

多变量自适应控制—具有任意维数输入输出

林 威

刘美华

(复旦大学数学系, 上海)

(国防科技大学三系, 长沙)

摘 要

基于文献[1], 对于具有随机干扰的任意维数输入/输出的系统(ADIADO), 本文进一步提出了有色噪声白化以及广义输入/输出滤波两种自适应控制算法。这两种算法具有参数估计数目少和在线计算量小的优点。几个仿真例子证明了本文给出的两种控制算法的有效性和可行性。

一、前 言

已经发表了许多文章研究输入输出维数相同且 B_0 非奇异的线性多变量系统的自适应控制。而对工程实际中普遍存在的具有任意维数输入输出(ADIADO)系统, 目前仅有少量确定性系统的结果。对这些问题, [2]有一个较详细的综述。

作者在[1]中分别对确定性和白噪声干扰系统给出了两种有效的控制算法; 对有色噪声系统还提出一种近似处理的算法。因此本文基于[1]的思想, 进一步对有色噪声扰动的(ADIADO)系统, 提出两种完整的自适应控制算法并进行了仿真。

二、控制问题的描述

考虑 m 维输入/ p 维输出的线性离散随机系统

$$A(z^{-1})y(t) = z^{-k}B(z^{-1})u(t) + C(z^{-1})\xi(t), \quad (2.1)$$

其中 z^{-1} 为后向移位单位算子, k 为系统延迟 ($k = \min_{i,j} k_{ij}$, $i = 1, 2, \dots, p$, $j = 1, 2, \dots, m$),

$u(t) \in R^m$, $y(t)$, $\xi(t) \in R^p$ 分别为系统的输入、输出和均值为 0 且协方差为 R_ξ 的白噪声向量序列。 $A(z^{-1})$, $C(z^{-1}) \in R^{p \times p}[z^{-1}]$, $B(z^{-1}) \in R^{p \times m}[z^{-1}]$ 分别为 z^{-1} 的 n_a 、 n_c 、 n_b 阶多项式矩阵, 且可记为

$$X(z^{-1}) = X_0 + X_1 z^{-1} + \dots + X_{n_x} z^{-n_x}. \quad (2.2)$$

假定 $\det C(\cdot)$ 的全部零点都落在单位圆内, B_0 为非 0 的 $p \times m$ 维矩阵, 并设 $A_0 = C_0 = I_{p \times p}$ 。

现在的问题是要寻找一个容许控制 $u(t)$, 使如下目标函数

$$J = E\{\|P(z^{-1})y(t+k) - R(z^{-1})y_r(t)\|^2 + \|Q(z^{-1})u(t)\|^2\} \quad (2.3)$$

取极小。这里 $P(z^{-1}), R(z^{-1}) \in R^{p \times p}[z^{-1}]$, $Q(z^{-1}) \in R^{m \times m}[z^{-1}]$ 均为 (2.2) 形式的多项式矩阵, 且 $p(z^{-1})$ 为稳定多项式, 其阶次分别为 n_p, n_R, n_Q , $y_r(t)$ 为有界参考信号。

三、随机 ADIADO 系统的自适应控制算法 (I) — 有色噪声白化

在文献[1]中, 我们采用了 $C^{-1}(z^{-1})$ 展开, 取有限阶的多项式矩阵 $\hat{C}(z^{-1})$ 来近似逼近 $C^{-1}(z^{-1})$, 以处理有色噪声干扰的 ADIADO 系统。现在首先来分析这种近似逼近算法的实质。

在 (2.1) 两边左乘以 $C^{-1}(z^{-1})$, 有

$$\hat{A}(z^{-1})y(t) = z^{-k}\hat{B}(z^{-1})u(t) + \xi(t), \quad (3.1)$$

$$\text{这里 } \hat{A}(z^{-1}) = C^{-1}(z^{-1})A(z^{-1}), \quad \hat{B}(z^{-1}) = C^{-1}(z^{-1})B(z^{-1}), \quad (3.2)$$

