第6卷 第2期　　控制理论与应用　　Vol.6, No.2
1989年6月　　CONTROL THEORY AND APPLICATIONS　　June, 1989

时变参数估计的一种自适应滤波方法

邓　自　立
（黑龙江大学应用数学研究所，哈尔滨）

解　三　名
（山东省计委经济预测中心，济南）

摘　要

对于有观测噪声的线性时变系统，本文应用多重时滞系统自适应滤波方法[5]提出了时变参数估计的一种新的自适应滤波算法。仿真例子说明了所提出的算法的有效性。

一、引　言

关于有观测噪声的时变系统参数估计问题来自许多不同应用领域，例如电力载荷预报[1]、河流流量预报[2]参数故障诊断[3]等。文〔1〕提出了增广状态的参数和状态估计的两段互耦自适应滤波算法，文〔2,4〕提出了非增广状态的参数和状态估计的两段互耦算法，同文〔1〕比较减小了计算量。文〔3〕提出了二次增广状态推广的Kalman滤波算法。本文提出了增广状态多重时滞系统自适应滤波算法，同文〔1,3〕比较减小了计算量，且精度较高。

二、问题的提出和解决

考虑有观测噪声的单变量时变系统[1-4]：

$$x(k+1)=a_0(k)x(k)+a_1(k)x(k-1)+\cdots+a_n(k)x(k-n)+w(k) \tag{1}$$

$$y(k)=x(k)+v(k) \tag{2}$$

其中，$x(k)$和$y(k)$分别是状态和观测，$v(k)$是观测噪声，$w(k)$和$v(k)$是零均值、方差各为$Q_0(k)$和$R(k)$的白噪声。

设未知时变参数向量$\Theta(k)=(a_0(k),\cdots,a_n(k))^T$服从随机游动模型：

$$\Theta(k+1)=\Theta(k)+\alpha(k) \tag{3}$$

其中，$\alpha(k)$是零均值、方差为$S(k)$的独立于$w(k)$和$v(k)$的白噪声。假定$S(k)$，$Q_0(k)$和$R(k)$是未知的。

问题是基于观测$(y(k),y(k-1),\cdots,y(0))$，求时变参数的自适应滤波估值$\hat{\Theta}(k)$。

本文于1988年1月11日收到。1988年7月11日收到修改稿。

令$z(k)=(x(k),\Theta^T(k))^T$表示增广状态向量，$T$为转置号。由（1）—（3）式有

$$z(k+1)=\begin{pmatrix}\sum_{i=0}^{n} a_i(k)x(k-i)\\ \Theta(k)\end{pmatrix}+\begin{bmatrix}w(k)\\ \alpha(k)\end{bmatrix} \tag{4}$$

$$y(k)=Hz(k)+v(k) \tag{5}$$

其中，$H=(1,0,\cdots,0)$。显然对状态$z(k-i)$而言，（4）式是多重时滞非线性系统。将（4）式右端第一项在估值$(\hat{z}(k),\cdots,\hat{z}(k-n))$处展开为台劳级数，可得如下线性化模型：

$$z(k+1)=\sum_{i=0}^{n} A_i(k)z(k-i)-u(k)+\xi(k) \tag{6}$$

其中，$A_0(k)=\begin{pmatrix}\hat{a}_0(k),\hat{x}(k),\cdots,\hat{x}(k-n)\\ 1 & & \\ & \ddots & \\ & & 1\end{pmatrix}$；$A_i(k)=\begin{pmatrix}\hat{a}_i(k) & & \\ & 0 & \\ & & \ddots \\ & & & 0\end{pmatrix}$

$$u(k)=\left(\sum_{i=0}^{n}\hat{a}_i(k)\hat{x}(k-i),0,\cdots,0\right)^T;\quad \xi(k)=(w^*(k),\alpha(k))^T$$

其中，$w^*(k)=w(k)+$（台劳展式高阶项），叫虚拟噪声[6]，它补偿了线性化模型误差，因此带有未知时变均值$q(k)$和方差$Q(k)$。

对于多重时滞系统（6）式和（5）式，应用作者[5]提出的自适应递推滤波器，有如下分割自适应滤波器：

$$\hat{x}(k+1)=\hat{x}(k+1/k)+K_1(k+1)e(k+1) \tag{7}$$

$$\hat{\Theta}(k+1)=\hat{\Theta}(k+1/k)+K_2(k+1)e(k+1) \tag{8}$$

$$\hat{x}(k+1/k)=\hat{a}_0(k)\hat{x}(k)+\hat{a}_1(k)\hat{x}(k-1)+\cdots+\hat{a}_n(k)\hat{x}(k-n)+\hat{q}(k) \tag{9}$$

$$\hat{\Theta}(k+1/k)=\hat{\Theta}(k) \tag{10}$$

$$e(k+1)=y(k+1)-\hat{x}(k+1(/k) \tag{11}$$

$$P(k+1/k)=\Sigma(k)+\mathrm{diag}(\hat{Q}(k),\ \hat{S}(k)) \tag{12}$$

$$\Sigma(k)=\sum_{i=0}^{n} A_i(k)P(k-i)A_i^T(k) \tag{13}$$

$$K(k+1)=P(k+1/k)H^T/(P_{11}(k+1/k)+\hat{R}(k)) \tag{14}$$

$$P(k+1)=(I_{n+2}-K(k+1)H)P(k+1/k) \tag{15}$$

其中，未知噪声统计自适应估值器为[5]

$$\hat{q}(k+1)=(1-d_k)\hat{q}(k)+d_k(\hat{x}(k+1)-\sum_{i=0}^{n}\hat{a}_i(k)\hat{x}(k-i)) \tag{16}$$

$$\hat{Q}(k+1)=(1-d_k)\hat{Q}(k)+d_k\left(K_1^2(k+1)e^2(k+1)+P_{11}(k+1)-\Sigma_{11}(k)\right) \quad (17)$$

$$\hat{S}(k+1)=(1-d_k)\hat{S}(k)+d_k\left(K_2(k+1)K_2^T(k+1)e^2(k+1)+P_{22}(k+1)-\Sigma_{22}(k)\right) \quad (18)$$

$$\hat{R}(k+1)=(1-d_k)\hat{R}(k)+d_k\left(e^2(k+1)-P_{11}(k+1/k)\right) \quad (19)$$

