

离散时间自适应控制算法的 一种新统一格式

刘伯春

(东南大学自控系, 南京)

摘 要

本文提出根据显式极点配置自校正调节器设计离散时间模型参考自适应系统的一种新统一格式。以该设计方法为基础, 确定一类离散时间自适应控制器。本文给出了仿真实例。

一、引 言

近年来, 自适应控制方面的重大进展之一是搞清了自校正调节器 (STR) 和模型参考自适应控制系统 (MRAS) 之间的联系和等价性, 并建立了它们之间的统一格式^{[1][2]}。在此基础上, 本文提出了模型参考自适应控制和显式极点配置自校正调节器之间的一种新的统一处理格式。通过对多项式 $C(z^{-1})$ 和期望特征多项式 $A^M(z^{-1})$ 的选择, 本方案可适用确定性系统, 也可适用于随机动态系统。本文给出了应用实例和仿真结果。

二、极点配置自校正调节器

具有自校正调节器的闭环系统结构图如图1所示。

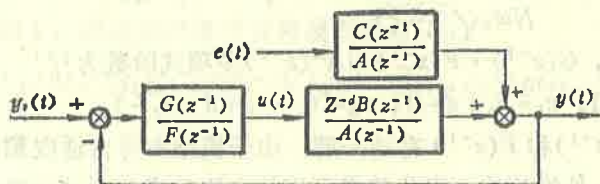


图 1 闭环系统结构图

图 1 受控系统 ARMAX 模型为

$$A(z^{-1})y(t) = Z^{-d}B(z^{-1})u(t) + C(z^{-1})e(t), \quad (1)$$

其中, $A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{n_a} z^{-n_a}$,

$$B(z^{-1}) = b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_{n_b} z^{-n_b}, \quad b_0 \neq 0,$$

$$C(z^{-1}) = 1 + c_1 z^{-1} + \dots + c_{n_c} z^{-n_c},$$

$y(t)$ 为输出; $u(t)$ 为控制输入; $e(t)$ 为零均值白噪声序列; d 为对象时间滞后的采样周期数, z^{-1} 为滞后一步算子, 即 $z^{-1}y(t) = y(t-1)$.

图1系统闭环方程为

$$y(t) = \frac{Z^{-d}B(z^{-1})G(z^{-1})}{A(z^{-1})F(z^{-1}) + Z^{-d}B(z^{-1})G(z^{-1})} y_r(t) + \frac{C(z^{-1})F(z^{-1})}{A(z^{-1})F(z^{-1}) + Z^{-d}B(z^{-1})G(z^{-1})} e(t), \quad (2)$$

$$u(t) = \frac{A(z^{-1})G(z^{-1})}{A(z^{-1})F(z^{-1}) + Z^{-d}B(z^{-1})G(z^{-1})} y_r(t) - \frac{C(z^{-1})G(z^{-1})}{A(z^{-1})F(z^{-1}) + Z^{-d}B(z^{-1})G(z^{-1})} e(t). \quad (3)$$

按闭环极点配置要求^[3], 应满足

$$C(z^{-1})A^M(z^{-1}) = A(z^{-1})F(z^{-1}) + Z^{-d}B(z^{-1})G(z^{-1}), \quad (4)$$

其中, $A^M(z^{-1})$ 为期望特征多项式。

闭环极点配置通常是以典型的二阶系统闭环特征方程 $s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2$ 作为理想模型, 对应的期望特征多项式为^[3]

$$A^M(z^{-1}) = 1 - 2e^{-\xi\omega_0 T} \cos \omega_0 T \sqrt{1 - \xi^2} Z^{-1} + e^{-2\xi\omega_0 T} Z^{-2}, \quad (5)$$

其中, ω_0 为自振角频率, ξ 为阻尼比, 文[4]给出二阶系统最佳阻尼比 $\xi = 0.752$, 此时在单位阶跃作用下的超调量为 $\sigma\% = 2.78\%$.

