

带钢稳态冷连轧过程中的厚度最优控制

潘德惠 高立群

(东北工学院自控系, 沈阳)

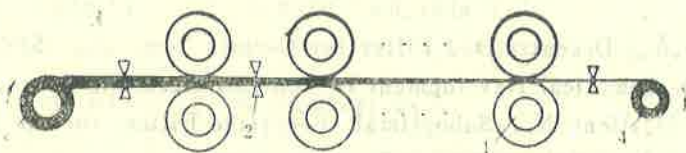
摘 要

本文把稳态冷连轧过程看作动态平稳过程, 研究了带钢生产中的厚度控制问题。利用典范差分模型简化最小方差控制, 并针对输入含有不可人为调节分量设计了最优控制, 经仿真计算说明效果比较理想。

本文以武钢冷轧厂五机架冷连轧机为对象, 研究了带钢稳态冷连轧过程中的厚度控制问题。把稳轧过程作为动态平稳过程处理, 有利于实现最优控制和自适应控制。

一、系统模型和最小方差控制

五机架冷连轧机简单示意图如下:



1, 轧辊 2, 测厚仪 3, 开卷机 4, 卷取机

根据轧钢工艺原理(参见[1]), 确定系统的输入 u 和输出 y 。

$$u(k) = \begin{pmatrix} (h_0(k) - h_0(0))/h_0(0) \\ (s_1(k) - s_1(0))/s_1(0) \\ (v_5(k) - v_5(0))/v_5(0) \\ (s_2(k) - s_2(0))/s_2(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_0 \\ u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix}$$

$$y(k) = \begin{pmatrix} (h_1(k) - h_1(0))/h_1(0) \\ (h_5(k) - h_5(0))/h_5(0) \\ (T_{4,5}(k) - T_{4,5}(0))/T_{4,5}(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$$

h_1 : 一架出口带钢厚度, h_5 : 成品厚度, h_0 : 来料厚度, $T_{4,5}$: 四、五机架间张力, v_5 : 第五机架辊速, s_i : 第 i 架辊缝。注意 u_0 不可人为调节。

因为描述系统的状态模型在一般条件下(能观或能控)均可化为典范差分模型(参见

〔2〕), 这里直接利用生产实测数据, 通过增广矩阵法和 AIC 准则建立了系统的四输入三输出典范差分模型

$$y(k+1) = ay(k) + Bu(k) + \xi(k+1) + \Gamma\xi(k), \quad (1)$$

其中, $\xi(k)$ 为各分量间不相关的高斯白噪声序列, $E\xi(k) = 0$, $E[\xi(k)\xi^T(j)] = \delta_{k,j}R$, B 为 3×4 阵, Γ 为 3×3 阵。

经计算后知拟合效果很好, 成品板厚平均拟合误差为 0.0037mm。

为使控制简便, 当输出板厚偏差绝对值小于 0.01mm 时采用最小方差控制。

对于一般典范差分模型

$$a(z^{-1})y(k) = z^{-1}B(z^{-1})u(k) + \Gamma(z^{-1})\xi(k), \quad (2)$$

这里, $a(z^{-1}) = 1 - a_1z^{-1} - \dots - a_nz^{-n}$,

$$B(z^{-1}) = B_1 + B_2z^{-1} + \dots + B_nz^{-n+1},$$

$$\Gamma(z^{-1}) = \Gamma + \Gamma_1z^{-1} + \dots + \Gamma_nz^{-n}.$$

z^{-1} 为延迟算子, $\{\xi(k)\}$ 是独立零均值随机序列, $B(z^{-1})$ 和 $\Gamma(z^{-1})$ 是多项式矩阵。输出 $y(k)$ 为 m 维向量, 输入 $u(k)$ 为 $r+d$ 维向量。不失一般性, 可认为 $u^T = [u_0, \dots, u_{r-1}, \dots, u_{r+d-1}]$ 中 $u_0, \dots, u_{r-1}$ 不可人为调节。为此将 u 和 $B(z^{-1})$ 进行相应分解, 记

