

具有鲁棒结构的多变量协调控制系统

韦子枝 田彦涛

关 键

(吉林工业大学电子工程系, 长春)

(长春汽车研究所)

摘 要

本文从线性模型跟踪控制和 Davison 的鲁棒伺服控制的基本概念出发, 提出了一种具有鲁棒结构的多变量模型参考协调控制系统。当某些子过程的模型与参考模型相互不匹配, 或子系统的参数产生摄动时, 本文提出的协调控制系统仍具有满意的动态特性和渐近协调性, 表现了极强的鲁棒性。对于某类干扰作用, 系统具有很强的抗扰能力。

一、引 言

近年来, 由于实际应用及理论发展的需要, 人们对多变量过程控制系统的协调控制做了许多研究工作, 取得了较大的进展^[1-6]。

一般地, 一个多变量过程控制问题可以分解为多个子系统。文[6]通过引入一个参考模型, 并利用各子系统构成参考模型的状态观测器, 实现了各子系统输出之间的协调控制。然而, [6]中只考虑了参考模型与各子系统模型完全相同的情况。但是, 在实际系统中, 由于工艺特点及系统的复杂性, 各子系统的模型与参考模型往往不匹配。另外, 各子系统的结构和参数经常产生波动。这样, 可能会影响协调控制系统的稳定性和动态特性。为此, 本文从线性模型跟踪控制^[2,7]和 Davison 的鲁棒伺服控制^[8]的基本概念出发, 提出了一种具有鲁棒结构的多变量模型参考协调控制系统, 并证明了保证协调控制系统鲁棒稳定性的充要条件。

二、模 型 的 建 立

考虑过程控制问题 P 。假设 P 可以描述为如下的 l 个子过程 P_i :

$$P_i: \begin{cases} \dot{x}_i = A_i x_i + b_i u_i + h_i \omega_i, \\ y_i = c_i x_i, \quad i = 1, 2, \dots, l \end{cases} \quad (1)$$

其中 $x_i \in R^{n_i}$, $u_i \in R$, $y_i \in R$, $\omega_i \in R^{m_i}$ 为过程 P_i 的干扰向量, 其满足方程

$$\begin{cases} \dot{z}_i = \alpha_i z_i, \\ \omega_i = \gamma_i z_i, \quad i = 1, 2, \dots, l \end{cases} \quad (2)$$

其中 $z_i \in R^{m_i}$, (α_i, γ_i) 可观测。

根据系统性能要求, 构造参考模型如下

$$P_m: \begin{cases} \dot{x}_m = A_m x_m + b_m u_m, \\ y_m = c_m x_m, \end{cases} \quad (3)$$

其中 $x_m \in R^m$, $u_m \in R$, $y_m \in R$. u_m 为协调控制系统的输入. 设 u_m 满足方程

$$\begin{cases} \dot{v} = \alpha_m v, \\ u_m = \gamma_m v, \end{cases} \quad (4)$$

其中 $v \in R^{m_v}$, (α_m, γ_m) 可测. 一般地, 可以选择子过程 P_i 的控制器结构及参数, 使各子过程的阶数与参考模型的阶数相同, 即 $n_i = m (i = 1, 2, \dots, l)$.

记 $M_i(s)$ 为 α_i 和 α_m 特征多项式的最小公倍式, 且有

$$\begin{aligned} M_i(s) &= s^{q_i} + \delta_{i,1} s^{q_i-1} + \dots + \delta_{i,q_i-1} s + \delta_{i,q_i}, \\ &= \prod_{k=1}^{q_i} (s + \lambda_{ik}), \quad i = 1, 2, \dots, l. \end{aligned} \quad (5)$$

其中 $-\lambda_{ik} (k = 1, 2, \dots, q_i)$ 为多项式 $M_i(s)$ 的根. 一般地, $-\lambda_{ik}$ 均位于 s 的右半平面, 即为不稳定振型. 用 A_i 表示 $M_i(s)$ 的特征矩阵, 则

$$A_i = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\delta_{i,q_i} & -\delta_{i,q_i-1} & -\delta_{i,q_i-2} & \dots & -\delta_{i,1} \end{pmatrix} \quad (i = 1, 2, \dots, l) \quad (6)$$

协调控制问题, 就是寻求协调控制器, 使得各子过程的输出 $y_i(t) (i = 1, 2, \dots, l)$ 按照给定的比例关系协调运行.