T 为采样周期, 通常按下式计算

$$T = \frac{2\pi}{N\omega_0 \sqrt{1 - \xi^2}} \quad (\text{取 } N = 10 \sim 20) \quad (6)$$

为求解方程(4), $G(z^{-1}) \cdot F(z^{-1})$ 和 $A^M(z^{-1})$ 多项式阶数为^[5]

$$n_g = n_a - 1, \quad n_f = n_b + d - 1, \quad n_m \leq n_a + n_b + d - n_c - 1. \quad (7)$$

自校正调节器 $G(z^{-1})$ 和 $F(z^{-1})$ 有唯一解。由于模型参考自适应控制系统和自校正调节器的控制算法在本质上是等效的, 因此前者可直接应用后者的方法推导。

三、两种自适应控制算法的新统一格式

模型参考自适应系统设计控制器的目的是使输出 $y(t)$ 跟踪参考模型输出 $y^M(t)$, 假设被控系统的 $A(z^{-1})$ 、 $B(z^{-1})$ 和参考模型的 $A^M(z^{-1}) \cdot B^M(z^{-1})$ 阶数相同。参考模型方程为

$$y^M(t) = \frac{Z^{-d}B^M(z^{-1})}{A^M(z^{-1})} y_r(t) = \frac{Z^{-d}(b_0^M + b_1^M z^{-1} + \dots + b_{n_b}^M z^{-n_b})}{1 + a_1^M z^{-1} + \dots + a_{n_a}^M z^{-n_a}}. \quad (8)$$

被控系统和参考模型的误差为

$$\varepsilon(t+d) = y(t+d) - y^M(t+d), \quad (9)$$

自适应控制的目标是使误差 $\varepsilon(t+d)$ 趋于零。

$$C(z^{-1})A^M(z^{-1})\varepsilon(t+d) = 0. \quad (t > 0) \quad (10)$$

通过对多项式 $C(z^{-1})$ 及 $A^M(z^{-1})$ 的选择来确定随机动态系统性能的好坏。对确定性系统只选择 $A^M(z^{-1})$ 。

定义下列滤波变量

$$y^f(t) = L^{-1}(z^{-1})y(t), \quad u^f(t) = L^{-1}(z^{-1})u(t), \quad y^{Mf}(t) = L^{-1}(z^{-1})y^M(t), \quad (11)$$

其中, $L(z^{-1}) = 1 + l_1 z^{-1} + \dots + l_{n_l} z^{-n_l}$ 为渐近稳定首1多项式。对确定性系统信号不需通过 $L(z^{-1})$ 滤波。

对方程 (10) 本文直接利用方程 (4), 这是和文^{[1][2]}主要不同点。

$$\begin{aligned} C(z^{-1})A^M(z^{-1})\varepsilon(t+d) &= C(z^{-1})A^M(z^{-1})y(t+d) - C(z^{-1})A^M(z^{-1})y^M(t+d) \\ &= L(z^{-1})[b_0 u^f(t) + P_0^T \Phi_0^f(t) - C(z^{-1})A^M(z^{-1})y^{Mf}(t+d)], \end{aligned} \quad (12)$$

其中, $\Phi_0^T(t) = [u(t-1), \dots, u(t-d-n_b-1), y(t), \dots, y(t-n_b-n_g)]$,

$$P_0^T = [b_0 f_1 + b_1, b_0 f_2 + b_1 f_1 + b_2, \dots, b_{n_b} f_{d-1}, b_0 g_0, b_0 g_1 + g_0 b_1, \dots].$$

根据方程 (12), 参数已知时自适应控制输入为

$$u^f(t) = b_0^{-1} [C(Z^{-1})A^M(z^{-1})y^{Mf}(t+d) - P_0^T \Phi_0^f(t)]. \quad (13)$$