和[1]类似地, 取有限阶多项式 $\hat{C}(z^{-1})$ 来逼近 $C^{-1}(z^{-1})$, 即 $\hat{C}(z^{-1}) \triangleq C^{-1}(z^{-1})$, $\deg \hat{C}(z^{-1}) = q$, 则当 q 充分大时, $\hat{C}(z^{-1})$ 收敛于 $C^{-1}(z^{-1})$ 。故定义

$$\left. \begin{aligned} \bar{A}(z^{-1}) &\triangleq \hat{C}(z^{-1})A(z^{-1}) \in R^{p \times p}[z^{-1}], & \deg \bar{A} &= q + n_a \\ \bar{B}(z^{-1}) &\triangleq \hat{C}(z^{-1})B(z^{-1}) \in R^{p \times m}[z^{-1}], & \deg \bar{B} &= q + n_b \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

则 $\bar{A}(z^{-1}), \bar{B}(z^{-1})$ 多项式矩阵是对有理分式阵 $\hat{A}(z^{-1}), \hat{B}(z^{-1})$ 的一种逼近。从输入/输出等价的意义上, (3.1) 具有白噪声干扰的系统 (在用 $\bar{A}, \bar{B}$ 逼近 $\hat{A}, \hat{B}$ 后) 是等价于 (2.1) 的有色噪声扰动的 (ADIADO) 系统。

基于上述思想, 我们对[1]的近似逼近算法提出一种修正方案, 而得到如下严格的有色噪声白化算法。

考虑如下 m 维输入/ p 维输出线性随机系统

$$A(z^{-1})y(t) = z^{-k}B(z^{-1})u(t) + e(t), \quad (3.4)$$

这里和 (2.1) 不同的仅是假设 $e(t) \in R^p$ 为具有有理谱密度 $\Phi(\omega)$ 的有色噪声序列。则根据有理谱密度分解定理和表示定理^[4], 可知必存在一个渐近稳定的动态系统, 当输入为白噪声时, 其输出即为谱密度为 $\Phi(\omega)$ 的平稳过程。这也就意味着, 所有具有 $\Phi(\omega)$ 的有色噪声均可由白噪声通过一个稳定的动态系统产生。为此, 类似于[3], 引入白化滤波器 $W(z^{-1})$, 使得

$$W(z^{-1})e(t) = \xi(t) = W_0 e(t) + \sum_{i=1}^{n_W} W_i e(t-i), \quad (3.5)$$

这里 $\xi(t)$ 为白噪声, 不失一般性, 设 $W_0 = I_{p \times p}$, 而 $\det W(\cdot)$ 的全部零点都在单位圆内, [3]已指出, 实际试验已证明, 只要预先给定 n_W 为 2, 3 阶, 而后优化 W_i , 可以得

到精确反映实际被控对象的模型。现在对 (3.4)、(3.5) 描述受控对象来讨论自适应控制问题。首先引入恒等式

$$P(z^{-1}) = F(z^{-1})W(z^{-1})A(z^{-1}) + z^{-k}G(z^{-1}), \quad (3.6)$$

则 $F(z^{-1})$ 、 $G(z^{-1})$ 可以通过上式唯一确定。其中 $F_0 = P_0$, $\deg F(z^{-1}) = n_f = k-1$, $\deg G(z^{-1}) = n_g = \max\{n_w + n_a - 1, n_p - k\}$ 。在 (3.4) 两边左乘以 $F(z^{-1})W(z^{-1})$,

$$\text{整理得 } \phi(t+k) \triangleq P(z^{-1})y(t+k) = [F(z^{-1})W(z^{-1})B(z^{-1})u(t) + G(z^{-1})y(t)] + F(z^{-1})\xi(t+k). \quad (3.7)$$

显然 (3.7) 右边前后两项不相关, 故有

$$\text{最优预测: } \phi^*(t+k|t) = F(z^{-1})W(z^{-1})B(z^{-1})u(t) + G(z^{-1})y(t), \quad (3.8)$$

$$\text{预测误差: } \tilde{\phi}(t+k|t) = \phi(t+k) - \phi^*(t+k|t) = F(z^{-1})\xi(t+k), \quad (3.9)$$

