第7卷 第2期
1990年6月

控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS

Vol.7, No.2
June, 1990

一类广义不确定线性系统稳定控制

王朝珠 戴立意
(中国科学院系统科学研究所，北京)

贾新春
(山西大学数学系，太原)

摘要 本文讨论一类广义不确定线性系统$E\dot{x}(t)=(A+\delta A)x(t)+(B+\delta B)u(t)$的稳定控制问题，这里，E为奇异阵；$\delta A\in U_A(\alpha)\delta B\in U_B(\beta)$均为系统的不确定量，$U_A(\alpha)$、$U_B(\beta)$为某类集合，$\alpha>0$，$0<\beta<(\sqrt{2}-1)$.在广义线性系统$E\dot{x}(t)=Ax(t)+Bu(t)$能稳、能正常化条件下，上述不确定系统具有稳定鲁棒控制器，并且该控制器可消除该系统的脉冲行为.

关键词：广义线性系统；鲁棒稳定控制

1. 准备知识

在实际工作中，我们所建立的数学模型总是近似描述实际情况的理想模型，因而，当我们对理想模型进行综合设计时，往往需要考虑到一些不确定因素，以便我们所做的综合设计更适于实际情况.

有关正常系统$\dot{x}(t)=f(x(t),u(t),t)+\Delta f(x(t),u(t),t)$的鲁棒稳定控制器设计可见文献〔1—3〕.

在本文中，我们将讨论广义线性系统

$$E\dot{x}(t)=(A+\delta A)x(t)+(B+\delta B)u(t) \tag{1.1}$$

在确定性状态反馈下的稳定性问题（也即鲁棒稳定反馈控制器的设计问题）.

式（1.1）中，$x(t)\in R^n,u(t)\in R^m$分别为系统（1.1）的状态矢量、控制矢量；E、$A\in R^{n\times n},B\in R^{n\times m}$为定常矩阵；$E$为奇异阵；$\delta A\in R^{n\times n}$、$\delta B\in R^{n\times m}$为系统（1.1）的不确定量.

我们称系统（1.1）为广义线性不确定系统.

它的理想系统

$$E\dot{x}(t)=Ax(t)+Bu(t) \tag{1.2}$$

称为系统（1.1）的标称系统.

在此，只考虑一类通过输入作用于系统的不确定性. 即

$$\delta A=B\Delta A,\delta B=B\Delta B, \tag{1.3}$$

其中

本文于1988年8月2日收到. 1989年9月11日收到修改稿.

$$\delta A \in U_A(\alpha) = \left\{ \delta A = B\Delta A : \Delta A \in \mathbb{R}^{m\times m}, \|\Delta A\|_2 < \alpha \right\}, \tag{1.4a}$$

$$\delta B \in U_B(\beta) = \left\{ \delta B = B\Delta B : \Delta B \in \mathbb{R}^{m\times m}, \|\Delta B\|_2 < \beta \right\}, \tag{1.4b}$$

$\alpha > 0, \beta > 0, \|\circ\|_2$ 是矩阵的谱范数．矩阵 H 的谱范数为

$\|H\|_2 = \left[\lambda_{\max}(H\ \ H^2)\right]^{1/2}$，$\lambda_{\max}(\circ)$指矩阵的最大特征值（$\tau$表示矩阵的转置符）．

我们的目的是找状态反馈控制

$$u(t) = Kx(t), \tag{1.5}$$

使得（1.1）和（1.5）构成的闭环系统对任意的 $\delta A \in U_A(\alpha)$，$\delta B \in U_B(\beta)$ 均是稳定的．

为此，做如下基本假设.

假设　广义不确定系统（1.1）对任意给定的 $\delta A \in U_A(\alpha)$，$\delta B \in U_B(\beta)$ 均是正则的，此时，系统（1.1）具有唯一的状态解（系统（1.2）的正则性也包括在上述假设中）．

为了设计形如（1.5）的反馈控制器，我们先给出一些基本结论．

引理 1　(I) 设 $A \in \mathbb{R}^{n\times m}, B \in \mathbb{R}^{m\times n}$，则 $(I_n + AB)$ 为非奇异 $\Longleftrightarrow$ $(I_m + BA)$ 为非奇异；如果 $(I_n + AB)$ 为非奇异，那么 $(I_n + AB)^{-1} = I_n - A(I_m + BA)^{-1}B$；

(II) 设 B 行满秩，则 $\|B^\tau(BB^\tau)^{-1}B\|_2 = 1$；

(III) 设 $C \in \mathbb{R}^{n\times n}, \|C\|_2 < a$，$a > 0$，则 $(aI_n \pm C)$是非奇异阵；

(IV) 在(III)的假设下，如果 C 为对称阵，则 $(aI_n \pm C)$是对称正定阵.

