# 参数摄动时一类离散事件动态系统的渐近性能估计和鲁棒性条件*

郑大钟　　王　龙

（清华大学自动化系，北京）

**摘　要**

本文针对一类在极大代数上可表示为线性模型的离散事件动态系统，讨论了参数摄动对系统周期稳态性能的影响，给出了定量估计参数摄动下性能改变量的一个关系式，建立了性能对参数摄动不敏感的鲁棒性条件．本文的结果，对确定系统参数的允许摄动范围，使之不破坏离散生产过程的有序和协调运行，是有指导意义的。

**关键词**：离散事件动态系统；性能评价；鲁棒性

## 一、引　言

对离散事件动态系统的研究近年来受到了广泛的注意，其实例如计算机网络系统、大型交通系统、大规模电话交换系统和柔性制造系统等．对离散事件动态系统的建模与分析，目前已提出了不少方法，如操作分析[1]、平均值分析[2]、摄动分析[3]-[5]、极大代数分析[6]-[7]等．研究的问题，涉及到周期渐近行为、结构性质、性能分析和性能优化等等．

本文限于讨论以柔性加工生产线为背景的可在极大代数意义下实现线性化的一类离散事件动态系统．首先，我们给出了参数摄动对系统渐近行为性能影响的一些估计．在此基础上，进一步研究了系统渐近行为性能不受参数摄动影响的鲁棒性条件．考虑到计算机综合制造系统(CIMS)已成为国内外广泛重视的一项新技术，而其中包含了大量的离散生产过程，因此对离散事件动态系统在考虑实际因素下的性能行为的研究，无疑是有工程应用意义的．

## 二、系统模型和问题提法

考虑由 $n$ 台不同机器加工 $m$ 种不同零件的生产流水线．其中，每种零件都需经过 $n$

*国家自然科学基金、高科技CIMS项目和中国科学院管理、决策与信息系统开放研究实验室资助的课题．

本文于1988年4月18日收到．1989年1月3日收到修改稿．

台机器的顺序加工，而每台机器都要依次加工 $m$ 种零件，从而共有 $m\times n$ 种独立的加工活动。工件和机器构成加工活动的共享资源，零件投料或机器投入称为资源输入，零件加工完毕或机器结束运行称为资源输出，分别有 $m+n$ 个资源输入和资源输出。

令各个加工活动的开始时刻 $x_i(i=1,\cdots,mn)$ 为系统的状态变量，各个资源投入的开始时刻 $u_j(j=1,\cdots,m+n)$ 为系统的输入变量，各个资源退出的开始时刻 $y_j(j=1,\cdots,m+n)$ 为系统的输出变量。整个生产流水线的状态、输入和输出则分别定义为如下的向量：

$$x=[x_1,\cdots,x_{mn}]^T \tag{1}$$

$$u=[u_1,\cdots,u_{m+n}]^T \tag{2}$$

$$y=[y_1,\cdots,y_{m+n}]^T \tag{3}$$

于是，根据文献[7]中的推导，可得到生产线对第 $k$ 批零件加工过程的数学模型为

$$x(k)=Ax(k)\oplus Bu(k),\quad k=0,1,\cdots \tag{4}$$

$$y(k)=Cx(k) \tag{5}$$

其中 $A$、$B$ 和 $C$ 为相应维数的常阵，各种运算均是极大代数意义下的运算，即：

$$(G\oplus H)_{ij}=G_{ij}\oplus H_{ij}\triangleq\max(G_{ij},H_{ij})$$

$$(GH)_{ij}=\bigoplus_{l=1}^{k}G_{il}H_{lj}\triangleq\max_{1\leqslant l\leqslant k}(G_{il}+H_{lj})$$