将 (3.7) ~ (3.9) 代入 (2.3), 令 $\frac{\partial J}{\partial u} = 0$, 化简得, (注意到 $\tilde{\phi}(t+k|t)$, $\phi^*(t+k|t)$ 无关)

$$(F_0 W_0 B_0)^T [\phi^*(t+k|t) - R(z^{-1})y_r(t)] + Q_0^T Q(z^{-1})u(t) = 0. \quad (3.10)$$

和文献[1]类似, 整理得到可以在线递推运算的最优控制

$$u(t) = -\Delta_1^{-1} \{ \bar{H}_1(z^{-1})u(t-1) + \bar{M}_0^T G(z^{-1})y(t) - \bar{M}_0^T R(z^{-1})y_r(t) \}, \quad (3.11)$$

$$\text{这里 } \Delta_1 = \bar{M}_0^T \bar{M}_0 + Q_0^T Q_0 \in R^{m \times m}, \quad \bar{M}_0 = F_0 W_0 B_0 = P_0 B_0 \in R^{p \times m}, \quad (3.12)$$

$$\bar{M}(z^{-1}) = F(z^{-1})W(z^{-1})B(z^{-1}), \quad n_m^- = k-1 + n_w + n_b, \quad (3.13)$$

$$\bar{H}_1(z^{-1}) = z \cdot [\bar{M}_0^T (\bar{M}(z^{-1}) - \bar{M}_0) + Q_0^T (Q(z^{-1}) - Q_0)]. \quad (3.14)$$

根据 (3.8)、(3.9) 可以建立隐式参数估计模型

$$\phi(t+k) = \bar{M}(z^{-1})u(t) + G(z^{-1})y(t) + \varepsilon(t+k). \quad (3.15)$$

定义数据向量和参数矩阵分别为

$$x_1(t) = [u^T(t), \dots, u^T(t-n_m^-); y^T(t), y^T(t-1), \dots, y^T(t-n_g)]^T, \quad (3.16)$$

$$\Theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p] = [\bar{M}_0, \bar{M}_1, \dots, \bar{M}_{n_m^-}; G_0, G_1, \dots, G_{n_g}]^T, \quad (3.17)$$

$$\text{则 (3.15) 可记为 } \phi(t+k) = \Theta^T x_1(t) + \varepsilon(t+k). \quad (3.18)$$

$$\text{其分量表示: } \phi_i(t) = x_1^T(t-k)\theta_i + \varepsilon_i(t), \quad i=1, 2, \dots, p \quad (3.19)$$

这里 ϕ_i 、 ε_i 为 p 维向量 ε 、 ϕ 的第 i 个分量, θ_i 为矩阵 Θ 第 i 列向量。

$$\theta_i = [\bar{M}_{i1}^0, \dots, \bar{M}_{im}^0; \dots; \bar{M}_{i1}^{n_m^-}, \dots, \bar{M}_{im}^{n_m^-}; G_{i1}^0, \dots, G_{ip}^0; \dots; G_{i1}^{n_g}, \dots, G_{ip}^{n_g}]^T. \quad (3.20)$$

由此基于 (3.19), 分别对 $i=1, \dots, p$, 可建立最小二乘估计算法, 也可采用带遗忘因子的估计算法, 限于篇幅从略. 这样, 当对模型参数未知时, 可基于 (3.19), 直接估计控制参数 $G(z^{-1})$, $\bar{M}(z^{-1})$ 再代入 (3.11) ~ (3.14), 可以得到适用于具有一般有色噪声干扰的 ADIADO 系统 (3.4)、(3.5) 的最优自适应控制算法, 限于篇幅, 具体算法略.

注: 本节算法 (I) 的实质是通过引入类似于 [4] 的白化滤波器, 把有色噪声干扰的问题转化为等价的白噪声系统来处理.

四、随机 ADIADO 系统自适应控制算法 (II) — 广义输入输出滤波

本节将直接对 (2.1) 的 ARMAX 模型, 来解决 ADIADO 随机系统的自适应控制. 为方便起见, 不失一般性, 取 $P(z^{-1}) = R(z^{-1}) = I_{p \times p}$.