其中，分块表示$P(k+1/k)=(P_{ij}(k+1/k)),P(k+1)=(P_{ij}(k+1)),\Sigma(k)=(\Sigma_{ij}(k))$，$i,j=1,2$，$K^T(k+1)=(K_1(k+1),\ K_2^T(k+1))$，且$P_{11}(k+1/k)$，$P_{11}(k)$，$\Sigma_{11}(k)$和$K_1(k+1)$都是标量，$d_k=(1-d)/(1-d^{k+1})$，$0<d<1$，$d$是遗忘因子。初值取为

$$\hat{x}(-i)=x_{-i},\ \hat{\Theta}(0)=\hat{\Theta}_0,\ P(-i)=P_{-i},\ i=0,1,\cdots,n;$$

$$\hat{q}(0)=q_0,\ \hat{Q}(0)=Q_0,\ \hat{S}(0)=S_0,\ \hat{R}(0)=R_0.$$

三、仿 真 例 子

考虑如下时变系统：

$$x(k+1)=a_0(k)x(k)+a_1(k)x(k-1)+w(k) \quad (20)$$

$$a_0(k+1)=a_0(k)=0.7 \quad (21)$$

$$a_1(k+1)=a_1(k)+\alpha(k) \quad (22)$$

$$y(k)=x(k)+v(k) \quad (23)$$

其中，$w(k)$，$\alpha(k)$和$v(k)$是带零均值和未知方差分别为$(0.08)^2$，$(0.06)^2$和$(0.07)^2$的独立的白噪声。取$d=0.985$，初值取为

$$\hat{x}(0)=0.2,\ \ \hat{x}(-1)=0.03,\ P(0)=10I_3,\ P(-1)=I_3;$$

$$\hat{q}(0)=0,\ \ \hat{Q}(0)=\hat{S}(0)=\hat{R}(0)=0.05. \quad (24)$$

应用算法（7）—（19）式，仿真结果如图1和图2所示，可看到时变参数估计的精度较高。

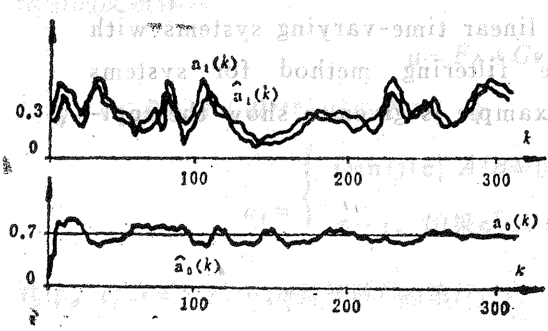

图 1　时变参数$a_0(k)$，$a_1(k)$及其估值$\hat{a}_0(k)$，$\hat{a}_1(k)$

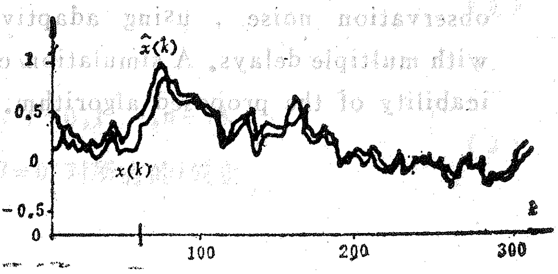

图 2　状态$x(k)$及其自适应滤波估值$\hat{x}(k)$

参考文献

〔1〕 Singh, G., Biswas, K. K., Mahalanabis, A. K., Power System Load Forecasting Using Smoothing Techniques, Int. J Syst. Science, 9:4, (1978), 363—368.

〔2〕 Nagata, M., River Flow Prediction by Multiplicative Kalman Filter. 计测自动制御学会论文集, 16:5, (1980), 643—649.

〔3〕 Watanabe, K., Yoshimura, T., Soeda, T., A Diagnosis System Design for a Parametric Failure, 计测自动制御学会论文集, 15:7, (1979), 901—906.

〔4〕 王建国、邓自立，有观测噪声的时变系统的参数估计，控制理论与应用，4:2，(1987)，64—69.

〔5〕 邓自立、郭一新，多重时滞系统的自适应递推滤波器，控制理论与应用，1:3，(1984)，124—129.

〔6〕 邓自立、王建国，带模型误差系统自适应Kalman滤波的虚拟噪声补偿技术，信息与控制，1，(1988)，1—4.

An Adaptive Filtering Approach for Timevarying Parameter Estimation

Deng Zili, Xie Sanming

(Institute of Applied Mathematics, Heilongjiang University, Harbin)

Abstract

This paper presents a new adaptive filtering algorithm for estimating time-varying parameters of linear time-varying systems with observation noise, using adaptive filtering method for systems with multiple delays. A simulation example is given to show the applicability of the proposed algorithm.