零元 $\varepsilon\triangleq-\infty$

单位元 $e\triangleq 0$

可以看出，(4)和(5)是极大代数上的线性系统。

文献[7]证明，上述“线性”系统(4)和(5)具有唯一解，解的表达式为

$$y(k)=CA^*Bu(k) \tag{6}$$

其中

$$A^*=I\oplus A\oplus A^2\oplus\cdots\oplus A^{mn-1} \tag{7}$$

注意到机器只有在前次加工结束后才能投入本次加工，故可表输入 $u(k)$ 为输出 $y(k-1)$ 的反馈

$$u(k)=Ky(k-1) \tag{8}$$

其中反馈阵

$$K=\mathrm{diag}(k_1,\cdots,k_{m+n}) \tag{9}$$

这里元 $k_j\geqslant 0$ 的含义为第 $j$ 个资源前次退出与本次投入的时间间隔。将(8)代入(6)中，可得到闭环系统的输出表达式为

$$y(k)=CA^*BKy(k-1),\quad y(0)=y_0 \tag{10}$$

再表 $M=CA^*BK$，且设 $M$ 是不可简约的周期阶数为 $d$ 的矩阵，$\lambda$ 为 $M$ 在极大代数意义下的特征值，则必存在某个正整数 $k_0$，使成立

$$y(k+d)=\lambda^d y(k),\quad \forall k\geqslant k_0 \tag{11}$$

式(11)在物理上表示系统输出当 $k\geqslant k_0$ 时进入周期性稳态。并且，系统运行状态每加工 $d$ 批零件重复相同形态，其宏周期为 $\lambda d$，平均周期则为 $\lambda$。显然，$\lambda$ 的大小反映了流水线的生产效率。但是，由于各种实际因素（如刀具的钝化、工件料质的差异、机器运

行特性的改变等)的出现，会导致矩阵 $M$ 中的某些元引起摄动，从而会有可能引起 $\lambda$ 的摄动。本文所研究的问题，就是要对由 $M$ 的各组成矩阵($A$，$B$，$C$，$K$ 等)的摄动引起的系统周期渐近行为性能的变化作出估计，并在此基础上给出渐近行为性能不受参数摄动影响的鲁棒性条件。

## 三、参数摄动对系统渐近性能影响的估计

首先，引入和证明如下的一些引理。

**引理 1**　设 $x_1$，$x_2$，$x_3$，$x_4$ 为任意有限实数，则必成立

$$|\max\{x_1,x_2\}-\max\{x_3,x_4\}|\leqslant\max\{|x_1-x_4|,|x_2-x_3|\} \tag{12}$$

或

$$|\max\{x_1,x_2\}-\max\{x_3,x_4\}|\leqslant\max\{|x_1-x_3|,|x_2-x_4|\} \tag{13}$$

证　不失一般性，设 $x_1\geqslant x_2$，并分成两种情况来证明。(i)当 $x_3\geqslant x_4$ 时，有

$$|\max\{x_1,x_2\}-\max\{x_3,x_4\}|=|x_1-x_3|\leqslant\max\{|x_1-x_3|,|x_2-x_4|\} \tag{14}$$

由此(13)得证。(ii)当 $x_3\leqslant x_4$ 时，若又有 $x_4<x_1$，可得

$$\begin{aligned}|\max\{x_1,x_2\}-\max\{x_3,x_4\}|&=|x_1-x_4|=x_1-x_4\\&=(x_1-x_3)-(x_4-x_3)\leqslant(x_1-x_3)=|x_1-x_3|\end{aligned} \tag{15}$$

而若 $x_4\geqslant x_1$，则有

$$\begin{aligned}|\max\{x_1,x_2\}-\max\{x_3,x_4\}|&=|x_1-x_4|=x_4-x_1=(x_4-x_2)\\&-(x_1-x_2)\leqslant(x_4-x_2)=|x_2-x_4|\end{aligned} \tag{16}$$

由(15)和(16)即可导出(13)。类似地可证得(12)。　　证毕。

**引理 2**　任给矩阵 $T=(t_{ij})$，表其摄动后为 $\tilde{T}=(\tilde{t}_{ij})$，则矩阵 $T$ 的摄动量 $\rho(T)$ 定义为

$$\rho(T)\triangleq\max_{i,j}|\tilde{t}_{ij}-t_{ij}| \tag{17}$$

现给定任意两个同维实常阵 $S$ 和 $T$，则必成立

$$\rho(S\oplus T)\leqslant\max\{\rho(S),\rho(T)\} \tag{18}$$

证　显然有

$$(S\oplus T)_{ij}=\max\{S_{ij},t_{ij}\},(\tilde{S}\oplus\tilde{T})_{ij}=\max\{\tilde{S}_{ij},\tilde{t}_{ij}\}$$

