第7卷 第1期
1990年3月

控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS

Vol.7, No.1
Mar., 1990

多变量系统的 H^∞设计方法*

胡庭姝　施颂椒　张钟俊

(上海交通大学自动控制系)

摘要　H^∞设计方法是近年来迅速发展起来的一种多功能设计方法. 本文首先介绍了该方法所用到的主要数学工具，从标准优化问题的形成，问题的求解等方面概述了 H^∞设计方法的理论框架，并分析了这一设计方法的发展趋势.

关键词: H^∞控制理论; H^∞范数; 鲁棒性; 最小敏感度

1. 引　　言

传递函数的 H^∞范数，描述了输入有限能量信号传递到输出的最大能量放大倍数. 设输入 $d(t)$为有限能量信号,其拉氏变换为 $D(s)$，系统为渐近稳定的，具有传递函数 $P(s)$，输出为 $y(t)$，相应拉氏变换为 $Y(s)$，则

$$\|P(s)\|_\infty=\sup_{D(s)}\frac{\left[\int_{-\infty}^{+\infty}|Y(j\omega)|^2d\omega\right]^{1/2}}{\left[\int_{-\infty}^{+\infty}|D(j\omega)|^2d\omega\right]^{1/2}}=\sup_{d(t)}\frac{\left[\int_{-\infty}^{+\infty}y^2(t)dt\right]^{1/2}}{\left[\int_{-\infty}^{+\infty}d^2(t)dt\right]^{1/2}}.$$

1981 年，Zames[3] 首次用 H^∞范数来实现对干扰的最大抑制. 由于在性能指标的提法上，H^∞方法比 LQG 适用范围广，更切合实际，而且能得到满意的控制效果，所以一出现便受到控制理论界的重视.

Zames 在他的著作[3]中，只能对具有一个右半复平面（RHP）零点的 SISO 系统得出最优解. 后来与 Francis 合作[4][5]，对具有多个 RHP 零点的 SISO 系统得出了一般形式的解. 这些成果使许多控制理论工作者得到了鼓舞，利用各种数学工具，如 N-P 插值法，Hankel 算子理论等，对一般性的 MIMO 系统进行研究，虽然求解过程极其繁琐，但最优解毕竟得到了，这些奠定了 H^∞设计方法在控制理论界的地位.

对干扰的最大抑制，是通过使加权敏感性函数的 H^∞范数最小化来实现的，这在一定程度上也优化了系统对参数扰动的鲁棒性. 不仅如此，还可以直接提出反映鲁棒性的 H^∞性能指标. 用同样的方法进行优化. 也可用 H^∞优化方法来实现最优跟踪、最优模型匹配以及多种目标的同时优化.

同时，H^∞优化方法的适用对象也从 SISO 到 MIMO，从线性定常到线性时变[3]、自适应[10][11]，从集中参数系统到分布参数系统[14]、广义系统[25]. 总之，H^∞优化方法已发展成一种多动能的优化方法，这是 LQG 方法力所不及的.

但作为一种优化理论，H^∞方法还远非完美，还有许多问题有待解决：(1) 算法极其繁琐，(2) 控制器阶次偏高，(3) 控制器常为不稳定的，(4) 对于 MIMO 系统，目

---

* 国家自然科学基金资助项目。
本文于 1989 年 1 月 23 日收到. 1989 年 9 月 26 日收到修改稿。

前只能解决虚轴上有块零点(blocking zero)的问题. 若出现非块零点还没法解决. 随着以上问题的解决，H^∞优化理论也将日趋完善. 另外，为H^∞优化理论寻找更为广阔的应用天地，也是我们所面临的问题.

2. 主要数学工具

2.1 Hardy 空间

常用的 Hardy 空间有H^∞空间和H_2空间，一般 Hardy 空间用H_p表示.