引入恒等式 $C(z^{-1}) = A(z^{-1})F'(z^{-1}) + z^{-k}G'(z^{-1})$, (4.1.1)

定义 $\tilde{F}(z^{-1})$, $\tilde{G}(z^{-1})$, $\tilde{F}(z^{-1})G'(z^{-1}) = \tilde{G}(z^{-1})F'(z^{-1})$, 且 $\det \tilde{F}(z) = \det F'(z^{-1})$, (4.1.2)

这里 $\tilde{F}_0 = F'_0 = C_0$, $n_f = n_{\tilde{f}} = k-1$, $n_g = n_{\tilde{g}} = n_a - 1$. 显然 $F'(z^{-1})$, $G'(z^{-1})$

由 (4.1.1) 唯一确定, 而满足 (4.1.2) 的 $\tilde{F}(z^{-1})$, $\tilde{G}(z^{-1})$ 非唯一.

定义 $\tilde{C}(z^{-1}) \triangleq \tilde{F}(z^{-1})A(z^{-1}) + z^{-k}\tilde{G}(z^{-1})$ (4.1.3)

由上述三式, 可推出

$$\tilde{C}(z^{-1})F'(z^{-1}) = \tilde{F}(z^{-1})C(z^{-1}), \quad \det C(z^{-1}) = \det \tilde{C}(z^{-1}), \quad (4.1.4)$$

由此知 $\tilde{C}(z^{-1})$ 也为稳定首一多项式矩阵. 在 (2.1) 两边左乘 $z^k \tilde{F}(z^{-1})$, 化简得

$$y(t+k) = \tilde{C}^{-1}(z^{-1})[\tilde{F}(z^{-1})B(z^{-1})u(t) + \tilde{G}(z^{-1})y(t)] + F'(z^{-1})\xi(t+k). \quad (4.2)$$

记 $y(t)$ 的 k 步向前预测 $y^*(t+k|t) = \tilde{C}^{-1}(z^{-1})[\tilde{F}(z^{-1})B(z^{-1})u(t) + \tilde{G}(z^{-1})y(t)]$. (4.3)

定义预测误差 $\tilde{y}(t+k|t) = y(t+k) - y^*(t+k|t) = F'(z^{-1})\xi(t+k)$, (4.4)

显然易证 $y^*(t+k|t)$ 和 $\tilde{y}(t+k|t)$ 不相关, 则将 (4.3)、(4.4) 代入 (2.3), 令

$\frac{\partial J}{\partial u(t)} = 0$, 可得最优控制律为

$$L_0^T \{ \tilde{C}^{-1} z^{-1} [L(z^{-1})u(t) + \tilde{G}(z^{-1})y(t)] - y_r(t) \} + Q_0^T Q(z^{-1})u(t) = 0. \quad (4.5)$$

(4.5) 又能整理成

$$\begin{aligned} A_2 u(t) + L_0^T \{ \tilde{C}^{-1}(z^{-1})H_2(z^{-1})u(t-1) + \tilde{C}^{-1}(z^{-1})\tilde{G}(z^{-1})y(t) - y_r(t) \} \\ + Q_0^T H_3(z^{-1})u(t-1) = 0, \end{aligned} \quad (4.6)$$

1 期

$$\text{这里 } L(z^{-1}) = \tilde{F}(z^{-1})B(z^{-1}), \quad L_0 = \tilde{F}_0 B_0 = B_0 \in R^{p \times m}, \quad (4.7)$$

$$\Delta_2 = L_0^T L_0 + Q_0^T Q_0 \in R^{m \times m}, \quad (4.8)$$

$$H_2(z^{-1}) = z[L(z^{-1}) - \tilde{C}(z^{-1})L_0] \in R^{p \times m}[z^{-1}], \quad H_3(z^{-1}) = z[Q(z^{-1}) - Q_0]. \quad (4.9)$$

现在对广义输入、输出信号引入滤波器

$$u_f(t-1) = \tilde{C}^{-1}(z^{-1})H_2(z^{-1})u(t-1), \quad (4.10)$$

$$y_f(t) = \tilde{C}^{-1}(z^{-1})\tilde{G}(z^{-1})y(t), \quad (4.11)$$

代入(4.6), 可得递推控制

$$u(t) = -\Delta_2^{-1} \{L_0^T[u_f(t-1) + y_f(t) - y_r(t)] + Q_0^T H_3(z^{-1})u(t-1)\}. \quad (4.12)$$