从而，利用引理1，即得

$$\begin{aligned}|(\tilde{S}\oplus\tilde{T})_{ij}-(S\oplus T)_{ij}|&=|\max\{\tilde{S}_{ij},\tilde{t}_{ij}\}-\max\{S_{ij},t_{ij}\}|\\&\leqslant\max\{|\tilde{S}_{ij}-S_{ij}|,|\tilde{t}_{ij}-t_{ij}|\}\end{aligned} \tag{19}$$

将上式对所有 $i$，$j$ 取max，就得到(18)。　　证毕。

**引理 3**　设 $S$ 和 $T$ 分别为 $p\times q$ 和 $q\times r$ 的实常阵，则必成立

$$\rho(S\otimes T)\leqslant\rho(S)+\rho(T) \tag{20}$$

证　根据运算 $\otimes$ 的定义，有

$$(S\otimes T)_{ij}=\max_{1\le k\le q}\{(S)_{ik}+(T)_{kj}\},(\widetilde{S}\otimes\widetilde{T})_{ij}=\max_{1\le k\le q}\{(\widetilde{S})_{ik}+(\widetilde{T})_{kj}\}$$

不妨设

$$\max_{1\le k\le q}\{(\widetilde{S})_{ik}+(\widetilde{T})_{kj}\}=(\widetilde{S})_{i\beta}+(\widetilde{T})_{\beta j} \tag{21}$$

$$\max_{1\le k\le q}\{(S)_{ik}+(T)_{kj}\}=(S)_{i\alpha}+(T)_{\alpha j} \tag{22}$$

由此，可导出

$$(\widetilde{S})_{i\beta}+(\widetilde{T})_{\beta j}\geqslant(\widetilde{S})_{i\alpha}+(\widetilde{T})_{\alpha j} \tag{23}$$

$$(S)_{i\alpha}+(T)_{\alpha j}\geqslant(S)_{i\beta}+(T)_{\beta j} \tag{24}$$

于是，得到

$$|(\widetilde{S})_{i\beta}-(S)_{i\beta}|\leqslant\rho(S),\quad |(\widetilde{S})_{i\alpha}-(S)_{i\alpha}|\leqslant\rho(S) \tag{25}$$

$$|(\widetilde{T})_{\beta j}-(T)_{\beta j}|\leqslant\rho(T),|(\widetilde{T})_{\alpha j}-(T)_{\alpha j}|\leqslant\rho(T) \tag{26}$$

从而，由（23）—（26），可进一步导出

$$\begin{aligned}(\widetilde{S}\otimes\widetilde{T})_{ij}-(S\otimes T)_{ij}&=[(\widetilde{S})_{i\beta}+(\widetilde{T})_{\beta j}]-[(S)_{i\alpha}+(T)_{\alpha j}]\\&\leqslant[(\widetilde{S})_{i\beta}+(\widetilde{T})_{\beta j}]-[(S)_{i\beta}+(T)_{\beta j}]\\&=[(\widetilde{S})_{i\beta}-(S)_{i\beta}]+[(\widetilde{T})_{\beta j}-(T)_{\beta j}]\leqslant\rho(S)+\rho(T)\end{aligned} \tag{27}$$

$$\begin{aligned}(\widetilde{S}\otimes\widetilde{T})_{ij}-(S\otimes T)_{ij}&=[(\widetilde{S})_{i\beta}+(\widetilde{T})_{\beta j}]-[(S)_{i\alpha}+(T)_{\alpha j}]\\&\geqslant[(\widetilde{S})_{i\alpha}+(\widetilde{T})_{\alpha j}]-[(S)_{i\alpha}+(T)_{\alpha j}]\\&=[(\widetilde{S})_{i\alpha}-(S)_{i\alpha}]+[(\widetilde{T})_{\alpha j}-(T)_{\alpha j}]\\&\geqslant-|(\widetilde{S})_{i\alpha}-(S)_{i\alpha}|-|(\widetilde{T})_{\alpha j}-(T)_{\alpha j}|\\&\geqslant-[\rho(S)+\rho(T)]\end{aligned} \tag{28}$$