当$1<P<\infty$时，H_p空间是由所有在开右半复平面上解析的函数向量f组成，且f满足:

$$\left[\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} f^*(j\omega)f(j\omega)d\omega\right]^{\frac{1}{2}} =: \|f\|_p < \infty.$$

H^∞空间由所有在开右半复平面上解析的传递函数矩阵F组成，且F满足:

$$\sup \bar{\sigma}\left[F(j\omega)\right] =: \|F\|_\infty < \infty.$$

H_p空间和H^∞空间都是 Banach 空间，且可定义内积使H_2成为 Hilbert 空间，H^∞范数是H_2空间上的诱导范数. 即

$$\|F\|_\infty \equiv \sup_{\|g\|_2<1} \left[\|Fg\|_2 / \|g\|_2\right].$$

粗略地说，H^∞空间表示所有稳定的传递函数的集合，H_2空间对应能量有限的输入或输出响应的拉氏变换. 另外，除去在开的右半复平面解析的性质，便可分别将H_2和H^∞空间延拓成L_2和L^∞空间,范数的定义保持不变.

2.2 Nehari 定理

设$R\in L^\infty$，定义$\mathrm{dist}(R,H^\infty) := \inf\{\|R-X\|_\infty, X\in H^\infty\}$则$\mathrm{dist}(R,H^\infty)=\|\Gamma_R\|$，且存在$X\in H^\infty$使$\|R-X\|_\infty=\|\Gamma_R\|$，其中$\Gamma$表示 Hankel 算子，$\|\Gamma_R\|$的求法参考[1].

2.3 Nevanlinna-Pick 插值定理

设F为任意阶矩阵，定义$\|F\| := \left[\lambda_{\max}(F^*F)\right]^{\frac{1}{2}}$.

定理[2] 设λ_1，λ_2，…，λ_n为互不相同的复数，且$\mathrm{Re}\lambda_i>0$，$\forall i\in\{1, n\}$，F_1，F_2，…，F_n为复矩阵，且$\|F_i\|<1$，$\forall i\in\{1, n\}$，定义

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & \cdots & P_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ P_{n1} & \cdots & P_{nn} \end{bmatrix},$$

其中$P_{ij}=(1/1-\bar{\lambda}_i\lambda_j)\left[1-F_i^*F_j\right]$，那么存在一个$\Phi\in H^\infty$且$\|\Phi\|_\infty<1$，$\Phi(\lambda_i)=F_i$，$\forall i\in\{1, n\}$的充要条件是$P$正定.

Φ可用迭代法求出，参见〔2〕.

2.4 有理稳定矩阵域上的互质分解及稳定系统的补偿器

设$N,D\in H^\infty$，若存在X，$Y\in H^\infty$使$XN+YD=I$，则称N，D为右互质

的 $(r.c.f)$; 若存在 $\tilde{X}$, $\tilde{Y}$, 使 $N\tilde{X}+D\tilde{Y}=I$, 则称 N, D 为左互质的 $(l.c.f)$.

定理 [2]　设 P 为 L^∞ 中的有理矩阵, (N_p, D_p), $(\tilde{D}_p, \tilde{N}_p)$ 为 P 的任意 $r.c.f$ 和 $l.c.f$, 选择 X, Y, $\tilde{X}$, $\tilde{Y}$ 使 $XN_p+YD_p=I$, $\tilde{N}_p\tilde{X}+\tilde{D}_p\tilde{Y}=I$, 则

$$S(p)=\left\{\left(Y-R\tilde{N}_p\right)^{-1}\ (X+R\tilde{D}_p),\ \ : R\in H^\infty,\ \left|Y-R\tilde{N}_p\right|\neq 0\right\}$$

$$=\left\{(\tilde{X}+D_pS)(\tilde{Y}-N_pS)^{-1},\ \ : S\in H^\infty,\ \left|\tilde{Y}-N_pS\right|\neq 0\right\}.$$

为所有使 $H(P,\ C)=\begin{bmatrix}(I+PC)^{-1}, & -P(I+CP)^{-1}\\ C(I+CP)^{-1} & (I+CP)^{-1}\end{bmatrix}$ 稳定的补偿器 C 的集合, $H(P,\ C)$ 被称为闭环传递函数矩阵.

