

自动调节系统设计的新途径

沈程智

(北京航空学院自动控制系统)

摘 要

本文将现代控制理论中的极点配置原理与经典调节理论中的设计方法结合起来而得到时域内设计高阶自动调节系统的新方法。极点配置方法中的全状态是通过输出及其各阶微分来获得。由于今天电子技术的发展,为这种方法的应用提供了条件。实验结果表明,这种方法是可行的。

一、传递函数的状态空间表示

设某系统的传递函数为

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\beta_n}{s^n + a_1 s^{n-1} + a_2 s^{n-2} + \cdots + a_{n-1} s + a_n},$$

其状态空间表示为

$$\dot{X} = AX + bu,$$

$$Y = CX,$$

其相应的模拟结构图如图1所示。

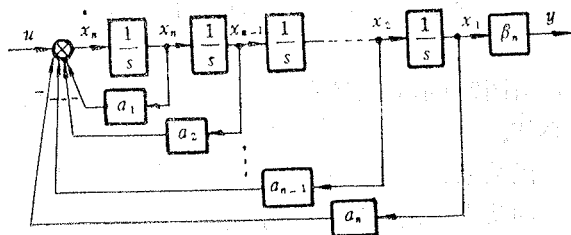


图1 系统模拟结构图

令 $u = v - KX$ 构成状态反馈闭环系统。其中 K 为状态反馈阵。经反馈后闭环系统的状态方程为

$$\dot{X} = (A - bK)X + bv,$$

其闭环特征式为

$$F(s) = \det[sI - (A - bK)].$$

根据希望的闭环系统动态性能的要求,可构造出希望的闭环特征式为

$$\hat{F}(s) = s^n + \hat{a}_1 s^{n-1} + \hat{a}_2 s^{n-2} + \cdots + \hat{a}_{n-1} s + \hat{a}_n, \quad (1)$$

令 $F(s) = \hat{F}(s)$ 可求得 K 阵为

$$\begin{aligned} K &= [k_1 \quad k_2 \quad \cdots k_{n-1} \quad k_n] \\ &= [\hat{a}_n - a_n \quad \cdots \quad \hat{a}_2 - a_2 \quad \hat{a}_1 - a_1]. \end{aligned}$$

状态反馈后闭环系统结构图如图2所示。

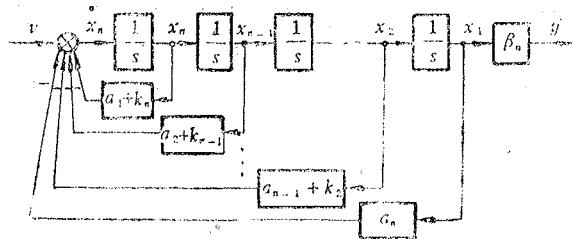


图 2 闭环系统结构图

由图可以看出,要获得希望的闭环特性,需要系统的全状态,所以,必须设法得到 n 个状态 $x_1, x_2, \cdots, x_n$. 获得系统状态可以有多种途径,就目前的情况看来,不论哪种方法都是较烦的。

二、获得系统状态的新途径

要实现系统极点的任意配置,从工程应用的角度来看,关键在于如何以简便可行的方法来获得系统的状态。这里介绍一种在工程上简单可行的方法来获得状态,供参考应用。

从传递函数来看,对图2所示的系统进行简单的等效结构变换后,便可得到图3所示的系统——输出反馈系统。

图3表明,从传递函数来看,它是一个输出反馈系统;从状态空间来看,它是用输出和输出的各阶微分构成的状态反馈系统,也可称之为输出反馈系统。这个结果表明,

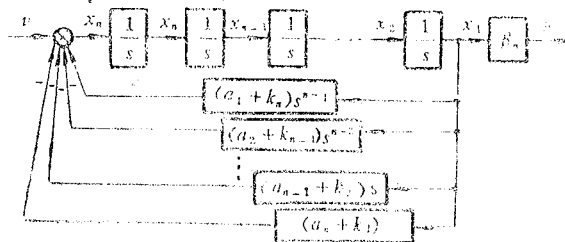


图 3 输出反馈系统

对 n 阶系统来说, 利用它的输出及其一阶、二阶直至 $n-1$ 阶微分而获得 n 个状态变量。这是从另一种技术途径来构造系统的状态。这样的系统是可任意配置极点的。

这种方法是一种打破传统的、对信号忌用微分的做法。由于微电子技术的发展, 高增益、低零位的运算放大器的出现为这种应用提供了条件。此外, 这里是对输出信号进行微分, 一般说来, 输出信号出现在低通滤波器之后, 其强度比较大, 波形也比较光滑, 也为这种方法的应用提供了可能性。从理论上讲, 光滑曲线存在高阶微分, 实际上输出信号的波形不可能理想光滑, 因此高阶微分必然带来噪声, 这就限制了高阶微分应用的可能性。经多次实验表明, 对输出信号进行一次、二次、三次微分是可行的。对于二阶系统进行设计, 其数学模拟与实物模拟结果是一致的, 对于三阶、四阶系统的设计只是在模拟机上进行数学模拟, 获得了较满意的结果。