这表明，成立

$$|(\widetilde{S})\otimes\widetilde{T})_{ij}-(S\otimes T)_{ij}|\leqslant\rho(S)+\rho(T) \tag{29}$$

将上式对所有$i$，$j$取max，即得（20）．　　证毕．

**引理 4**　表$\lambda$为矩阵$M$在极大代数意义下的特征值，$\widetilde{\lambda}$是摄动矩阵$\widetilde{M}$的特征值，则成立

$$\rho(\lambda)\triangleq|\widetilde{\lambda}-\lambda|\leqslant\rho(M) \tag{30}$$

证　根据定义[6]知，对于$\widetilde{M}$，存在一组指数$\{i_1,i_2,\cdots,i_l\}$，成立

$$\tilde{\lambda} \triangleq \max_{q} \frac{(\tilde{M})_{q_1 q_2} + (\tilde{M})_{q_2 q_3} + \cdots + (\tilde{M})_{q_{p-1} q_p} + (\tilde{M})_{q_p q_1}}{p}$$

$$= \frac{(\tilde{M})_{i_1 i_2} + (\tilde{M})_{i_2 i_3} + \cdots + (\tilde{M})_{i_{l-1} i_l} + (\tilde{M})_{i_l i_1}}{l} \tag{31}$$

显然，对于$\lambda$则成立

$$\lambda \geqslant \frac{(M)_{i_1 i_2} + (M)_{i_2 i_3} + \cdots + (M)_{i_{l-1} i_l} + (M)_{i_l i_1}}{l} \tag{32}$$

于是，由此可得

$$\begin{aligned}\tilde{\lambda} - \lambda &\leqslant \frac{1}{l}\{[(\tilde{M})_{i_1 i_2} - (M)_{i_1 i_2}] + \cdots + [(\tilde{M})_{i_l i_1} - (M)_{i_l i_1}]\} \\ &\leqslant \frac{1}{l}\{|(\tilde{M})_{i_1 i_2} - (M)_{i_1 i_2}| + \cdots + |(\tilde{M})_{i_l i_1} - (M)_{i_l i_1}|\} \\ &\leqslant \rho(M)\end{aligned} \tag{33}$$

同理，存在一组指数$\{j_1, j_2, \cdots, j_r\}$，使成立

$$\lambda = \frac{(M)_{j_1 j_2} + (M)_{j_2 j_3} + \cdots + (M)_{j_{r-1} j_r} + (M)_{j_r j_1}}{r} \tag{34}$$

$$\tilde{\lambda} \geqslant \frac{(\tilde{M})_{j_1 j_2} + (\tilde{M})_{j_2 j_3} + \cdots + (\tilde{M})_{j_{r-1} j_r} + (\tilde{M})_{j_r j_1}}{r} \tag{35}$$

和

$$\begin{aligned}\tilde{\lambda} - \lambda &\geqslant \frac{1}{r}\{[(\tilde{M})_{j_1 j_2} - (M)_{j_1 j_2}] + \cdots + [(\tilde{M})_{j_r j_1} - (M)_{j_r j_1}]\} \\ &\geqslant -\frac{1}{r}\{|(\tilde{M})_{j_1 j_2} - (M)_{j_1 j_2}| + \cdots + |(\tilde{M})_{j_r j_1} - (M)_{j_r j_1}|\} \\ &\geqslant -\rho(M)\end{aligned} \tag{36}$$