$$u^T = [u'^T; u''^T], \quad u'^T = [u_0, \dots, u_{r-1}],$$

$B(z^{-1}) = [B'(z^{-1}); B''(z^{-1})]$, $B'(z^{-1})$ 为 $m \times r$ 块。设 $z^n \det B(z^{-1})$ 和 $z^n \det \Gamma(z^{-1})$ 的零点在单位圆内, z^{-1} 的 $n-1$ 次矩阵多项式 $F(z^{-1})$ 由

$$\frac{\Gamma(z^{-1})}{a(z^{-1})} = I + \frac{z^{-1}F(z^{-1})}{a(z^{-1})}$$

确定, 于是可得 (参见〔3〕)

$$y(k+1) = \xi(k+1) + F(z^{-1})\Gamma^{-1}(z^{-1})y(k) + \Gamma^{-1}(z^{-1})B(z^{-1})u(k). \quad (3)$$

令输出设定值为 y^* , 目标函数为

$$J_1 = \min_{u(k)} E\{[y(k+1) - y^*]^T[y(k+1) - y^*]\}. \quad (4)$$

利用 (3) 式可推出使 (4) 式成立的条件为

$$F(z^{-1})\Gamma^{-1}(z^{-1})y(k) + \Gamma^{-1}(z^{-1})B(z^{-1})u(k) - y^* = 0.$$

注意到 $F(z^{-1})$ 与 $\Gamma^{-1}(z^{-1})$ 可交换相乘且不变, 于是可知

$$B''(z^{-1})u''(k) = -B'(z^{-1})u'(k) - F(z^{-1})y(k) + \Gamma(z^{-1})y^*. \quad (5)$$

由上式, 根据延迟算子的性质求出 $u''(k)$, 得到当输入含有不可人为调节分量时的最小方差控制律。整个计算过程中完全消除了多项式矩阵求逆的运算, 大大简化了多变量系统最小方差控制律的计算, 对实施在线控制很有意义。

对具体模型 (1) 经验证可知完全可按上述方法处理。

二、二次最优控制

当成品板厚偏差绝对值大于或等于 0.01mm 时, 采用三步二次最优控制, 通过目标函数对输入进行一定的约束, 在保证负荷分配基本合理, 输入变化允许, 机器可实现条件下较

快地将输出控制在一定范围之内。

为实现二次最优控制, 首先要将前面辨识出的典范差分模型转化为状态模型。

根据[2], 差分模型(1)可以化为状态模型

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= D\mathbf{x}(k) + M\mathbf{u}(k) + N\xi(k), \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{x}(k) + \xi(k), \end{aligned} \quad (6)$$

其中, $D = -aI_3$, $N = aI_3 + \Gamma$, $M = B$, I_3 为三阶单位阵。 (7)

如果改用较小的离散间隔, 相应的离散化状态方程的系数矩阵将随着改变。设离散状态方程(6)是连续状态方程

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= D^*\mathbf{x}(t) + M^*\mathbf{u}(t) + N^*\xi(t), \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{x}(t) + \xi(t) \end{aligned} \quad (8)$$

的离散化。

$$D = e^{D^*T}, \quad M = \left[\int_0^T e^{D^*t} dt \right] M^*, \quad N = \left[\int_0^T e^{D^*t} dt \right] N^* \quad (9)$$

若取 $T_1 = T/3$, 可建立相应的离散化状态方程

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= A^*\mathbf{x}(k) + B^*\mathbf{u}(k) + \Gamma^*\xi(k), \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{x}(k) + \xi(k), \end{aligned} \quad (10)$$

$$\text{其中, } A^* = e^{\frac{1}{3}D^*T}, \quad B^* = \left[\int_0^{\frac{T}{3}} e^{D^*t} dt \right] M^*, \quad \Gamma^* = \left[\int_0^{\frac{T}{3}} e^{D^*t} dt \right] N^*. \quad (11)$$