三、自动调节系统设计的新途径

经典调节理论对控制系统的设计方法是一种试探性的。本文是从现代控制理论中的极点配置原理出发, 参照经典调节理论的设计指标, 在时域内给出一种用经典调节理论设计高阶系统的新途径, 按照这种途径可以得出在设计方法上是唯一的, 所得的结果也是最佳的。

由图2很容易得到状态反馈系统的闭环特征式为

$$F(s) = s^n + (a_1 + k_n)s^{n-1} + \cdots + (a_{n-1} + k_2)s + (a_n + k_1), \quad (2)$$

令 $F(s) = \hat{F}(s)$ 便可求得反馈阵 K

$$K = [\hat{a}_n - a_n \quad \hat{a}_{n-1} - a_{n-1} \quad \cdots \quad \hat{a}_1 - a_1].$$

从状态空间表示来看, 图2的前向通路是由 n 个积分器组成的, 它的各条反馈支路是相应的状态反馈, 其反馈阵是 K 。

如果将图2前向通路的 n 个积分器看成是 n 个积分环节, 那么经结构变换后的系统 (图3) 就是一个地地道道的用传递函数表示的输出反馈系统, 它的闭环特征式与式(2)完全一样, 即

$$F(s) = s^n + (a_1 + k_n)s^{n-1} + \cdots + (a_{n-1} + k_2)s + (a_n + k_1).$$

如果此输出反馈系统的希望的闭环特征式也是 $\hat{F}(s)$, 即

$$\hat{F}(s) = s^n + \hat{a}_1 s^{n-1} + \cdots + \hat{a}_{n-1} s + \hat{a}_n,$$

若令 $F(s) = \hat{F}(s)$ 可求得该输出反馈系统的各反馈系数分别为:

$k_1 = \hat{a}_n - a_n, k_2 = \hat{a}_{n-1} - a_{n-1}, \cdots k_n = \hat{a}_1 - a_1$ 。可见对于同一系统来说, 用经典方法表示的输出反馈系统计算所得到的反馈系数 $k_1, k_2, \cdots k_n$ 与用状态空间方法表示的系统按极点配置原理所得的反馈阵 $K = [k_1 \quad k_2 \quad \cdots \quad k_n]$ 中的元素是完全一样的。从这种意义上来理解, 经典理论中的输出反馈法可以等效于状态反馈法。上面的分析表明了如下事实: 从现代控制理论中的极点配置原理出发, 得到了一种简便的在时域内设计高阶经典调节系统的方法, 这种设计方法可归纳为:

1. 根据所设计系统希望的性能指标(通常给出超调量 $\sigma\%$, 过渡过程时间 t_s , 稳态误差 e_{ss} 等), 用主导极点的概念可计算出该系统一组希望的极点, 从而可确定其希望的闭环特征式 $\hat{F}(s)$.

2. 根据所给系统的传递函数 $G(s)$ 按图3的形式作出其相应的输出反馈系统. 该系统的特征式 $F(s)$ 与式(2)的形式相同.

3. 令 $F(s) = \hat{F}(s)$ 便可求得 $k_1, k_2 \dots k_n$.

这种设计方法简单, 概念直观清楚, 实现方便, 因此, 非控制专业的工程技术人员掌握它是极容易的.

三、设计举例

下面通过一些实例来说明这种方法的应用及其实验结果. 对于二阶系统用这种方法的设计在理论上和实际上都是比较成功的^[3], 对于三阶、四阶系统只是给出了模拟机的实验结果. 此外, 在模拟时, 微分器的选择是一个值得注意的问题. 顺便指出, 所给系统的传递函数 $G(s)$ 中无零点(对于零点尚无一般配置方法), 不失一般性, 并设 $\beta_n = 1$.

1. 三阶系统的设计

给定某系统的传递函数为

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+5)} = \frac{1}{s^3 + 6s^2 + 5s}, \quad \sigma\% = 4.3\%, \quad t_s = 5\text{秒},$$

并设它的第三个极点 $s_3 = 7R_e[s_1]$. 试设计一反馈控制系统满足上述动态指标.