2.5 **内外分解**

设 $G\in H^\infty$, 且 G 是有理的, 如果对所有的 $\mathrm{Re}S>0$, $G(s)$ 行满秩, 则 $G(s)$ 为外矩阵, 如果 $\tilde{G}(s)G(s)=I$, 则 $G(s)$ 为内矩阵.

所有的 H^∞ 空间中的有理矩阵 G 都可分为内矩阵和外矩阵之积, $G=G_i\cdot G_o$, 其中 G_i, G_o 分别为内矩阵和外矩阵.

设 G_i 为一内矩阵, 对任意 $F\in H^\infty$, 有 $\|G_iF\|_\infty=\|F\|_\infty$, 若 G 为方阵, 则 $\|FG_i\|_\infty=\|F\|_\infty$, 两种变换使 H^∞ 优化问题大为简化, 分解方法参见 [1].

3. H^∞ 标准优化问题的形成

众多的设计目的都可转化为标准的 H^∞ 优化问题:

$$\min_{R\in H^\infty}\|T_1-T_2RT_3\|_\infty.$$

3.1 抗干扰问题

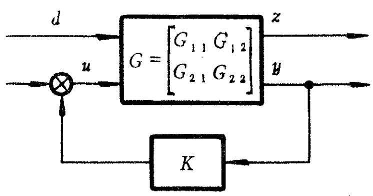

图 1　反馈控制系统

图 1 所示系统可用以下代数方程描述, $z=G_{11}d+G_{21}u$, $y=G_{21}d+G_{22}u$, 及 $u=Ky$. 从 d 到 z 的传递函数为: $d/z=G_{11}+G_{12}K(I-G_{22}K)^{-1}G_{21}$, 要使干扰 d 对 z 的影响最小, 可提出以下目标函数: $J=\|W_1\left(G_{11}+G_{12}K(I-G_{22}K)^{-1}G_{21}\right)W_2\|_\infty$. 其中 W_1, W_2 为加权. 如果 G 是可被 K 稳定的, 则 (G,K) 稳定等效于 $(G_{22},\ K)$ 稳

定[1] [15].

设 $G_{22}=N_2M_2^{-1}=\tilde{M}_2^{-1}\tilde{N}_2$，且有 X_2、Y_2、$\tilde{X}_2$、$\tilde{Y}_2$ 满足：$\tilde{X}_2M_2-\tilde{Y}_2N_2=I$，和 $-\tilde{N}_2Y_2+\tilde{M}_2X_2=I$，则所有使图1所示系统稳定的 K 的集合为

$$S(K)=\left\{\left(\tilde{X}_2-Q\tilde{N}^2\right)^{-1}(\tilde{Y}_2-Q\tilde{M}_2),\ Q\in H^{\infty},\ \left|X_2-Q\tilde{N}_2\right|\neq 0\right\}.$$

将 K 的表达式代入目标函数，可得

$$J=\|T_1-T_2QT_3\|_{\infty},$$

其中 $T_1=W_1(G_{11}+G_{12}M\tilde{Y}_2G_{21})W_2$，$T_2=W_1G_{12}M$，$T_3=\tilde{M}_2G_{21}W_2$.

3.2 鲁棒控制器

给定一名义系统 P_0 及函数 $r\in H^{\infty}$，P_0 在虚轴上无极点，则定义 $A(P_0,\ r)$ 为包含所有与 P_0 具有相同 RHP 极点数的 P，且 $\|P(j\omega)-P_0(j\omega)\|<|r(j\omega)|$，$\forall\omega\in\{-\infty,\ +\infty\}$.