三、主要结果

定义 1 ^[7] $\tilde{x}_i(t) = x_m(t) - x_i(t)$,
 $e_i(t) = y_m(t) - y_i(t)$, $i = 1, 2, \dots, l$

称为系统(1)、(3)的广义状态误差和广义输出误差.

定义 2 若对 $\forall |e_i(0)| < \infty$, 有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_i(t) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, l \quad (7)$$

则称系统(1)、(3)具有渐近协调性.

定义 3 对于系统(1)~(4), 假设子过程 P_i 的参数发生变化, 即 $A_i \rightarrow A_i + \Delta A_i$, $b_i \rightarrow b_i + \Delta b_i$, $c_i \rightarrow c_i + \Delta c_i$. 若存在有界正数 ε , 只要 $\|\Delta A_i\|$ 、 $\|\Delta b_i\|$ 和 $\|\Delta c_i\|$ 在 $[0, \varepsilon]$ 域内, 系统仍具有渐近协调性, 则称这种协调控制系统为具有鲁棒结构的协调控制系统.

对于系统(1)~(4), 我们有如下的协调控制算法 A_i :

$$\begin{cases} u_i(t) = u_m(t) + K_{i0}\eta_i(t) + K_{i1}\tilde{x}_i(t), \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} \dot{\eta}_i(t) = A_i\eta_i(t) + \beta_i e_i(t), \\ \beta_i = (0 \ 0 \ 0 \ \cdots 0 \ 1)^T, \quad (i=1, 2, \cdots, l) \end{cases} \quad (9)$$

其中 K_{i0} 和 K_{i1} 为适当维数的补偿阵. 此时, 协调控制系统结构如图1.

定理 1 考虑系统 (1) ~ (4). 如果

1° (A_m, b_m, c_m) 和 (A_i, b_i, c_i) 能控能观;

2° $\text{rank}(A_i - \lambda_{ik}I) = n_i$

$$\begin{pmatrix} i=1, 2, \cdots, l \\ k=1, 2, \cdots, q_i \end{pmatrix}$$

且采用协调控制算法 A, 则图1所示系统即构成具有鲁棒结构的协调控制系统.

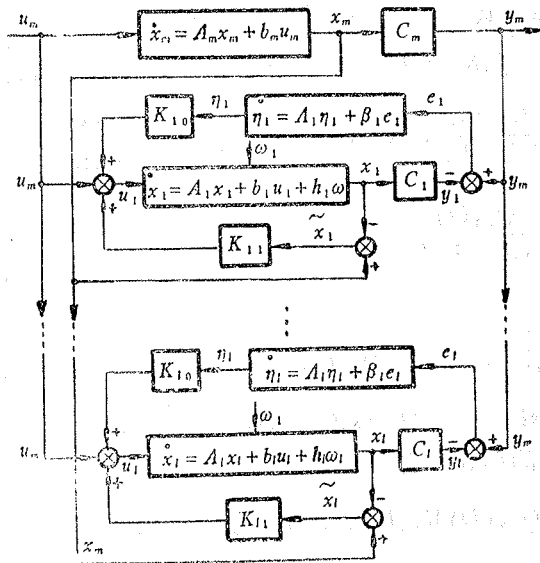


图 1 协调控制系统结构图

证 对于图1所示的多变量协调控制系统, 若参考模型与各子系统完全匹配, 则有 $A_i = A_m$, $b_i = b_m$, $c_i = c_m$, $(i=1, 2, \cdots, l)$. 现假设子过程 P_i 的参数产生摄动, 如设 $A_i = A_m + \Delta A_i$. 由式 (1)、(3) 及定义1可得

$$\dot{\tilde{x}}_i = A_i \tilde{x}_i + b_i u_i^0 - h_i \omega_i - \Delta A_i x_m, \quad (i=1, 2, \cdots, l) \quad (10)$$