(1) 希望极点的计算

由

$$\sigma\% = e^{-\pi\xi/\sqrt{1-\xi^2}} \quad \text{及} \quad t_s = \frac{3.5}{\omega_n} \quad \text{可算得}$$

$$s_{1,2} = -0.7 \pm j0.7; \quad \text{由 } s_3 = 7R_e[s_1] \text{ 得 } s_3 = 7(-0.7) = -4.9.$$

(2) 希望的闭环特征式

$$\hat{F}(s) = (s-s_1)(s-s_2)(s-s_3) = s^3 + 6.3s^2 + 7.84s + 4.8.$$

(3) 作输出反馈系统并列其闭环特征式

其输出反馈系统的结构图如图4所示. 其闭环特征式为

$$F(s) = s^3 + (6+k_3)s^2 + (5+k_2)s + k_1.$$

(4) 定反馈系数 k_1 、 k_2 和 k_3

令 $F(s) = \hat{F}(s)$ 可求得

$$k_1 = 4.8 - 0 = 4.8, \quad k_2 = 7.84 - 5 = 2.84, \quad k_3 = 6.3 - 6 = 0.3.$$

(5) 模拟机上的实验结果

模拟机上单位阶跃响应的记录仪记录结果如图5所示. 笔录仪表走纸速度1mm/秒,

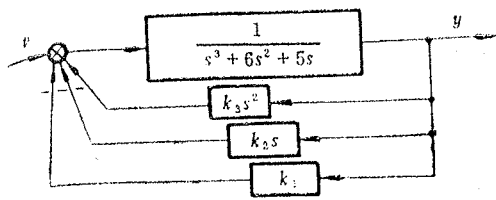


图 4 输出反馈系统

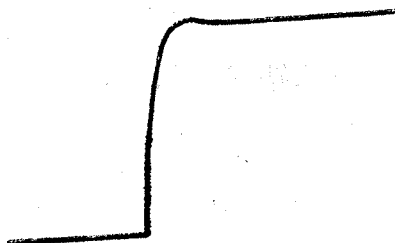


图 5 记录结果

由图上可量得: $\sigma\% = 3.7\%$, $t_s = 4$ 秒。

2. 四阶系统的设计

给定某系统的传递函数为

$$G(s) = \frac{1}{s^2(s+1)(s+5)} = \frac{1}{s^4 + 6s^3 + 5s^2}, \quad \sigma\% = 4.3\%, \quad t_s = 5 \text{秒},$$

且设定 $s_3 = 7Re[s_1]$, $s_4 = 10Re[s_1]$. 试设计一反馈控制系统使其性能指标达到上述要求。

(1) 根据给定条件, 可得希望闭环特征式

$$\begin{aligned} \hat{F}(s) &= (s-s_1)(s-s_2)(s-s_3)(s-s_4) \\ &= s^4 + 13.3s^3 + 51.94s^2 + 59.68s + 33.61. \end{aligned}$$

(2) 输出反馈系统闭环特征式为

$$F(s) = s^4 + (k_4 + 6)s^3 + (k_3 + 5)s^2 + k_2 + k_1.$$

(3) 求输出反馈系数 k_i

令 $F(s) = \hat{F}(s)$ 可求得各反馈系数为 $k_1 = 33.61$, $k_2 = 59.68$, $k_3 = 46.94$, $k_4 = 7.3$.

(4) 模拟机上实验结果

模拟机上单位阶跃响应的记录仪记录结果如图6所示。记录仪走纸的速度 1mm/秒。

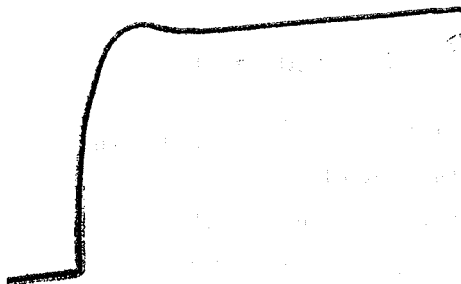


图 6 记录结果

由图上可量得: $\sigma\% = 5\%$, $t_s = 6$ 秒。

此外, 对三阶、四阶系统其它形式的传递函数, 如:

$$G(s) = \frac{1}{s^3}, \quad G(s) = \frac{1}{s^2(s+1)}, \quad G(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+2)(s+0.2)}$$

等进行了类似的设计和模拟实验, 都得到了较好的结果。

参 考 文 献

- [1] 南京航空学院、西北工业大学、北京航空学院合编, 自动控制原理(下), 国防工业出版社, 北京, (1984), 81—88.
- [2] 郑大钟, 自动控制原理及系统(下), 国防工业出版社, 北京, (1980), 197—208.
- [3] 沈程智, 交流小功率随动系统综合的极点配置方法, 北京航空学院科研报告, (1984).

The New Design way of Automatic Regulative Systems of High Order

Shen Chengzhi

(Department of Automatic Control, Beijing Institute of Aeronautics and Astronautics)

Abstract

This paper suggested a new method, which combined the pole assignment of modern control theory with the design manner of classical regulate theory, to synthesize the automatic regulate systems of high orders in the time domain. All states in the pole assignment are given by output and its differentia of each order. The recent development of electronic technique have supplied the conditions for such application. The result of experiment shows that this method is valuable.