定理[2] 设 C 稳定 P_0，那么 C 稳定 $A(P_0,\ r)$ 的充要条件是：

$$\|C(I+P_0C)^{-1}(j\omega)\|\cdot|r(j\omega)|\leqslant 1,\quad \forall\omega\in\{-\infty,\ +\infty\}.$$

利用稳定系统的补偿器的参数表达式，则可得存在 C 使 $A(P_0,\ r)$ 稳定的充要条件是存在 $S\in H^{\infty}$ 使 $\|\tilde{X}\tilde{D}r+DS\tilde{D}r\|_{\infty}\leqslant 1$，可归结为求标准的 H^{∞} 优化问题：

$$\min_{S\in H^{\infty}}\|T_1+T_2ST_3\|_{\infty},\quad T_1=\tilde{X}\tilde{D}r,\quad T_2=D,\quad T_3=\tilde{D}r.$$

若最小值小于或等于1，则鲁棒控制器存在.

对于乘型和稳定因子型不确定系统的鲁棒性，参见〔12〕.

3.3 混合型优化问题

如果系统包含加型扰动，可将鲁棒性性能指标提为

$J_1=\|C(I+P_0C)^{-1}r\|_{\infty}$，加上低敏感性指标 $J_2=\|W_1(I+P_0C)^{-1}W_2\|_{\infty}$，

混合型指标为 $J=\left\|\begin{matrix} W_1(I+P_0C)^{-1}W_2 \\ C(I+P_0C)^{-1}r\end{matrix}\right\|_{\infty}$.

如果取 $W_2=KI$，则 J 可转化为

$$J=\left\|\begin{matrix} W_1\tilde{Y}\tilde{D}K-W_1NR\tilde{D}K \\ X_1\tilde{D}r+DR\tilde{D}r\end{matrix}\right\|_{\infty}=\|T_1+T_2RT_3\|_{\infty},$$

其中 $$T_1=\begin{bmatrix} W_1\tilde{Y}\tilde{D}K \\ \tilde{X}\tilde{D}r\end{bmatrix},\quad T_2=\begin{bmatrix} -W_1NK \\ Dr\end{bmatrix},\quad T_3=\tilde{D}.$$

至于最优跟踪，可用与抗干扰相似的方法提出性能指标，而模型匹配本身便具有 $T_1+T_2RT_3$ 的形式，此处不再列举.

4. H^{∞} 优化问题的求解

对一般的 H^{∞} 优化问题有多种求解途径，所用到的数学工具也各不相同，如插值理论、Hankel 算子理论、Sarason 理论、Ball－Helton 几何理论等．近年来，新的方法还在产生，如 [16]．本节只介绍几种主要的方法．

假设 T_2 和 T_3 在虚轴分别没有行降秩点和列降秩点，那么标准的优化问题 $\min\limits_{Q\in H^{\infty}}\|T_1-T_2QT_3\|$ 可通过内外分解及左乘和右乘内矩阵转换为[2][9]

$$\min_{X\in H^{\infty}}\left\|\begin{matrix} R-X & R_1 \\ R^2 & R_3\end{matrix}\right\|_{\infty},\quad R_1,\ R_2,\ R_3,\ R\in L^{\infty}. \tag{4.1}$$

由于 T_2、T_3 行列秩大小的不同，(4.1) 中 R_1、R_2、R_3 可部分为零而退化为两块优化问题 $\min\|R-X,\ R_1\|_{\infty}$（或 $\left\|\begin{matrix} R-X \\ R_2\end{matrix}\right\|_{\infty}$）及单块优化问题 $\min\|R-X\|_{\infty}$．对于一般形如 (4.1) 的四块问题，首先要通过迭代[1][2]，转化为模型匹配问题：

$$\min_{S\in H^{\infty}}\|A-S\|_{\infty},\qquad A\in L^{\infty}. \tag{4.2}$$

(4.2) 有多种求解方法，但一般说来都可分为两步，第一步求出最小值，设其为 μ，然后再求满足 $\|A-S\|_{\infty}\leqslant\mu+\varepsilon$ 的 S，其中 ε 可取为任意小的正数．

4.1 $\min\limits_{S\in H^{\infty}}\|A-S\|_{\infty}$ 的求法．

4.1.1 Hankel 算子法[1]

由数学基础中的Nehari定理，$\min\limits_{S\in H^{\infty}}\|A-S\|_{\infty}=\|\Gamma_A\|$.