证　结论(I)见文献〔4〕．

$$\|B^\tau(BB^\tau)^{-1}B\|_2$$

$$= \{\lambda_{\max}\,[B^\tau(BB^\tau)^{-1}BB^\tau(BB^\tau)^{-1}B]\}^{\frac{1}{2}} = (\lambda_{\max}\,[B^\tau(BB^\tau)^{-1}B])^{\frac{1}{2}}.$$

注意到，$B^\tau(BB^\tau)^{-1}B$的最大特征值为 1，即得（II）．

对于矩阵 $C \in \mathbb{R}^{n\times n}$，有非奇异阵 $U \in \mathbb{R}^{n\times n}$，使得 UCU^{-1} 为上三角矩阵，其对角线上元素为 C 的特征值，记 $\rho(c)$ 为 C 的谱半径，则 $\rho(C) \leqslant \|C\|_2 < a$，从而 $UCU^{-1} \pm aI_n = U(C \pm aI_n)U^{-1}$ 为非奇异阵，从而 $(aI_n \pm C)$ 为非奇异阵，得(III).

如果 C 又是对称阵，则存在非奇异正交矩阵 $G \in \mathbb{R}^{n\times n}$，使得 GCG^τ 为实对角线阵．这里 $GG^\tau = I_n$．这样，$G(aI_n \pm C)G^\tau = aI_n \pm GCG^\tau$ 为对角线阵，由于 $\rho(C) < a$，因此 $(aI_n \pm C)$ 为对称正定阵，即(IV).

2. 系统（1.1）的稳定控制器的存在及设计方法

考虑状态反馈

$$u(t) = Kx(t), \quad K \in \mathbb{R}^{m\times n}. \tag{2.1}$$

系统(1.1)经(2.1)闭环系统为

$$E\dot{x}(t)=[(A+\delta A)+(B+\delta B)K]x(t). \tag{2.2}$$

下面，我们将寻找 K, 使得对任意给定的 $\delta A\in U_A(\alpha)$、$\delta B\in U_B(\beta)$, 系统 (2.2) 均是渐近稳定的．

设系统(1.2)是脉冲能控、能稳定的，则由文献〔5，6〕,存在$K_0\in R^{m\times n}$，使得

$$\deg〔\det(sE-(A+BK_0)〕=\mathrm{rank}E, \tag{2.3}$$

$$\sigma(E,A+BK_0)\subset C^-. \tag{2.4}$$

对此K_0，选取控制律

$$u(t)=K_0x(t)+u_1(t). \tag{2.5}$$

系统(1.2)和(2.5)构成闭环系统

$$E\dot{x}(t)=(A+BK_0)x(t)+Bu_1(t). \tag{2.6}$$

它既无脉冲,又是渐近稳定的.

对系统(2.6),作受限制等价变换:

$$Q(sE-(A+BK_0))P=\begin{vmatrix} sI_{n_1}-A_1 & 0 \\ 0 & -I_{n_2}\end{vmatrix}, \tag{2.7a}$$

$$QB=\begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}\begin{matrix}\}n_1 \\ \}n_2\end{matrix}, x(t)\hat{=}P\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t)\end{bmatrix}\begin{matrix}\}n_1 \\ \}n_2\end{matrix}. \tag{2.7b}$$

这里 $n_1\overset{\triangle}{=}\mathrm{rank}E, n_1+n_2=n, \sigma(A_1)=\sigma(E,A+BK_0)\subset C^-$.

经反馈律(2.5)，广义系统(1.1)为

$$E\dot{x}(t)=[(A+\delta A)+(B+\delta B)K_0]x(t)+(B+\delta B)u_1(t), \tag{2.8}$$

作状态矢量变换:

$$x(t)=P\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t)\end{bmatrix},$$

并且记$(\Delta A+\Delta BK_0)P\hat{=}[\overbrace{\Delta A_1}^{n_1}\quad \overbrace{\Delta A_2}^{n_2}]$，则广义不确定系统 (2.8) 受限制等价于：

$$\dot{x}_1(t)=(A_1+B_1\Delta A_1)x_1(t)+B_1\Delta A_2x_2(t)+B_1(I_m+\Delta B)u_1(t), \tag{2.9a}$$

$$0=B_2\Delta A_1x_1(t)+(I_{n_2}+B_2\Delta A_2)x_2(t)+B_2(I_m+\Delta B)u_1(t). \tag{2.9b}$$