被控系统参数 a_i 及 b_i 未知时, 利用控制规律

$$\hat{P}^T(t)\Phi^f(t) = C(z^{-1})A^M(z^{-1})y^{Mf}(t+d), \quad (14)$$

其中, $\Phi^{fT} = [u^f(t) \quad \Phi_0^{fT}(t)]$, $\hat{P}^T(t) = [\hat{b}_0(t) \quad \hat{P}_0^T(t)]$ 。

将 (14) 代入 (12), 得滤波对象和参考模型误差 $e^f(t)$

$$e^f(t) = C(z^{-1})A^M(z^{-1})\varepsilon(t) = L(z^{-1}) \{ [P - \hat{P}(t-d)]^T \Phi^f(t-d) \}, \quad (15)$$

引入辅助误差 $\bar{\varepsilon}(t)$

$$\bar{\varepsilon}(t) = L(z^{-1}) \{ [\hat{P}(t-d) - \hat{P}(t)]^T \Phi^f(t-d) \}, \quad (16)$$

广义误差 $e^*(t)$ 为

$$e^*(t) = e^f(t) + \bar{\varepsilon}(t) = L(z^{-1}) \{ [P - \hat{P}(t)]^T \Phi^f(t-d) \}. \quad (17)$$

为保证自适应系统全局稳定, 考虑线性动态补偿器 $H(z^{-1})$, 自适应误差 $v(t)$ 为

$$v(t) = H(z^{-1})e^*(t) = \frac{H_1(z^{-1})}{H_2(z^{-1})} L(z^{-1}) \{ [P - \hat{P}(t)]^T \Phi^f(t-d) \}. \quad (18)$$

为减少计算时间, 采用文[6]带遗忘因子的自适应控制算法。

$$\hat{P}(t) = \hat{P}(t-1) + F(t)\Phi^f(t-d)v(t), \quad (19)$$

比较方程 (24) 两边的系数, 得

$$f_1 = 0.689, g_0 = 0.217, g_1 = -0.305. \quad (25)$$

选择 $C(z^{-1})$ 多项式时, 应避免在系统输出端产生突变而造成振荡, 表 1 表示了 $A^M(z^{-1})$ 一定时选择不同的 $C(z^{-1})$ 根据方程 (4) 计算所得的结果。

表 1

$C(z^{-1})$	$F(z^{-1}) = 1 + f_1 z^{-1}$	$G(z^{-1}) = g_0 + g_1 z^{-1}$
$1 + 0.5 z^{-1}$	$1 + 0.689 z^{-1}$	$0.217 - 0.305 z^{-1}$
$1 + 0.8 z^{-1}$	$1 + 0.917 z^{-1}$	$0.300 - 0.377 z^{-1}$
$1 - 0.5 z^{-1}$	$1 - 0.07 z^{-1}$	$-0.058 - 0.064 z^{-1}$
$1 - 0.8 z^{-1}$	$1 - 0.298 z^{-1}$	$-0.141 + 0.008 z^{-1}$

参考模型选择典型的二阶连续时间系统, 其传递函数为

$$W^M(s) = \frac{\omega_0^2}{S^2 + 2\xi\omega_0 S + \omega_0^2}, \quad (26)$$

采用零阶保持器后的脉冲传递函数为

$$\begin{aligned} W^M(z^{-1}) &= Z \left[\frac{1 - e^{-Ts}}{S} \frac{\omega_0^2}{S^2 + 2\xi\omega_0 S + \omega_0^2} \right] \\ &= \frac{z^{-1}(b_0^M + b_1^M z^{-1})}{1 + a_1^M z^{-1} + a_2^M z^{-2}}, \end{aligned} \quad (27)$$

$$\text{其中, } b_0^M = \omega_0^2 \left[1 + e^{-\xi\omega_0 T} \left(\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin \omega_0 T \sqrt{1-\xi^2} - 3 \cos \omega_0 T \sqrt{1-\xi^2} \right) \right],$$