比较方程组(7), (9), (11)可得

$$A^* = a^{\frac{1}{3}}I_3, \quad B^* = M(a^{\frac{1}{3}} - 1)/(a - 1), \quad \Gamma^* = N(a^{\frac{1}{3}} - 1)/(a - 1). \quad (12)$$

在综合最优控制时, 为简化计算, 我们采用扩展状态方程的方法, 化状态定值跟踪问题为零值跟踪问题。令 $\mathbf{z}^T(k) = [(\mathbf{x}(k) - \mathbf{y}^*)^T; \mathbf{y}^{*T}]$, 可建立扩展状态方程

$$\begin{aligned} \mathbf{z}(k+1) &= \overline{A}\mathbf{z}(k) + \overline{B}\mathbf{u}(k) + \overline{\Gamma}\xi(k), \\ \mathbf{y}(k) &= H\mathbf{z}(k) + \xi(k), \end{aligned} \quad (13)$$

其中,

$$\begin{aligned} \overline{A} &= \begin{bmatrix} A^* & A^* - I_3 \\ 0_3 & I_3 \end{bmatrix}, \quad \overline{B} = \begin{bmatrix} B^* \\ 0_3 \end{bmatrix}, \\ \overline{\Gamma} &= \begin{bmatrix} \Gamma^* \\ 0_3 \end{bmatrix}, \quad H = [I_3, 0_3], \quad 0_3 \text{ 为三阶零阵} \end{aligned}$$

$$\text{令 } J_2(\mathbf{u}) = E \left\{ \sum_{k=0}^{N-1} [\mathbf{u}^{*T}(k) Q_2 \mathbf{u}^*(k) + \mathbf{z}^T(k) Q_1' \mathbf{z}(k)] + \mathbf{z}^T(N) Q_0' \mathbf{z}(N) \right\}, \quad (14)$$

其中, $Q_0' = \begin{bmatrix} Q_0 & 0_3 \\ 0_3 & 0_3 \end{bmatrix} \geq 0$, $Q_1' = \begin{bmatrix} Q_1 & 0_3 \\ 0_3 & 0_3 \end{bmatrix} \geq 0$, $Q_2 > 0, Q_0 > 0, Q_1 > 0$, 均为三阶正定阵。

根据[5]的作法,可转化为求 $\{u''(k)\}$ 使性能指标

$$J_3 = \frac{E}{Z^h/hY^{N-1}} \left\{ \sum_{k=0}^{N-1} [\hat{z}^T(k/k) Q'_1 \hat{z}(k/k) + u''^T Q_2 u''(k)] + \hat{z}^T(N/N) Q'_0 \hat{z}(N/N) \right\} \text{最小.}$$

其中, $Z^{h/h} = [\hat{z}(j/j)]$, $j = 0, 1, \dots, k$, $Y^h = [y(0), \dots, y(k)]$, $u^T(k) = [u_0, u''^T(k)]$.

$$\text{令 } I[\hat{z}, k] = \min_{u''(k), \dots, u''(N-1)} \left\{ \frac{E}{\sum_{j=k}^{N-1}} [\hat{z}^T(j/j) Q'_1 \hat{z}(j/j) + u''^T(j) Q_2 u''(j)] + \hat{z}^T(N/N) Q'_0 \hat{z}(N/N) \right\},$$

利用动态规划可导出递推方程

$$I[\hat{z}, k] = \min_{u''(k)} \left\{ \hat{z}^T Q'_1 \hat{z} + u''^T(k) Q_2 u''(k) + \frac{E}{\hat{z}(k+1/k+1)} [I[\hat{z}(k+1/k+1), k+1] / \hat{z}(k/k) = \hat{z}, u''(k)] \right\},$$

其中, $\hat{z}$ 是 $\hat{z}(k/k)$ 的给定值. 由于输入 u_0 不可人为调节, 假定上面泛函递推方程的解具有以下形式

$$I[\hat{z}, k] = \hat{z}^T S(k) \hat{z} + G(k) \hat{z} + r(k), \quad (15)$$

这里 $S(k)$ 是对称非负定矩阵, $G(k)$ 是 k 的向量函数, $r(k)$ 是 k 的标量函数, $0 \leq k \leq N-1$.