注意，对任意给定的 δA、δB,$(I_{n_2}+B_2\Delta A_2)$ 未必可逆，然而，我们有

引理 2　设系统 (1.2) 能正常化 (也即 $B2$ 行满秩) 以及系统能稳定，则一定存在 K_1, 使得对任意给定的 $\delta A\in U_A(\alpha)$,$\delta B\in U_B(\beta)$, 有

$$\det[I_{n_2}+B_2\Delta A_2)+B_2(I_m+\Delta B)K_1]\neq 0. \tag{2.10}$$

证　根据假定，系统 (1.2) 能稳定，能正常化（蕴含系统脉冲能控），由前面分析知，存在K_0，使 (2.9) 成立．

我们取　$K_1=\varepsilon B_2^{\tau}(B_2B_2^{\tau})^{-1}$,　　(2.11)

这里，ε为大于$\bar{\varepsilon}$的任意给定正数．

$$\bar{\varepsilon}\stackrel{\triangle}{=}\max\left\{0,(1-\beta)^{-1}(\varepsilon_0-1)\right\}, \tag{2.12}$$

$$\varepsilon_0\stackrel{\triangle}{=}(\alpha+\beta\|K_0\|_2)\|B_2\|_2\|P\|_2, \tag{2.13}$$

则 $(I_{n_2}+B_2\Delta A_2)+B_2(I_m+\Delta B)K_1$

$$=(\varepsilon+1)I_{n_2}+B_2(\Delta A_2+\Delta BK_1)$$

$$=(\varepsilon+1)[I_{n_2}+1/(\varepsilon+1)B_2(\Delta A_2+\Delta BK_1)].$$

注意到，

$$\begin{aligned}&\|B_2(\Delta BK_1+\Delta A_2)\|_2\\ &\leqslant\|B_2\Delta BK_1\|_2+\|B_2\Delta A_2\|_2\\ &\leqslant\beta\|K_1B_2\|_2+\|B_2\|_2\cdot\|(\Delta A+\Delta BK_0)P\|_2\\ &\leqslant\varepsilon\beta+\|B_2\|_2\cdot(\alpha+\beta\|K_0\|_2)\cdot\|P\|_2\\ &=\beta\varepsilon+\varepsilon_0\leqslant\varepsilon+1.\end{aligned}$$

由引理1中(Ⅲ)知(2.10)成立．

对上述(2.11)确定的K_1,选取

$$u_1(t)=K_1x_2(t)+v(t), \tag{2.14}$$

则(2.19)与(2.14)构成的闭环系统为

$$\dot{x}_1(t)=(A_1+B_1\Delta A_1)x_1(t)+B_1[\Delta A_2+(I_m+\Delta B)K_1]x_2(t)+B_1(I_m+\Delta B)v(t), \tag{2.15}$$

$$0=B_2\Delta A_1x_1(t)+[(I_{n_2}+B_2\Delta A_2)+B_2(I_m+\Delta B)K_1]x_2(t)+B_2(I_m+\Delta B)v(t),$$

其中，$[(I_{n_2}+B_2\Delta A_2)+B_2(I_m+\Delta B)K_1]$ 对任意给定的 $\delta A\in U_A(\alpha)$、$\delta B\in U_B(\beta)$ 均是可逆的．

作变换：

$$\bar{x}_2(t)\stackrel{\triangle}{=}B_2\Delta A_1x_1(t)+[I_{n_2}+B_2\Delta A_2)+B_2(I_m+\Delta B)K_1]x_2(t), \tag{2.16}$$

则系统(2.15)受限制等价于

$$\dot{x}_1(t)=(A_1+\bar{B}_1\Delta A_1)x_1(t)+\bar{B}_1(I_m+\Delta B)v(t), \tag{2.17a}$$

$$0=\bar{x}_2(t)+B_2(I_m+\Delta B)v(t), \tag{2.17b}$$

这里，$\bar{B}_1\stackrel{\triangle}{=}B_1\left\{I_m-[\Delta A_2+(I_m+\Delta B)K_1]\cdot[I_{n_2}+B_2(\Delta A_2+(I_m+\Delta B)K_1)]^{-1}B_2\right\}$．