$$\begin{aligned} b_1^M &= \omega_0^2 \left[e^{-2\xi\omega_0 T} + e^{-\xi\omega_0 T} \left(\cos \omega_0 T \sqrt{1-\xi^2} - \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \cdot \sin \omega_0 T \sqrt{1-\xi^2} \right) \right], \end{aligned}$$

$$a_1^M = -2e^{-\xi\omega_0 T} \cos \omega_0 T \sqrt{1-\xi^2},$$

$$a_2^M = e^{-2\xi\omega_0 T}.$$

以 $T=1s$, $\xi=0.752$, $\omega_0=0.953 \text{ 1/s}$ 代入 (27) 式, 得参考模型

$$W^M(z^{-1}) = \frac{Z^{-1}(0.132 + 0.278z^{-1})}{1 - 0.788Z^{-1} + 0.238Z^{-2}}. \quad (28)$$

为对用方程 (22) 表示的受控过程跟踪参考模型 (28), 在 EXO 微机与电子模拟计算

机上进行了混合仿真。仿真结果证明：被控过程对参考模型具有良好的跟踪特性。对表 1 四种不同的 $C(z^{-1})$ 仿真结果，以 $C(z^{-1}) = 1 + 0.5z^{-1}$ 的跟踪特性最好。如图 3 所示。

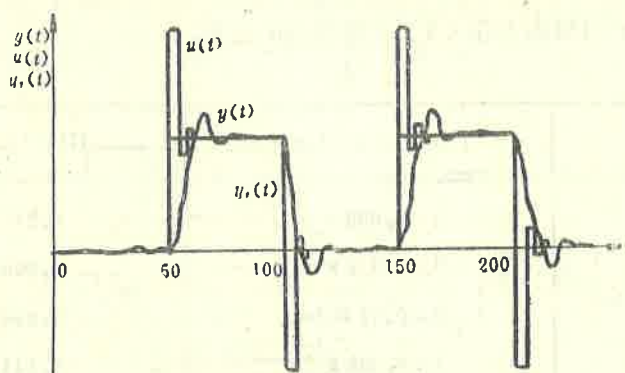


图3 $C(z^{-1}) = 1 - 0.4z^{-1}$ 时的跟踪特性

当被控过程放大倍数增大5倍或缩小1倍时，模型参考自适应控制系统均能很好地自适应。

五、结 论

本文提出的离散时间自适应控制算法一种新统一格式，统一了模型参考自适应系统 (MRAS) 和极点配置自校正调节器 (STR) 显式算法。通过对 $C(z^{-1})$ 及 $A^M(z^{-1})$ 的选择，本方案可用于确定性系统，也可用于随机系统。具有较强的鲁棒性。

参 考 文 献

- [1] Egardt, B, Unification of Some Discrete Time Adaptive Control Schemes, IEEE Trans. Automat. Contr., AC-25:4, (1980), 693—697.
- [2] Landau, I. D. and Lozano, R, Unification of Discrete Time Explicit Model Reference Adaptive control Designs, Automatica, 17:4, (1981), 593—611.
- [3] 刘伯春, 极点配置自校正PID控制器, 控制理论及其应用年会议论文集 (1986), 305—308.
- [4] 林德新, 对二阶系统最小ITAE阻尼系数的修正, 自动化学报, 4, (1984), 369—373.
- [5] 刘伯春, 自校正PID控制器, 自动化技术, 1, (1987), 12—16.
- [6] Lozano, L. R, Independent Tracking and Regulation Adaptive Control with Forgetting Factor, Automatica, 18:4, (1982), 455—459.

A New Unification of Discrete-time Adaptive Control Algorithms

Liu Bochun

(Department of Automatic Control, Southeast University, Nanjing)

Abstract

In this paper, a new unification is suggested for designing the discrete time Model Reference Adaptive System (MRAS) based on explicit pole placement Self-Tuning Regulator (STR). Using this design method as a basis, a class of discrete time adaptive controller is defined. Simulation example is given.