将（33）和（36）合并即得（30）．　　证毕．

现在，就可来给出本节中的主要结果．

**定理 1**　考虑闭环系统（10），则由参数矩阵$A$，$B$，$C$和$K$的摄动引起的矩阵 $M = CA^*BK$的特征值$\lambda$的摄动量，必须满足如下的不等式：

$$\rho(\lambda) \leqslant (mn-1)\rho(A) + \rho(B) + \rho(C) + \rho(K) \tag{37}$$

证　由（7），可将$M$进而表为

$$M = C \otimes [I \oplus A \oplus \cdots \oplus A^{mn-1}] \otimes B \otimes K \tag{38}$$

于是，由此并应用引理2—4，即可得到

$$\rho(\lambda)\leqslant\rho(M)\leqslant\rho(C)+\max[\rho(I),\rho(A),\cdots,(mn-1)\rho(A)]$$
$$+\rho(B)+\rho(K)\leqslant(mn-1)\rho(A)+\rho(B)+\rho(C)+\rho(K) \tag{39}$$

从而，定理得证。

应当指出，由于特征值$\lambda$物理上代表系统周期稳态过程的平均周期，所以式(37)实质上给出了对参数摄动引起的系统渐近性能的改变的一个估计。

## 四、系统渐近性能不受参数摄动影响的条件

现在进而研究离散事件动态系统的周期稳态过程的鲁棒性。考虑到实际问题中，某些参数（如柔性加工系统中的加工时间、等待时间等）的变化是难以避免的，因此对系统鲁棒性的研究是一个需要加以研究并且有工程实用意义的课题。

为下面讨论的需要，先引入图论的一些有关概念。设$M$为$q\times q$实常阵，$q=mn$，其对应的图记为$G(M)$，$G(M)$共有$q$个节点$v_1$，$v_2,\cdots,v_q$。$G(M)$中存在有向弧$v_j\to v_i$，当且仅当矩阵$M$中元$M_{ij}\neq\varepsilon$，且称$M_{ij}$为$v_j\to v_i$的权。由一些有向弧首尾相连构成的闭合路径称为回路，一个回路的权定义为各组成有向弧的权之和。回路权被回路长度（即组成回路的有向弧的总个数）相除得到的值称为回路平均权。矩阵$M$在极大代数意义下的特征值$\lambda$即定义为$G(M)$的最大回路平均权，且称以$\lambda$为平均权的回路为关键回路，通常$G(M)$可以有不止一个关键回路。

下面，给出鲁棒性问题的有关结果。

**定理 2** 考虑离散事件动态系统(10)，闭环矩阵$M=CA^*BK$为强关联矩阵。再假定$M$中只存在一个可摄动元$M_{ij}$，且为增性摄动，即摄动量$\Delta_{ij}\geqslant 0$。定义

$$\gamma_{ij}=\begin{cases}\lambda-M_{ij}, & i=j\\ \min\limits_{1\leqslant k\leqslant q-1}\{(k+1)\lambda-H_{ij}^{(k)}\}, & i\neq j\end{cases} \tag{40}$$

其中 $q=m\cdot n$，而

$$H^{(k)}=M+(M^k)^T,\ k=1,2,\cdots,q-1 \tag{41}$$

其元$H_{ij}^{(k)}$表示图$G(M)$中长度为$k+1$且只包含有向弧$v_j\to v_i$一次的回路之权的最大值。则当且仅当$\Delta_{ij}\in[0,\gamma_{ij}]$时矩阵$M$的特征值$\lambda$保持不变。

证 充分性：当$i=j$时，有向弧$v_j\to v_i$构成长度为1的回路，摄动后回路权为$M_{ij}+\Delta_{ij}$，显见在$0\leqslant\Delta_{ij}\leqslant\lambda-M_{ij}$下，回路权不超过$\lambda$。包含$v_j\to v_i$的其它所有回路均可分解为回路$v_j\to v_i$和另一个不包含$v_j\to v_i$的回路的并，因此在定理条件下其权也不超过$\lambda$。而不包含$v_j\to v_i$的所有回路，$M_{ij}$的摄动不影响它们的权。由此，$\lambda$保持不变。再考虑$i\neq j$，则所有包含有向弧$v_j\to v_i$一次且长度不大于$q$的回路，其回路权由摄动引起的增加量为$\Delta_{ij}$，而在$0\leqslant\Delta_{ij}\leqslant\min\limits_{1\leqslant k\leqslant q-1}\{(k+1)\lambda-H_{ij}^{(k)}\}$下，回路最大权不大于$q\lambda$，即回路平均权不大于$\lambda$，所有包含$v_j\to v_i$一次但长度大于$q$的回路均可分解为一些长度不大于$q$的回路，