分解 $\overline{B} = [\overline{B}_1; \overline{B}_2]$, 利用 (15) 式处理递推方程右端并求导, 于是推得最优控制.

$$u''(k) = -[Q_2 + \overline{B}_2^T S(k+1) \overline{B}_2]^{-1} \overline{B}_2^T S(k+1) [\overline{A} \hat{z} + \overline{B}_1 u_0 + \overline{F}(y(k) - H \hat{z})].$$

令 $L_k = [Q_2 + \overline{B}_2^T S(k+1) \overline{B}_2]^{-1} \overline{B}_2^T S(k+1)$, $v_k = \overline{F}(y(k) - H \hat{z})$, 则

$$u''(k) = -L_k (\overline{A} \hat{z} + \overline{B}_1 u_0 + v_k). \quad (16)$$

把 (15), (16) 两式分别代入递推方程左, 右边, 通过化简和比较, 可得方程

$$S(k) = Q'_1 + \overline{A}^T S(k+1) \overline{A} - \overline{A}^T L_k^T (Q_2 + \overline{B}_2^T S(k+1) \overline{B}_2) L_k \overline{A}, \quad (17)$$

$$S(N) = Q'_0.$$

利用 (17)、(16) 最终可求得 $u''(k)$.

性能指标 $J_2(u)$ 中的 Q'_0 、 Q'_1 和 Q_2 我们是根据生产实际和计算机仿真相结合来进行选择的.

三、仿 真 结 果

取系统建模时的实验数据, 把其中的第一、二组作为初始数据, 利用计算机产生方差阵为 R 的三维正态白噪声序列 $\{\xi(k)\}$, 根据系统模型和最优控制律仿真计算. 仿真中各时刻来料厚度仍取实验钢板数据, 于是所得结果 $\{y(k)\}$ 可被认为是对原钢板进行最优控制时的输出. 将 $\{y(k)\}$ 和实验数据中的输出 $\{y(k)\}$ (即不加控制时的输出) 相比较, 得出下表, 从表

中可看出控制效果比较理想。(表中偏差指绝对值)

		最大偏差	均方差	均值与设定值偏差
I	h_1	0.1	0.06	0.013
	h_5	0.039	0.017	0.009
	$T_{4,5}$	6.89	1.56	
II	h_1	0.07	0.03	0.006
	h_5	0.025	0.009	0.004
	$T_{4,5}$	2.75	1.05	

I, 未加控制时 II: 施加最优控制后

致谢 上述工作得到武钢冷轧厂赵亚中、曾呈校等同志的大力支持和帮助, 在此表示感谢!

参 考 文 献

- [1] 杨节主编, 轧制过程中数学模型, 冶金工业出版社, 北京, (1983), 292—302.
- [2] 韩光文, 系统辨识与参数估计, 国防工业出版社, 北京, (1980).
- [3] K. J. 奥斯特隆姆著, 潘裕焕译, 随机控制理论导论, 科学出版社, 北京, (1983), 196—211.
- [4] 绪方胜彦著, 卢伯英等译, 现代控制工程, 科学出版社, 北京, (1978), 539—540.
- [5] 韩曾晋编, 自适应控制系统, 机械工业出版社, 北京, (1983), 145—150.

Optimal Thickness Control of Continuous Cold Rolling Process of Strip Steel in Steady State

Pan Dehui, Gao Liqun

(Department of Automatic Control, Northeast University of Technology, Shenyang)

Abstract

In this paper we considered a continuous cold rolling steady process as a dynamic stationary process, and studied the thickness control of the strip steel production. By means of the canonical difference model the minimum covariance control is simplified. We obtained the optimal control policy for the problem in which the input vector has unadjustable components. Simulation shows that the results are good enough.