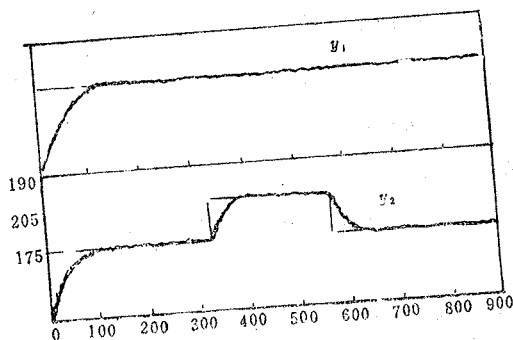


图 4 自校正极点配置动态解耦控温时的输出曲线

六、结 论

本文提出了一种新的多变量极点配置动态解耦算法, 其性能良好, 具有工程实用价值。文献[2][5]也是采用前馈的方法进行解耦的, 但文献[5]只能实现静态解耦, 而文献[2]则不能完全实现动态解耦, 只能减少动态时耦合项的影响, 并且这些方法在动态时

其闭环方程极为复杂,无法表达出来,即无法知道系统稳定的条件,因此本方法相对来说是优越的。

参 考 文 献

- [1] Goodwin, G.C. and K.S.Sin, Adaptive Filtering, Prediction and Control, Prentice-Hall, New Jersey, (1984).
- [2] McDermott, P.E, and D.A. Mellichamp, A Decoupling Pole Placement Self-tuning Controller For A Class of Multivariable Processes, IFAC 9th Triennial World Congress, Budapest, Hungary, (1984).
- [3] Kucera, V., Stochastic Multivariable Control, A Polynomial Equation Approach, IEEE Trans. Autom. Cont., AC-25, (1980), 913-919.
- [4] Prager, D.C, and P.E. Wellstead, Multivariable Pole-assignment Self-tuning Regulator, Proc. IEE, 128(d), (1981), 9-18.
- [5] 柴天佑、郎世俊、顾兴源, 多变量自校正前馈控制器及应用, 自动化学报, 12,3, (1986), 229-236.

Multivariable Pole-assignment Self-tuning Dynamic Decoupling Controller

Zhong Muliang, Su Chunyi

(Department of Automatic Control, South China Institute of Technology, Guangzhou)

Abstract

This paper presents a new multivariable pole-assignment self-tuning dynamic decoupling controller for a class of multivariable processes. It can exactly track the constant reference inputs. Simulated studies and on-line control of plastic extruder temperatures give satisfactory results.