4.1.2 Sarason 方法[2]

首先通过互质分解和内外分解将 $\|A-S\|_{\infty}$ 转化为 $\|F-bS\|_{\infty}$，使得 $F\in H^{\infty}$，b 为内函数．记两个相互正交的 H_2 子空间为：$bH_2=\{bf,\ f\in H_2\}$，及 $N=\{g\in H_2,\ <g,\ bf>=0,\ \forall f\in H_2\}$ 并记 π 为 H_2 到 N 的正交投影，$\overline{A}:N\to N$ 为 πT_F 在 N 上的限制，那么由 Sarason 定理可得

$$\min_{S\in H^{\infty}}\|F-bS\|_{\infty}=\|\overline{A}\|,\quad 也即\min_{S\in H^{\infty}}\|A-S\|_{\infty}=\|\overline{A}\|.$$

N 为有限维空间，其基底可求出，$\|\overline{A}\|$ 等效于求一矩阵的最大奇异值[2]．

4.2 最优 S 的求解

4.2.1 Nevanlinna－Pick 插值法

设 $\|A-S\|_{\infty}$ 已转化为 $\|F-bS\|_{\infty}$ 的形式．令 $\|A-S\|_{\infty}$ 的最小值为 μ，则 S 的

求解可转化为 N－P 插值问题:

求 $\Phi\in H_\infty$，使得 $\|\Phi\|_\infty\leqslant 1$，且 $\Phi(\lambda_i)=F(\lambda_i)/\mu$，$i\in\{1,K\}$，其中 λ_1，λ_2，…，λ_k 为 b 的零点.(λ_1，λ_2，…，λ_k 都在右半平面)

以上插值问题可通过迭代转化为 1 点插值，然后再经 $K-1$ 次回代求取满足条件的 Φ，参见 [2]

4.2.2 Ball－Helton 几何方法

设 $\min\limits_{S\in H^\infty}\|A-S\|_\infty=\mu$，求 S 使 $\|A-S\|_\infty\leqslant\mu+\varepsilon$ 可转为求 X，使 $\|R-\overline{X}\|_\infty\leqslant 1$，其中 $R=A/(\mu+\varepsilon)$，$\overline{X}=S/(\mu+\varepsilon)$.

令 $G=\begin{bmatrix} I & R\\ 0 & I\end{bmatrix}$，$J=\begin{bmatrix} I & 0\\ 0 & I\end{bmatrix}$，对 $G^\sim JG$ 作 $J-$ 谱分解[1]：

$G^\sim JG=G_-^\sim JG_-$，其中 G_-，$G_-^{-1}\in H^\infty$，令 $L=GG_-^{-1}$，则所有满足 $\|R-\overline{X}\|\leqslant 1$ 的 $\overline{X}$ 可表示为

$$\overline{X}=R-X_1X_2^{-1},$$

其中 $$\begin{bmatrix} X_1\\ X_2\end{bmatrix}=L\begin{bmatrix} Y\\ I\end{bmatrix},\qquad Y\in H^\infty,\ \|Y\|_\infty\leqslant 1.$$

最优(或次优)S 求得之后，还需转化为标准优化问题中的 R.

5. 发展趋势

5.1 H^∞ 最优解的特点与超级优化

对于 SISO 系统，如果传递函数在虚轴无零点，则存在唯一的 X^* 使 $\|R-X^*\|_\infty$ 达到最小值．但在 MIMO 系统则不然，使 $\|R-X\|_\infty$ 最小的 X 不再是唯一的，存在一个最优解集 $\{X_{opt}\}$. $\{X_{opt}\}$ 具有一个特点，对任意 $X\in\{X_{opt}\}$，σ_{max}〔$(R-X)(j\omega)$〕为恒值．但其它奇异值则不一定．为此，Young 首次提出了 Strengthened Model Matching Problem，即求 X 使 $R-X$ 的各个奇异值依次最小，这样得出的 X 是唯一的，被称为超级最优解．顾大伟等[8] 用状态空间实现法求出了这样超级最优解．但有什么特点，目前还不大清楚．

