

自适应鲁棒控制系统——稳定性和鲁棒性

王 宏

(华中工学院电力工程系, 武汉)

摘 要

本文以目前发展较快的自适应控制和鲁棒控制为基础, 提出了一种将两者结合起来的自适应鲁棒控制系统。文中首先利用参考模型和可调系统匹配的条件推出了自适应规律, 然后研究了该自适应律用于实际系统时的稳定性和鲁棒性。理论分析及应用的结果表明, 这种自适应鲁棒控制系统的动态品质和鲁棒性优于参考模型自适应控制系统和鲁棒控制系统, 有一定的应用价值。

一、自适应规律的确定

设被控对象结构已知的部分由下式表示

$$P^*: \quad \dot{x}_p = A_p x_p + B_p u_p + E_p d, \quad (1)$$

$$y_p = C_{pm} x_p + F_p v, \quad (2)$$

其中 $x_p \in R^n$, $u_p, y_p \in R^m$ 分别是状态、控制量和可测输出。 $d \in R^m$, $v \in R^m$ 为不可测干扰。 A_p, B_p, E_p 和 F_p 为未知矩阵, C_{pm} 为已知。鲁棒控制器如下

a) 伺服补偿器

$$\dot{\xi} = \Omega \xi + \theta e_p; \quad ((\Omega, \theta) \text{ 可控}) \quad (3)$$

$$e_p = y_r - y_p, \quad \xi \in R^l, \quad (4)$$

其中 y_r 为给定, Ω 和 θ 的确定见文献[1]。

b) 镇定补偿器

$$\dot{\eta} = A_0 \eta + A_1 \xi + A_2 u_p + A_3 y_p; \quad \eta \in R^q \quad (5)$$

而 $A_i (i=0, 1, 2, 3)$ 的确定参见文献[1]。

控制量 u_p 为

$$u_p = K_1 \xi + K_2 \eta + K_3 y_p + L y_r, \quad (6)$$

其中 $K_i (i=1, 2, 3)$ 和 L 为自适应增益矩阵。

在理想状态下, 不考虑 d 和 v 的影响, 将式(1)~(5)合并可得可调系统的状态方程为

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_p \\ \dot{\xi} \\ \dot{\eta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_p & 0 & 0 \\ -\theta C_{pm} & \Omega & 0 \\ A_3 C_{pm} & A_1 & A_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_p \\ \xi \\ \eta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ A_2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_p \\ u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \bar{y}_r$$

$$= A_\Sigma x_\Sigma + B_\Sigma u_\Sigma + E_\Sigma \bar{y}_r, \quad (7)$$

其中 u_1 和 u_2 是伪输入, $\bar{y}_r = [y_r^T, 0, 0]^T \in R^{m+l+q}$, $u_1 \in R^l$, $u_2 \in R^q$. 而可测输出为

$$y_m = \begin{pmatrix} y_p \\ \xi \\ \eta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{pm} & 0 & 0 \\ 0 & I_l & 0 \\ 0 & 0 & I_q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_p \\ \xi \\ \eta \end{pmatrix} = C_\Sigma^m x_\Sigma, \quad (8)$$

将 u_Σ 表示成

$$u_\Sigma = \begin{pmatrix} K_3 & K_1 & K_2 \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{pmatrix} y_m + \begin{pmatrix} L & L_{12} & L_{13} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} \end{pmatrix} \bar{y}_r = L_\Sigma (K_\Sigma y_m + \bar{y}_r) \quad (9)$$

取参考模型为

$$\begin{cases} \dot{x}_\Sigma^m = A_\Sigma^m x_\Sigma^m + (B_\Sigma^m + E_\Sigma) \bar{y}_r \\ \dot{y}_\Sigma^m = C_\Sigma^m x_\Sigma^m \end{cases} \quad (10)$$

则当可调系统与模型完全匹配时, 自适应规律是

$$\dot{\Phi} = [-\dot{K}_\Sigma, \dot{L}_\Sigma^{-1}] = -f(t)\Sigma\Phi - Te_m Z^T, \quad (11)$$

其中 $e_m = y_\Sigma^m - y_m = C_\Sigma^m(x_\Sigma^m - x_\Sigma)$, $Z^T = [y_m^T, u_\Sigma^T]$, T 和 Σ 为正定对称矩阵, 而 $f(t)$ 为非负函数且满足

$$\int_0^{+\infty} f(t) e^{\eta_0 t} dt < +\infty; \quad (\eta_0 > 0) \quad (12)$$

关于稳定性可有下列定理:

定理 1 当自适应规律 (11) 用于被控对象 (1)~(2) 时, (e_m, Φ) 一致有界且

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_m = 0.$$

证 略.