而 $u_f(t-1), y_f(t)$ 可由(4.10)、(4.11)的滤波方程递推地求解。即

$$u_f(t-1) = H_2(z^{-1})u(t-1) + H(z^{-1})u_f(t-2), \quad (4.13)$$

$$y_f(t) = \tilde{G}(z^{-1})y(t) + H(z^{-1})y_f(t-1), \quad (4.14)$$

$$\text{这里 } H(z^{-1}) = z[-\tilde{C}(z^{-1}) + \tilde{C}_0] = z[I_{p \times p} - \tilde{C}(z^{-1})], \quad n_h = n_{\tilde{C}}^{-1}. \quad (4.15)$$

因此, 只要滤波器输出 $u_f(t-1), y_f(t)$ 能够在线递推地从(4.13)、(4.14)求解, 那么, 对于 ADIADO 随机系统, (4.12)的最优控制是可以递推地实现。从(4.10)、(4.11), 注意到 $\tilde{C}(z^{-1})$ 也为稳定的多项式矩阵, 故(4.10)、(4.11)这两个系统均为稳定的动态系统。由于这个动态系统的输入为 $u(t-1)$ 或 $y(t)$, 它们都是对(2.1)ADIADO 随机系统采用了广义最小方差自适应控制后的闭环系统输入和输出, 因而只要适当选择(2.3)指标中加权因子 $Q(z^{-1})$ 使闭环系统稳定, 则 $u(t-1), y(t)$ 总是有界, 因而 $u_f(t-1), y_f(t)$ 总有界, 也就是说, 从(4.13)、(4.14)递推地求解 $u_f(t-1), y_f(t)$ 是一个稳定的动态过程, 不会导致发散且当 t 充分大时, $u_f(t-1), y_f(t)$ 的收敛性将不受预先给定的有界初值 $u_f(t-2)|_{t=0}, y_f(t-1)|_{t=0}$ 的影响。这样, 利用在每一个采样周期内递推求解(4.13)、(4.14)得到的 $u_f(t-1), y_f(t)$, 代入(4.12), 就可以求出最优控制 $u(t)$ 。

现在来建立完整的自适应控制算法(II)。基于(4.3)、(4.4)可以建立如下隐式估计模型

$$y(t+k) = \Theta^T x_2(t) + \tilde{\varepsilon}(t+k), \quad (4.16)$$

$$\text{这里 } x_2(t) = [u^T(t), \dots, u^T(t-n_l); y^T(t), \dots, y^T(t-n_g); y^{*T}(t+k-1|t-1), \dots,$$

$$y^{*T}(t+k-n_c|t-n_c)]^T, \quad (4.17)$$

$$\Theta = [\theta_1, \dots, \theta_p] = [L_0, \dots, L_{n_l}; \tilde{G}_0, \dots, \tilde{G}_{n_g}; H_0, \dots, H_{n_h}]^T. \quad (4.18)$$

和第三节类似地, 由 (4.16) 可得到分量描述

$$y_i(t) = x_2^T(t-k)\theta_i + \tilde{\varepsilon}_i(t), \quad (4.19)$$

其中 $\theta_i = [l_{i1}^0 \cdots l_{im}^0 \mid \cdots \mid l_{i1}^{n_l} \cdots l_{im}^{n_l}; \tilde{g}_{i1}^0 \cdots \tilde{g}_{ip}^0 \mid \cdots \mid \tilde{g}_{i1}^{n_g} \cdots \tilde{g}_{ip}^{n_g}; h_{i1}^0 \cdots h_{ip}^0 \mid \cdots \mid h_{i1}^{n_h} \cdots h_{ip}^{n_h}]^T$,