其中 $u_i^0 = -K_{i0}\eta_i - K_{i1}\tilde{x}_i$. 将 $-\Delta A_i x_m$ 等效为 P_i 的一项扰动输入, 且设

$$-\Delta A_i x_m = h_{A_i} \omega_{A_i}, \quad (i=1, 2, \cdots, l) \quad (11)$$

由 (3) 式得

$$x_m(s) = (sI - A_m)^{-1} b_m u_m(s), \quad (12)$$

其中 $|sI - A_m|$ 为稳定多项式. 由式 (11) 和 (12) 可知: 由 ΔA_i 而引起的等效扰动 ω_{A_i} 所包含的全部不稳定极点, 即为 $u_m(s)$ 的极点. 因此, 有

$$M_i(D)\omega_{A_i}(t) = 0, \quad (i=1, 2, \dots, l) \quad (13)$$

其中 $M_i(D)$ 的定义如 (5) 式, D 为微分算子.

现在仅考虑 $h_{A_i}\omega_{A_i}$ 对系统的影响. 令 $K_{i1} = 0$, 方程 (8)、(9) 和 (10) 可得

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_i = A_i \tilde{x}_i + b_i u_i^0 + h_{A_i} \omega_{A_i}, \\ u_i^0 = -K_{i0} \eta_i, \\ \dot{\eta}_i = A_i \eta_i + \beta_i e_i, \end{cases} \quad (i=1, 2, \dots, l). \quad (14)$$

方程 (14) 取拉氏变换并整理得

$$e_i = c_i [sI - A_i]^{-1} [-b_i K_{i0} (sI - A_i)^{-1} \beta_i e_i + h_{A_i} \omega_{A_i}], \quad (i=1, 2, \dots, l) \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \text{设 } c_i (sI - A_i)^{-1} b_i &= \frac{Q_{i1}(s)}{|sI - A_i|}, \quad K_{i0} (sI - A_i)^{-1} \beta_i = \frac{Q_{i2}(s)}{|sI - A_i|}, \quad c_i (sI - A_i)^{-1} h_{A_i} \\ &= \frac{Q_{i3}(s)}{|sI - A_i|}, \end{aligned}$$

代入 (15) 式可得

$$e_i(s) [|sI - A_i| |sI - A_i| + Q_{i1}(s) Q_{i2}(s)] = Q_{i3}(s) |sI - A_i| \omega_{A_i}(s), \quad (16)$$

设 $\Phi_i(s) = |sI - A_i| |sI - A_i| + Q_{i1}(s) Q_{i2}(s)$, 注意到 $|sI - A_i| = M_i(s)$, 代入 (16) 式, 并表示为微分算子的形式, 有

$$\Phi_i(D) e_i(t) = Q_{i3}(D) M_i(D) \omega_{A_i}(t), \quad (i=1, 2, \dots, l) \quad (17)$$

注意到 (13) 式可知, 当 $\Phi_i(D)$ 为稳定多项式时, 有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_i(t) = 0, \quad (i=1, 2, \dots, l)$$

即, 当被控对象参数 A_i 产生摄动时, 只要闭环系统保持稳定, 系统仍具有渐近协调性.

类似地, 可以证明: 协调系统对于 b_i 和 c_i 各元素的摄动, K_{i0} 和 K_{i1} 的摄动等亦具有鲁棒性. 证毕.

从定理1可得如下的推论.

推论 1 只要适当选取参数保证闭环系统稳定, 那么, 即使子过程 P_i 与参考模型 P_m 不匹配, 模型参考协调控制系统仍具有渐近协调性.

定理1表明, 闭环系统的稳定性, 直接决定协调控制系统的鲁棒性. 将图1所示的系统表示为增广矩阵的形式, 即

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_m \\ \dot{x}_i \\ \dot{\eta}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_m & 0 & 0 \\ b_i K_{i1} & A_i - b_i K_{i1} & b_i K_{i0} \\ \beta_i c_m & -\beta_i c_i & A_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_m \\ x_i \\ \eta_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_m \\ b_i \\ 0 \end{bmatrix} u_m, \\ e_i = [c_m \quad -c_i \quad 0] [x_m \quad x_i \quad \eta_i]^T, \quad (i=1, 2, \dots, l) \end{cases} \quad (18)$$