同上理知摄动下其回路平均权也不大于$\lambda$。所不包含$v_j\to v_i$的回路平均权不受摄动$\Delta_{ij}$的影响。从而，$\lambda$也保持不变。充分性得证。

必要性：当$i=j$时，反设$\Delta_{ij}>\lambda-M_{ij}$，则回路$v_i\to v_i$的权必大于$\lambda$，因而和已知$\lambda$保持不变相矛盾，反设不成立。再考虑$i\neq j$，反设$\Delta_{ij}>\min\limits_{1\le k\le q-1}\{(k+1)\lambda-H_{ij}^{(k)}\}=(l+1)\lambda+H_{ij}^{(l)}$，则意味着存在包含$v_j\to v_i$一次且长度为$(l+1)$的回路，其最大权为$\Delta_{ij}+H_{ij}^{(l)}>(l+1)\lambda$，也即回路平均权大于$\lambda$，同样和已知$\lambda$保持不变相矛盾，反设也不成立。从而，必要性得证。

应当指出，定理2建立的鲁棒性条件主要用于不出现在关键回路上的摄动元$M_{ij}$。如果$M_{ij}$出现在关键回路上，那么$M_{ij}$的任意正性摄动都将导致特征值的增加，因此从保持$\lambda$不变的角度而言这类元是不能摄动元。

现在，推广讨论$M$中包含$\beta$个摄动元的情况。为简单起见，不妨设它们为$M_{i_1j_1}$，$M_{i_2j_2},\cdots,M_{i_\beta j_\beta}$。其摄动量为$\Delta_{i_\alpha j_\alpha},\alpha=1,2,\cdots,\beta$。且称$\Delta_{i_\alpha j_\alpha}>0$时为增摄动，$\Delta_{i_\alpha j_\alpha}<0$时为减摄动。于是，可导出如下的几点推论。

**推论 1**　如果$M_{i_\alpha j_\alpha}(\alpha=1,\cdots,\beta)$相对应的有向弧只出现在$G(M)$的非关键回路上，则$M_{i_\alpha j_\alpha}$允许增摄动$\Delta_{i_\alpha j_\alpha}$，其允许最大值可由使摄动后这些回路的最大平均权等于$\lambda$来定出。

**推论 2**　如果摄动元$M_{i_\alpha j_\alpha}$（$\alpha=1,\cdots,\beta$）相应的有向弧至少有一个出现在$G(M)$的所有关键回路中，则一般都会因$\Delta_{i_\alpha j_\alpha}$的出现而改变$\lambda$的值。

**推论 3**　如果至少有一个$G(M)$的关键回路不包含摄动元的有向弧，其他关键回路包含的有向弧中只出现减摄动，则一般可使$\lambda$保持不变。

**例**　给定矩阵$M$为

$$M=\begin{pmatrix}1&2&2\\ \varepsilon&2&3\\ 1&\varepsilon&8\end{pmatrix}$$

可求出$\lambda=8$。现考虑$M$中只有一个增性摄动元，来定出使$\lambda$保持不变时摄动元的允许范围。

当$i=j$时：对$M_{11}$，$\Delta_{11}\in[0,7]$；对$M_{22}$，$\Delta_{22}\in[0,6]$；对$M_{33}$，$\Delta_{33}\in[0,0]$，即$M_{33}$为不能摄动元。