$$(4.20)$$

$\tilde{\varepsilon}(t)$ 为估计误差。由于数据向量中 $y^*(t+k-i|t-i)$ 是未知的, 因而, 为了直接估计控制参数 $L(z^{-1})$ 、 $\tilde{G}(z^{-1})$ 、 $H(z^{-1})$, 可以采用如下的修正最小二乘算法 (带遗忘因子) ($i=1, 2, \dots, p$);

$$\hat{\theta}_i(t) = \hat{\theta}_i(t-1) + K(t)[y_i(t) - \bar{x}_2^T(t-k)\hat{\theta}_i(t-1)], \quad (4.21)$$

$$K(t) = P(t-1)\bar{x}_2(t-k)[\rho + \bar{x}_2^T(t-k)P(t-1)\bar{x}_2(t-k)]^{-1}, \quad (4.22)$$

$$P(t) = P(t-1)[I - \bar{x}_2(t-k)K^T(t)]/\rho, \quad 0.9 < \rho \leq 1, \quad (4.23)$$

这里 $\bar{x}_2(t) \triangleq [u^T(t), \dots, u^T(t-n_l); y^T(t), \dots, y^T(t-n_g); \bar{y}^T(t+k-1|t-1), \dots,$

$$\bar{y}^T(t+k-n_c|t-n_c)]^T. \quad (4.24)$$

而验后估计 $\bar{y}(t+k-i|t-i)$ 由下式得到

$$\bar{y}(t|t-k) = \hat{\Theta}^T(t)\bar{x}_2(t-k). \quad (4.25)$$

为了在控制算法实现时有效地克服计算机字长限制以及数值累积误差, 可以采用改进的平方根滤波算法, 详细的算法可见[1]。这里就不赘述。下面我们列出完整的算法:

- (1) 离线准备: 给定 n_a 、 n_b 、 n_c 和 k , 以及 $y_i(t)$ 。选择加权因子 $P(z^{-1})$ 、 $R(z^{-1})$ 、 $Q(z^{-1})$ 。设定参数矩阵 Θ , 数据向量 $\bar{x}_2(t)$ 以及 $u_f(t-1)$ 、 $y_f(t)$ 的初值。
- (2) 在线递推自适应控制算法:
 - (a) 读入新的数据 $y(t)$, 形成 $\phi(t) = P(z^{-1})y(t)$ (当 $P(z^{-1}) = I_{p \times p}$ 时, $\phi(t) = y(t)$)。
 - (b) 按 (4.24) (4.25) 构成数据向量。
 - (c) 基于 (4.21) ~ (4.23) 估计 $\hat{L}(z^{-1})$ 、 $\hat{\tilde{G}}(z^{-1})$ 、 $\hat{H}(z^{-1})$ 的参数 ($i=1, \dots, p$)。
 - (d) 利用 (4.15), 从 $\hat{H}(z^{-1})$ 求出 $\hat{C}(z^{-1})$, 代入 (4.9), 结合 $\hat{L}(z^{-1})$ 求出 $\hat{H}_2(z^{-1})$ 。并根据给定 $Q(z^{-1})$, 计算 $H_3(z^{-1})$ 。
 - (e) 将 $\hat{H}(z^{-1})$ 、 $\hat{H}_2(z^{-1})$ 、 $\hat{\tilde{G}}(z^{-1})$ 代入 (4.13)、(4.14) 递推求解 $u_f(t-1)$ 、 $y_f(t)$ 。
 - (f) 根据求出的 $u_f(t-1)$ 、 $y_f(t)$ 和 $H_3(z^{-1})$, 代入 (4.12), 计算 $u(t)$ 。

1 期

(g) $t=t+1$, 返回 (a)。

注1: 算法 (I)、(II) 均是通过构造可逆的方阵 A_1 、 A_2 (通过选择 Q_0 , 使 $Q_0^T Q_0 > 0$), 使 (3.11) 或 (4.12) 的控制律可以递推求解。而无需对 B_0 求逆。故不必象以往算法那样假设 $m=p$, 且 $\det B_0 \neq 0$ 。