为了保证闭环系统的稳定性, 只需满足

$$\tilde{A}_i = \begin{bmatrix} A_m & 0 & 0 \\ b_i K_{i1} & A_i - b_i K_{i1} & b_i K_{i0} \\ \beta_i c_m & -\beta_i c_i & A_i \end{bmatrix}, \quad (i=1, 2, \dots, l)$$

为稳定性矩阵。

定理 2 对于系统 (18), 若 (A_i, b_i) 能控, 则适当选择 K_{i0} 和 K_{i1} 阵, 可以任意配置闭环系统的极点。

引理 1 设系统 $\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{\eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -\beta c & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ \eta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix} u$, 若 $[A, b]$ 能控, 则

$\left\{ \begin{bmatrix} A & 0 \\ -\beta c & A \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix} \right\}$ 亦能控。其中, A 和 β 的定义同 (9) 式。

利用引理 1 可以直接证明定理 2。从略。

K_{i0} 和 K_{i1} 的具体确定, 可采用极点配置的方法, 使系统具有较大的稳定裕度和最优的动态性能。

四、仿 真 研 究

可以证明, 对于图 1 所示的多变量协调控制系统, 若适当选取 K_{i1} 阵, 并以 $-K_{i1}x_i$ 代替 $\tilde{K}_{i1}x_i$, 系统也能获得良好的稳定性和渐近协调性。此时, 子系统 P_i 的控制输入为

$$u_i(t) = u_m(t) + K_{i0}\eta_i(t) - K_{i1}x_i(t). \quad (19)$$

这样, 本文提出的协调控制算法, 就可以解决子过程 P_i 的阶数与参考模型的阶数不同时的协调控制问题。下面, 以双输入-双输出系统为例, 利用仿真研究来验证这个结论。

考虑参考模型 P_m 和子过程 P_1 和 P_2 的传递函数如下:

$$P_m: \frac{y_m(s)}{u_m(s)} = G_m(s) = \frac{1}{0.2s+1}$$

$$P_1: \frac{y_1(s)}{u_1(s)} = G_1(s) = \frac{1}{0.5s+1}$$

$$P_2: \frac{y_2(s)}{x_2(s)} = G_2(s) = \frac{1}{0.013s^2 + 0.068s + 1}$$

利用算法 (19) 可以构成如下的协调控制系统 (图 2)。

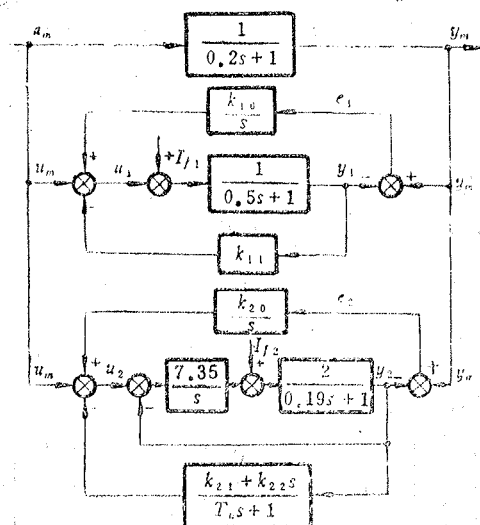


图 2 双输入双输出协调控制系统

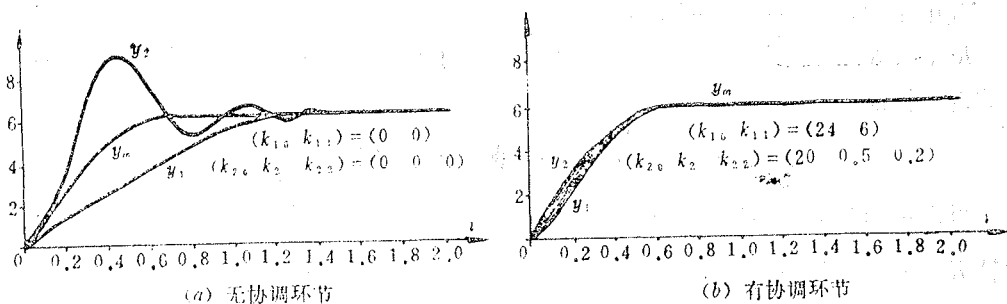


图 3 $u_m = 6.1(t)$ 时双输入双输出协调系统的输出响应

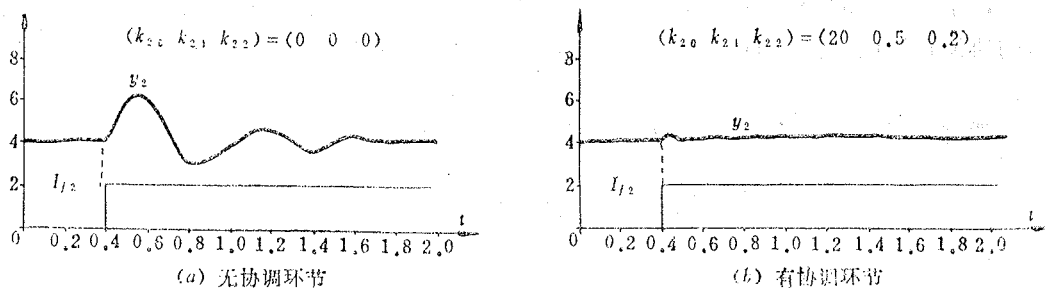


图 4 $I_{f2} = 2.1(t-0.4)$ 时系统的输出响应

为了保证系统具有较大的稳定裕度, 选取参数如下:

$$(k_{10} \quad k_{11}) = (24 \quad 6)$$

$$(k_{20} \quad k_{21} \quad k_{22}) = (20 \quad 0.5 \quad 0.2)$$

对于 $u_m = 6.1(t)$, 图3给出了系统的输出响应曲线.

当干扰 $I_{f2} = 2.1(t-0.4)$ 作用于子系统 P_2 时, 系统的输出响应如图4. 仿真结果表明, 模型参考协调控制系统具有极强的协调性、抗扰性和鲁棒性.

五、结 论

本文提出的具有鲁棒结构的模型参考协调控制系统, 为多变量协调控制问题提供了一个新途径. 分析及仿真结果表明, 即使各子系统模型与参考模型的结构相互不匹配, 或各子系统的参数产生摄动, 系统仍具有希望的动态性能及渐近协调性. 协调控制算法简单, 可以在工程中推广应用.

参 考 文 献

- [1] 涂序彦, 多变量协调控制, 第一届国际自动化学术会议论文集, 上海科学技术出版社, (1963), 1—16.
- [2] Morse, A. S., Structure and Design of Linear Model Following Control Systems, IEEE Trans. on AC-18, (1973), 346—354.
- [3] 钱学森、宋健, 工程控制论, 科学出版社, 北京, (1980).
- [4] 施志诚、高为炳, 大系统的动态递阶控制, 自动化学报, 13:2, (1987), 111—113.
- [5] 韦子枝、田彦涛, 基于状态观测器理论构成的直流自动协调系统, 电气自动化, 5, (1985), 14—17.
- [6] 田彦涛, 具有高稳速精度的模型参考自动协调系统, 河北机电学院学报, 2, (1986), 30—35.
- [7] Landau, I. D., Adaptive Control—Model Reference Approach, Marcel Dekker, New York, (1979).
- [8] Davison, E. J. and Coldnberg, A., The Robust Control of a General Servomechanism Problems; the Servo Compesator, Automatica, 11:5, (1975), 461—471.

Multivariable Coordinated Control Systems with the Robust Structure

Wei Zizhi, Tian Yantao

(Department of Electrical Engineering, Jilin University of Technology, Changchun)

Guan Jian

(Changchun Automotive Research Institute)

Abstract

Based on the idea of the linear model following control and the Davison's robust servo-control, the paper proposes a multivariable model reference coordinated control systems with robust structure. When some subsystems models are not matching with the reference model, or the parameters of the sub-systems produce the perturbations, the coordinated control systems advanced here still have the dynamic characteristic expected and the asymptotical coordination property, that means, the coordinated systems have very strong robustness. For some kind of the disturbance, the systems also have very strong anti-disturbance ability.