二、鲁棒性定理

定义 1 设 $x(t): [0, +\infty) \rightarrow R^{M \times N}$, 则空间 $L_{pe}^{M \times N}$ 和 $L_p^{M \times N}$ 定义为

$$L_{pe}^{M \times N} \triangleq \{x(t): [0, T] \rightarrow R^{M \times N} \mid \|x\|_{Tp} < +\infty\}, \quad (13)$$

$$\|x\|_{Tp} \triangleq \begin{cases} \left\{ \int_0^T [\sigma(x)^T \sigma(x)]^{p/2} dt \right\}^{1/p}, & p \in [1, +\infty), \\ \sup_{t \in [0, T]} [\sigma(x)^T \sigma(x)]^{1/2} = \sup_{t \in [0, T]} |\sigma(x)|, & p = +\infty, \end{cases}$$

$$L_p^{M \times N} \triangleq \{x(t) : [0, +\infty) \rightarrow R^{M \times N} \mid \|x\|_p < +\infty\}, \quad (14)$$

$$\|x\|_p \triangleq \lim_{T \rightarrow \infty} \|x\|_{Tp}. \quad (15)$$

而对 $\forall x, y \in L_{2e}^{M \times N}$, 其内积定义为

$$\langle x, y \rangle_T \triangleq \int_0^T \sigma(x)^T \sigma(y) dt, \quad \|x\|_{T2} = \langle x, x \rangle_T^{1/2}. \quad (16)$$

且记 $L_p^{M \times 1} = L_p^M$, $L_{pe}^{M \times 1} = L_{pe}^M$. 其中 σ 为矩阵到向量的 Kronecker 线性变换.

定义 2 $\forall x \in R^{M \times N}$ 为充分激励, 是指存在 a_1 、 a_2 和 a_3 , 使得对 $\forall s \in R_+$ 有

$$a_1 I_M \leq \int_s^{s+a_3} x x^T dt \leq a_2 I_M \quad (a_i > 0; i = 1, 2, 3) \quad (17)$$

且记 $x \in PE$.

引理 1 若 G 正实或严正实且 $Z \in PE$, 则方程

$$\dot{\Theta} = -G\Theta Z Z^T + W; \quad \Theta \in R^{M \times N}; \quad Z \in R^N \quad (18)$$

指数稳定.

证 设 G 的最小实现为 $G = D + C(sI - A)^{-1}B$, 则方程 (18) 可表示成

$$\sigma(\dot{\Theta}) = -(D \otimes Z Z^T) \sigma(\Theta) + (C \otimes Z) x; \quad (19)$$

$$\dot{x} = Ax + (B \otimes Z^T) \sigma(\Theta); \quad (\otimes \text{ 为 Kronecker 积}) \quad (20)$$

由文献[2]可知方程 (18) 是指数稳定的.

设实际被控对象为

$$P = (I + \Delta)P^*, \quad (21)$$

其中 P^* 为由式 (1) 和 (2) 表示的传递矩阵, Δ 为对象的结构未知部分, 则整个系统的结构如图 1 所示. 图中 P_x 为由 P 和控制器的非在线调整部分组成. 记 $\hat{\Phi} = [-K$,

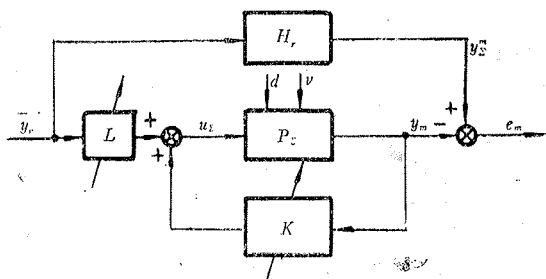


图 1

$L^{-1}]$, 定义 $H(\hat{\Phi}): (\bar{y}_r, d, v) \rightarrow e_m$, 且对任意 $(\bar{y}_r, d, v)$, 定义调节增益 Φ^* 和调节误差 e_m^* 为