注2: 通过引入稳定的滤波器 $\tilde{C}^{-1}(z^{-1})$, 对广义输入 $H_2(z^{-1})u(t-1)$ 、广义输出 $\tilde{G}(z^{-1})y(t)$ 进行滤波, 解决了因输入/输出维数任意时, $C^{-1}(z^{-1})$ 存在于 (4.6) 式中而造成无法递推求解控制律 $u(t)$ 的困难。而求解 $u(t)$ 所需的 $u_f(t-1)$ 、 $y_f(t)$ 信号由于 $\tilde{C}(z^{-1})$ 为稳定多项式, 故总可以由 (4.13)、(4.14) 来递推地求解得到。

注3: 对 $P(z^{-1})$ 、 $R(z^{-1})$ 为一般的多项式矩阵, 通过引入一套适当的多项式矩阵关系式, 也可以建立类似于算法 II 的通用算法, 这里就不再详细推导。

五、仿 真 检 验

本节将通过两个例子来验证本文给出的两种算法的可行性。

例1 考虑开环不稳定的三输入/二输出系统

$$y(t) + A_1 y(t-1) = B_0 u(t-2) + e(t),$$

$$\text{其中 } A_1 = \begin{bmatrix} -0.9 & 0.5 \\ 0.5 & -0.2 \end{bmatrix}, \quad B_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0.75 & 0.5 \\ -2 & -1.5 & -1 \end{bmatrix}, \quad 1 = \text{rank } B_0 < p$$

$$= 2, e(t) \text{ 为有色噪声, 满足 } e(t) + \begin{bmatrix} 0.2 & 0.4 \\ -0.2 & 0.8 \end{bmatrix} e(t-1) + \begin{bmatrix} -0.04 & 0.4 \\ -0.2 & 0.56 \end{bmatrix} e(t-2)$$

$= \xi(t)$ 。这里 $\xi(t)$ 为白噪声, $E[\xi(t)] = 0$, $E[\xi(t)\xi^T(t)] = 0.1I_{2 \times 2}$ 。图1给出了采用本文第三节的算法时的仿真结果。此时 $P(z^{-1}) = R(z^{-1}) = I_{2 \times 2}$, $Q(z^{-1}) = 0.025I_{3 \times 3} - 0.025I_{3 \times 3}z^{-1}$ 。[1]曾指出对于 $m > p$, $\text{rank } B_0 < p$ 的系统, 许多算法是无效的, 这种系统也是一类较难控制的系统, 但采用本文的算法, 控制算法、参数估计十几步就收敛到真值, 系统输出值很好地跟踪上了参考信号值。且由于 $W(z^{-1})$ 的低阶性, 因而算法在线计算量小。仿真证明此算法对随机的 ADIADO 系统, 具有良好控制效果。显然对于 $m \leq p$ 系统, 算法也适用, 仿真结果略。

例2 考虑一个单输入/双输出系统

$$y(t) + \sum_{i=1}^4 A_i y(t-i) = \sum_{i=0}^2 B_i u(t-2-i) + \sum_{i=0}^2 C_i \xi(t-i),$$

$$\text{这里 } A_1 = \begin{bmatrix} 0.7 & 0.6 \\ 0.5 & -0.2 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0.47 & -0.54 \\ 0.7 & 0.18 \end{bmatrix}, \quad A_3 = \begin{bmatrix} 0.455 & 0.486 \\ 0.155 & 0.162 \end{bmatrix},$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} -0.117 & -0.07 \\ -0.063 & -0.51 \end{bmatrix}, \quad B_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1.75 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} -0.5 \\ -0.1 \end{bmatrix},$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} -0.3 \\ -0.4 \end{bmatrix}, \quad C_1 = \begin{bmatrix} -0.3 & -0.5 \\ 0.7 & 0.5 \end{bmatrix}, \quad C_2 = \begin{bmatrix} -0.45 & -0.05 \\ 0.07 & -0.84 \end{bmatrix},$$