5.2 频域与时域的统一

H^∞ 是在频率域上提出的，但 H^∞ 性能指标的优化，有纯粹的频域方法，如 Sarason 方法，N－P 插值法；也有利用传递函数的状态空间实现来求解的，如 Hankel 算子法和 Ball－Helton 方法．与频率域方法相比，后者更便于计算机实现．

最近，Pramod，P.Khargoneker 等人对状态反馈的 H^∞ 最优控制作了研究[6][7]，[29] 指出，当系统状态完全可测时，可以不用动态反馈而达到 H^∞ 最优控制，至于最优反馈阵的求法，还有待进一步研究．

5.3 算法简化及完善

算法繁琐是阻碍 H^∞ 设计方法进一步发展的主要因素，也是目前 H^∞ 设计方法的

重点研究课题，目前已有不少研究成果[19] [20] [22].

对于两块以上的模型匹配问题，算法的难点在于第一步，求性能指标的最小值，因为它包含多次繁琐的迭代，最初的方法是 ν − iteration[1]，每次迭代包含两个 Lyapunov 方程及一个 Riccati 方程的求解，不仅繁琐，还影响到精度，后来又有了 Hankel − Toeplitz 近似法[19]，及二次型近似法[20]，[21] 则试图对每一次迭代进行简化，但结果并不理想．

这些新算法都是针对两块问题，求 $\inf\left\|\begin{matrix}H-Q\\T\end{matrix}\right\|$．设最小值为 ε_0，Hankel − Toeplitz 方法利用 $\varepsilon_0 = [\lambda_{\max}\left(H_H^* H_H + T_T^* T_T\right)]^{\frac{1}{2}}$ 的结论，致力于求一多项式矩阵 $M(\lambda)$ 的零点，这样能得到准确的最小值，但由于 $M(\lambda)$ 的构成繁琐，且不规范，很难用于高阶系统．

比较成功的是 Jonckheere 和 Juang[20] 的工作，其特点是通过求 Riccati 方程的反稳定 (antistabilizing) 解，来估计 Hankel − Toeplitz 算子的谱半径．这样第一步迭代就能得到精度很高的近似解．

还有 [22]，用改进的 Riccati 方程解法，提高了算法精度，并降低了控制器阶次．[17] 对 N − P 插值法进行修正，使得用于更广泛的场合．关于 H$^\infty$ 范数的求法，也有不少新的算法，如 [23].

在简化算法上，虽然已有不少研究成果，但效果并不十分显著，H$^\infty$ 设计方法的出路，还在于与计算机科学相互配合，建立强有力的软件包系统。

由于 H$^\infty$ 设计方法能用于多种目的和多种的类型的系统，为 H$^\infty$ 优化理论寻找更为广阔的应用天地，也是将来的发展趋势之一．

参　考　文　献

[1] Francis, B.A.,A Course in H$^\infty$−Control Theory, Springer−verlag, New York, (1987).

[2] Vidyasagar, M.,Control System Synthesis, A Factorization Approach, The MIT Press, Cambridge, MA.,(1985).

[3] Zames, G.,Feedback and Optimal Sensitivity:Model References Transformations, Multivariable Semin−orms, and Approximate Inverse, IEEE Trans., **AC−26**, (1981), 301−320.

[4] Zames, G., & Francis, B.A., Feedback, Minimax Sensitivity, and Optimal Robustness, IEEE Trans., **AC−28**,(1983), 585−601.

[5] Francis, B.A., & Zames, G.,On H$^\infty$−Optimal Sensitivity Theory for SISO Feedback Systems, IEEE Trans., **AC−29**, (1984),9−16.

[6] Perterson,I.R., Disturbance Attenuation and H$^\infty$−Optimization: Minimax Approach, IEEE Trans., **AC−32, (1987),427−429.**

[7] Khagoneker,P.P.,Perterson,I.R.,& Rotea, M.A.,H$^\infty$−Optimal Control with State Feedback, IEEE Trans., **AC−33**,(1988),786−788.