$$\|H(\Phi^*)W\| \leq \|H(\hat{\Phi})W\|, \quad e_m^* = H(\Phi^*)W, \quad (22)$$

其中 $W = (\bar{y}_r, d, v)$. 记 $\Theta = \Phi^* - \hat{\Phi}$, $V = \Theta Z$, $M = m + l + q$ 及 $N = 2M$, 则 $\dot{\Theta} = -f(t)\Sigma\Theta + Te_m Z^T + f(t)\Sigma\Phi^*$ 及 $\Sigma > 0$, $\int_0^{+\infty} f(t)dt < +\infty$. 定义算子 $H_I: (W, V) \rightarrow (e_m, Z)$, 则有

$$\begin{bmatrix} e_m \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{ew} & -H_{ev} \\ H_{zw} & -H_{zv} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W \\ V \end{bmatrix}, \quad (23)$$

当 $\Theta = 0$ 及 $V = 0$ 时有 $e_m^* = H_{ew}W$ 及 $Z^* = H_{zw}W$, 所以上式可写成

$$e_m = e_m^* - H_{ev}V; \quad Z = Z^* - H_{zv}V. \quad (24)$$

那么我们有列关于稳定性和鲁棒性的定理。

定理 2 设系统满足 1°. $(e_m, V, Z, \Theta) \in L_\infty$; 2°. H_{zw} 稳定; 3°. H_{ev} 正实, 那么

i) 若 $(e_m^*, \dot{e}_m^*) \in L_2^M \cap L_\infty^M$ 和 $(Z^*, \dot{Z}^*) \in L_2^N$, 则 1°. $(\Theta, \ddot{\Theta}) \in L_\infty^{M \times N}$, $\dot{\Theta} \in L_2^{M \times N} \cap L_\infty^{M \times N}$ 且 $\dot{\Theta} \rightarrow 0$; 2°. $e_m \in L_2^M \cap L_\infty^M$, $\dot{e}_m \in L_\infty^M$ 及 $e_m - e_m^* \rightarrow 0$; 3°. $V \in L_2^M \cap L_\infty^M$, $\dot{V} \in L_\infty^M$ 且 $V \rightarrow 0$; 4°. $(Z, \dot{Z}) \in L_\infty^N$, $(Z - Z^*, \dot{Z} - \dot{Z}^*) \in L_2^N \cap L_\infty^N$ 且 $\lim_{t \rightarrow \infty} (Z - Z^*) = 0$; 5°. 若 $e_m^* = 0$ 且 $Z^* \in PE$, 则 $\lim_{t \rightarrow \infty} (\Theta, \dot{\Theta}, e_m, V, Z - Z^*) = 0(\exp)$. (exp 表示依指数收敛之意). ii) 若 $(e_m^*, \dot{e}_m^*) \in L_\infty^M$ 及 $(Z^*, \dot{Z}^*) \in L_\infty^N$, 则 1°. $Z \in L_\infty^N$; 2°. 若 $Z \in PE$, 则 $(\Theta, \dot{\Theta}, e_m, \dot{e}_m, V, \dot{V}, Z) \in L_\infty$.

定理 3 若定理 2 中的条件 3° 改为 H_{ev} 为严格有理且正实, 则有

i) 若 $(e_m^*, \dot{e}_m^*) \in L_2^M \cap L_\infty^M (\Rightarrow e_m^* \rightarrow 0)$ 及 $(Z^*, \dot{Z}^*) \in L_\infty^N$, 则 1°. $(\Theta, \ddot{\Theta}) \in L_\infty^{M \times N}$, $\dot{\Theta} \in L_2^{M \times N} \cap L_\infty^{M \times N}$ 且 $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\Theta} = 0$; 2°. $e_m \in L_2^M \cap L_\infty^M$, $\dot{e}_m \in L_\infty^M$, $\lim_{t \rightarrow \infty} (e_m - e_m^*) = 0$; 3°. $(V, \dot{V}) \in L_\infty^M$; 4°. $(Z, \dot{Z}) \in L_\infty^N$, $(Z - Z^*, \dot{Z} - \dot{Z}^*) \in L_2^N \cap L_\infty^N$ 且 $\lim_{t \rightarrow \infty} (Z - Z^*) = 0(\exp)$; 5°. 若又有 $e_m^* = 0$ 及 $Z^* \in PE$, 则 $\lim_{t \rightarrow \infty} (\Theta, V) = 0(\exp)$.

ii) 若 $(e_m^*, \dot{e}_m^*) \in L_\infty^M$ 且 $(Z^*, \dot{Z}^*) \in L_\infty^N$, 则 1°. $Z \in L_\infty^N$; 2°. 若 $Z \in PE$, 则 $\Theta, \dot{\Theta}$,

$\dot{e}_m, \dot{V}, \dot{\bar{V}}$ 和 $\dot{\bar{Z}}$ 均属于 L_∞ .