当$i\neq j$时：计算

$$M+M^T=\begin{pmatrix}2&\varepsilon&3\\ \varepsilon&4&\varepsilon\\ 3&\varepsilon&16\end{pmatrix},\quad M+[M^2]^T=\begin{pmatrix}4&6&11\\ \varepsilon&6&6\\ 11&\varepsilon&24\end{pmatrix}$$

$$\min_{1\le k\le 2}\{(k+1)\lambda-H_{12}^{(k)}\}=\min\{2\times 8-\varepsilon,\ 3\times 8-6\}=18$$

$$\min_{1\le k\le 2}\{(k+1)\lambda-H_{13}^{(k)}\}=\min\{2\times 8-3,\ 3\times 8-11\}=13$$

$$\min_{1\le k\le 2}\{(k+1)\lambda-H_{23}^{(k)}\}=\min\{2\times 8-\varepsilon,\ 3\times 8-6\}=18$$

$$\min_{1\le k\le 2}\{(k+1)\lambda-H_{31}^{(k)}\}=\min\{2\times 8-3,\ 3\times 8-11\}=13$$

从而可知：对 $M_{12}$，$\Delta_{12}\in[0,18]$；对$M_{13}$，$\Delta_{13}\in[0,13]$；对 $M_{23}$，$\Delta_{23}\in[0,18]$；对$M_{31}$，$\Delta_{31}\in[0,13]$。

## 五、结　论

针对一类在极大代数上可表示为线性模型的离散事件动态系统，本文给出了定量估计参数摄动对系统周期稳态性能影响的一个关系式，给出了使周期稳态性能保持不变的鲁棒性条件。由于实际离散产生过程中，过程参数的摄动是不可避免的，因此本文结果具有工程应用价值。

## 参 考 文 献


〔1〕 Denning, J. and Buzen, J.P., The Operational Analysis of Queueing Network Models, ACM Computing Surveys, 10,(1978), 225—261.

〔2〕 Buzen, J.P. and Denning, J., Operational Treatment of Queue Distributions and Mean Value Analysis, Computer Performance, 1, (1980), 6—15.

〔3〕 Ho, Y.C. and Cao,X.R., Perturbation Analysis and Opti-mization of Queueing Networks, Journal of Optimization Theory and Application 40, 4,(1983), 559—582.

〔4〕 Ho, Y. C., Cao, X. R., and Cassandras, C., Infinitesimal and Finite Perturbation Analysis for Queueing Networks, Automatica,19,(1983), 439—445.

〔5〕 Ho, Y.C. and Cassandras, C., A New Approach to the Analysis of Discrete Event Dynamic Systems, Automatica, 19,(1983),149—167

〔6〕 Cohen, G., Dubois, D., et al, A Linear System Theoretic View of Discrete-event Processes and Its Use for Performance Evaluation in Manufacturing, IEEE Trans. on Automatic Control, AC-30,(1985) 210—220.

〔7〕 Cohen, G., Dubois, D., et al, A Linear System Theoretic View of Discrete-event Processes, Proc. of 22nd Conf.on Decision and Control, (1983),1039—1044.

〔8〕 Cuninghame Green, R. A., Minimax Algebra (Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Vol.166), Springer Verlag, 1979.

〔9〕 Karp, R. M., A Characterization of the Minimum Cycle Mean in a Digraph, Discrete Math., 23, (1978), 309—311.

〔10〕 王龙、郑大钟，一类柔性制造系统的运行特性，信息与控制，17，5，(1988)，1—5.

# Asymptotical Perfomance Estimation and Robustness Condition of a Class of DEDS in the Presence of Parameter Perturbations

Zheng Dazhong, Wang Long

(Department of Automation, Tsinghua University, Beijing)

**Abstract**

This paper aims at a class of discrete event dynamic systems (DEDS) which can be viewed as linear systems in the sense of maximum algebra. The flexible manufacturing systems are of such discrete event dynamic systems. The problem of effect of parameter perturbations on the asymptotical behavior of DEDS is studied and an estimation of the variation of the eigenvalue, in the sense of maximum algebra, of the system matrix is given. A sufficient condition is also given for insensitivity of the asymptotical performance of the closed-loop DEDS to parameter perturbations. It is believable that the results proposed in this paper can be applied to the engineering problems.

**Key words**——Discrete event dynamic systems; Performance evaluation; Robustness