$C_0 = I_{2 \times 2}$, $E[\xi(t)] = 0$, $E[\xi(t)\xi^T(t)] = 0.2I_{2 \times 2}$. 在[1]中曾用级数展开逼近算法进行仿真, 这里采用算法(II), 取 $P(z^{-1}) = I_{2 \times 2} = R(z^{-1})$, $Q(z^{-1}) = 0.01 - 0.01z^{-1}$. $u_f(-2) = y_f(-1) = 0$. 仿真结果见图2. 仿真表明, 无论 $u_f(t-1)$, $y_f(t)$ 的初值如何选择(只要有限值), 都不影响(4.13)、(4.14)递推算法收敛性, 而适当选取 $Q(z^{-1})$ 总能保证闭环系统稳定且算法(II)可以对(2.1)系统实现良好的控制. 对 $m > p$, $m = p$ 的仿真结果也证明了算法(II)的有效性. (略)

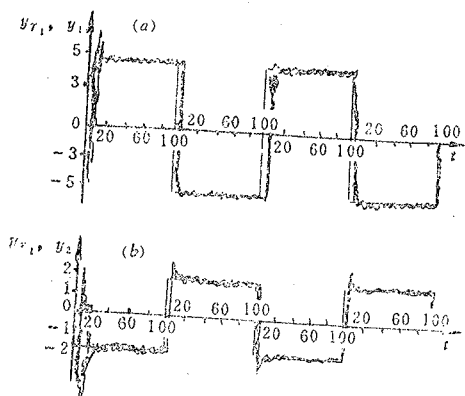


图 1

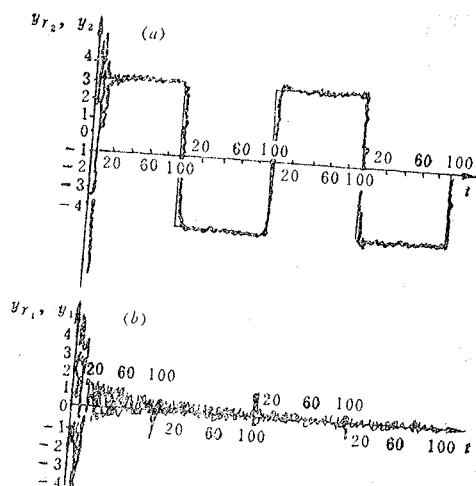


图 2

六、结 论

本文给出的算法(I)是利用输入/输出等价的思想, 把(2.1)的系统(ADIADO)的自适应控制问题等效为(3.4)、(3.5)的随机系统来处理. 算法(II)则是对广义输入、输出信号引入稳定的滤波器, 直接对(2.1)的ADIADO随机系统给出了一种有效的自适应控制方案. 两种算法的仿真实验都表明它们具有参数估计数目少, 在线计算量小的特点, 并具有很好的控制效果. 本文算法(I)、(II)不仅能取代以前各种多变量算法处理 $m = p$ 且 $\det B_0 \neq 0$ 的系统, 而且还能处理以前算法所无法处理的 $m \neq p$ 或 B_0 为任意非 0 的 $p \times m$ 维矩阵以及 $m = p$ 且 $\det B_0 = 0$ 的随机系统.

参 考 文 献

- [1] Lin Wei and Liu Meihua, Self-Tuning Controllers with Input and Output of Arbitrary Dimensions, IASTED Int. Symp. On

- Identification and Pattern Recognition, Toulouse, France, Paper, (1986), 385—400.
- [2] Dugard, L. and J. M. Dion, Direct Adaptive Control for Linear Multivariable Systems, Int. J. Control, 42, 6, (1985), 1251—1281.
- [3] Clarke, D. W., Generalised Least—Squares Estimation of Parameters of a Dynamic Model, IFAC Symp. Identification in Automatic Control Systems, Paper, (1967), 3—17.
- [4] Åström, K. J., Introduction to Stochastic Control Theory, Academic Press, (1970).

Multivariable Adaptive Control—with Arbitrary Dimension of Input and Output

Lin Wei

(Department of Mathematics, Fudan University, Shanghai)

Liu Meihua

(Department of Automatic Control, Changsha Institute of Technology)

Abstract

Based on [1], for control of randomly disturbed systems with arbitrary dimension input and arbitrary dimension output (ADIADO), in this paper, two adaptive control algorithms are developed by whitening the color noise and by filtering the generalised input and output. These algorithms have fewer parameters to be estimated and smaller amount of computations. Several simulation examples are presented to demonstrate the effectiveness and applicability.