定理 2 和定理 3 的证明因篇幅有限而从略.

三、在水轮机调速中的应用

水轮机的模型为

$$\dot{x}_p = \begin{bmatrix} -\lambda_1 & \lambda_2 \\ 0 & -\lambda_3 \end{bmatrix} x_p + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} u_p + \begin{bmatrix} f_1 \\ 0 \end{bmatrix} d; \quad y_p = [1, 0] x_p, \quad (25)$$

其中 y_p 为转速, λ_i 、 b_i 和 f_1 为未知参数, 伺服补偿器和镇定补偿器分别为

$$\dot{\xi} = e_p; \quad K_1(0) = 1.2, \quad (26)$$

$$\dot{\eta} = -2\eta + u_p - 0.05y_p + 0.1\xi; \quad K_2(0) = -0.624, \quad (27)$$

参考模型为

$$\dot{x}_m = \begin{bmatrix} -2 & 1.5 & -0.32 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -0.2 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -4 \end{bmatrix} x_m + \begin{bmatrix} -1.5 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} y_r; \quad (28)$$

$$y_r = 1(t); \quad L(0) = 0.032; \quad K_3(0) = -0.042. \quad (29)$$

$$y_m = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x_m. \quad (30)$$

现场实验时, 我们用两台微处理机来实现实时控制, 硬件结构如图 2 所示, 实验结果示于图 3~图 4 之中.

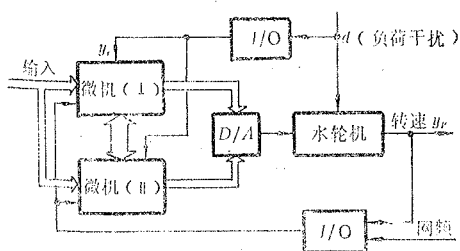


图 2

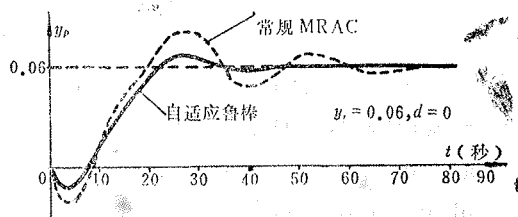


图 3

从上面诸图的结果可进一步看出, 本文第一部分中的自适应鲁棒控制可使系统的性能得到改善.

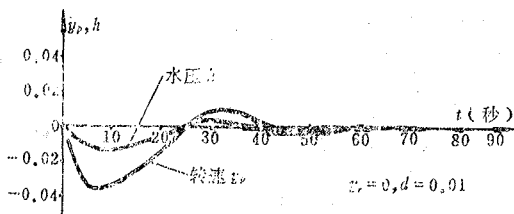


图 4

四、结 论

将自适应控制和鲁棒控制结合, 可得到性能优良的一类控制器。该控制器的设计虽然是基于被控对象结构已知部分来进行的, 但当其用于实际系统时, 在一定的条件下仍可使系统具有良好的性能。此外, 初步的应用结果表明: 本文给出的自适应鲁棒控制规律可使系统的动态性能及鲁棒性均优于常规的 MRAS 和 Robust 控制系统。

参 考 文 献

- [1] Davison, E. J., The Robust Control of a Servomechanism Problem for Linear Time-invariant Multivariable Systems, IEEE Trans, AC-21, 2, (1976), 25-34.
- [2] Anderson, B. D. O., Exponential Stability of Linear Equations Arising in Adaptive Identification, IEEE Trans, AC-22, 1, (1977), 83-88.
- [3] 王宏, 自适应水轮机调速器研究, 水电能源科学, 4, 2, (1986), 163-167.

Adaptive Robust Control System: Stability and Robustness

Wang Hong

(Department of Electrical Power Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan)

Abstract

This paper presents a new control scheme which combines the recently developed adaptive control with robust control. At first, an adaptive law is obtained based on the reduced model of the plant, and then it is used in the real plant. The stability and robustness of the whole system are analysed and it is shown that the stability and the robustness of the real control system are desirable and are better than normal model reference adaptive control systems and robust control systems.