[8] Tsai, M.−C., Gu, D.−W., & Postlethwaite,I.,A State Space Approach to Super−Optimal H$^\infty$−Control Problems, IEEE Trans., **AC−33**,(1988), 833−843.

[9] Chu, C.−C., Doyle,J.C., & Lee,E.B., The General Distance Problem in H$^\infty$ −Optimal Theory, Int.J.Control,44,(1986),565−596.

〔10〕 Grimble,M.J., H^{∞}–Robust Controllers for Self–tuning Control Applications, Part1:Controller Design, Int. J. Control, 46,(1987),1093–1112.

〔11〕 Grimble, M.J., H^{∞}–Robust Controllers for Self–tuning Control Applications, Part2: Self–tuning and Robustness, Int.J. Control,46,(1987),1819–1831.

〔12〕 Vidyasagar,M., & Kimura,H.,Robust Controllers for Uncertain Linear Multivariable Systems, Automatica, 22, (1986), 85–94.

〔13〕 Feintuch, A., Khargoneker, P.,& Baum,A.T., On the Sensitivity Minimization Problem for Linear Time–varying Periodic Systems, SIAM.J.Cont. and Opt.,24, (1986),1076–1096.

〔14〕 Tannenbaum,C.F.A., & Zames,G., On the H^{∞}–Optimal Sensitivity Problem for Systems with Delays, SIAM. J.Cont. and Opt.,25,(1987),686–705.

〔15〕 Francis, B.A. & doyle, J.C.,Linear Control Theory with an H^{∞}–Optimality Criterion, SIAM.J.Cont. and Opt.,25,(1987),815–844.

〔16〕 Safonov,M.G., & Le, V.X.,An Alternative Solution to the H^{∞}–Optimal Control Problem, System and Control Letters, 10,(1988),155–158.

〔17〕 Kimura,H., Directional Interpolation in State Space, Systems and Control Letters, 10, (1988),317–324.

〔18〕 Zhou, K., & Khargoneker, P.P., An Algebraic Riccati Equation Approach to H^{∞}–Optimization, Systems And Control Letters,11,(1988),85–91.

〔19〕 Juang,J.–C.& Jonckheere,E.A.,On Computing the Spectral Radius of the Hankel Plus Toeplitz Operator, IEEE Trans., **AC–33**, (1988), 1053–1059.

〔20〕 Jonckheere,E.A.,& Juang,J.–C., Fast Computation of Achievable Feedback Performance in Mixed Sensitivity H^{∞}Design, IEEE Trans., **AC–32**,(1987),896–906.

〔21〕 Chang,B.–C.,A Stable State Space Realization in Formulation of H^{∞}norm Computation, IEEE Trans., **AC–32**,(1987), 811–815.

〔22〕 Postlethwaite,I., Gu,D.–W.& O'Young, S.D., Some Computational Results in Size Reduction in $H^{\&}$–Design,IEEE Trans., **AC–33**,(1988),177–185.

〔23〕 Guo.L., Xia,L., Liu,Y., Recursive Algorithm for the Computation of the H^{∞}–norm of Polynomials, IEEE Trans., **AC–33**,(1988),1154–1157.

〔24〕 顾大伟，线性多变量系统的H^{∞}设计方法，控制理论与应用，**4**，3，**(1987)**，**10–15.**

〔25〕 徐冬玲，H^{∞}最优敏感性及鲁棒控制器的设计方法，博士论文，上海交通大学自动控制系，(1988)

H^{∞}–Design Method for MIMO Systems

Hu Tingshu, Shi Songjiao, Zhang Zhongjun

(Department of Automatic Control, Shanghai Jiaotong University)

Abstract: H^{∞}–Optimization theory is a recently developed theory that can be used for various kinds of optimization purposes. This paper introduces some mathmatical tools for this theory and presents the main results of the theory from three aspects: the formulation of the standard optimization problem, different approaches to the solution of the problem and the properties of the optimal solution. A short discussion of the prospect of this theory is made at the end of this paper.

Key words: H^{∞}control theory; H^{∞}norm; robustness; minimum sensivitity