由引理1中(Ⅰ)和注意到(2.11),有

$$\overline{B}_1 = B_1[I_m + (\Delta A_2 + (I_m + \Delta B)K_1)B_2]^{-1}$$
$$= B_1[I_m + K_1B_2]^{-1}\left[I_m + (\Delta A_2 + \Delta BK_1)B_2(I_m + K_1B_2)^{-1}\right]^{-1}$$
$$= B_1[I_m + K_1B_2]^{-1}\left[I_m + (\Delta A_2 + \Delta BK_1)B_2(I_m + \varepsilon B_2^{\tau}(B_2B_2^{\tau})^{-1}B_2)^{-1}\right]^{-1}$$
$$= B_1[I_m + K_1B_2]^{-1}\left[I_m + (\Delta A_2 + \Delta BK_1)\cdot\frac{1}{\varepsilon+1}B_2\right]^{-1}$$
$$= B_1[I_m + K_1B_2]^{-1}\left[I_m + \frac{1}{\varepsilon+1}(\Delta A_2 + \Delta BK_1)B_2\right]^{-1}.$$

即

$$\overline{B}_1 = B_1(I_m + K_1B_2)^{-1}\left[I_m + \frac{1}{(\varepsilon+1)}(\Delta A_2 + \Delta BK_1)B_2\right]^{-1}. \tag{2.18}$$

在上述准备基础上，我们将给出反馈律（1.5）中增益阵 $K\in\mathbb{R}^{m\times n}$ 的选取办法，并且在一定条件下，证明了这样确定的 K，广义系统（2.2）对任意给定的 $\delta A\in U_A(\alpha)$、$\delta B\in U_B(\beta)$ 均是渐近稳定的．

增益阵K构造如下:

第一步：根据 K_0 的选择，A_1 是稳定阵，由文献[4]，对任意给定的正定对称阵 $S>0$，下述 Lyapunov 方程

$$RA_1 + A_1^{\tau}R = -S \qquad (S\in\mathbb{R}^{n_1\times n_1}) \tag{2.19}$$

有唯一的对称正定矩阵解 R。在此，特别地取 $S=I_{n_1}$，则 R 就被式（2. 19）所确定．

第二步：记

$$\tilde{B}_1 = B_1\ (I_m + K_1B_2)\ ^{-1} = B_1\left[I_m + \varepsilon B_2^{\tau}\ (B_2B_2^{\tau})\ B_2\right]^{-1}, \tag{2.20}$$

$$\rho = \ (\varepsilon_0 + \beta\varepsilon)\ /\ (\varepsilon+1)\ , \tag{2.21}$$

当 ε 取充分大时，可保证（$I_m + K_1B_2$）非奇异，ρ 也就近似等于 β.

对矩阵$R\tilde{B}_1$，作行压缩变换T

$$TR\tilde{B}_1 = {}_{l\{}\begin{pmatrix} 0 \\ \hat{B}_1 \end{pmatrix}, \hat{B}_1\text{行满秩}. \tag{2.22}$$

相应地，记

$$TST^{\tau} \overset{\Delta}{=} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} \overbrace{\phantom{S_{11}}}^{n_1-l} & \overbrace{\phantom{S_{12}}}^{l} \end{array} \\ \left[\begin{array}{cc} S_{11} & S_{12} \\ S_{12}^{\tau} & S_{22} \end{array}\right]\begin{array}{l} \}n1-l \\ \}l \end{array} \end{array} > 0, \tag{2.23}$$

这里，S_{11}、S_{22}均为正定对称阵.

第三步：取γ、q为满足下列各式的正数.

$$\gamma = \frac{q}{2(1-\beta^2-2\beta)(1+\rho)^{-2}\lambda_{\min}(\hat{B}_1\hat{B}_1^{\tau})}, \tag{2.24}$$

$$q=\|S_{11}\|_2^{-1}\left[\|S_{12}\|_2+(\alpha+\beta\|K_0\|_2)(1-\rho)^{-1}\|\hat{B}_1\|_2\|P\|_2\|T\|_2\right]^2$$
$$+2(1-\rho)^{-1}(\alpha+\beta\|K_0\|_2)\|\hat{B}_1\|_2\|P\|_2\|T\|_2. \tag{2.25}$$

第四步：取反馈增益阵K为

$$K\overset{\Delta}{=}K_0+[0\quad K_1]P^{-1}-\gamma(\tilde{B}_1^{\tau}R\ 0)P^{-1}, \tag{2.26}$$

则由式（2.26）确定的K满足设计要求．即

定理 1　设标称系统（1.2）能正常化、能稳定。如果$0<\beta<(\sqrt{2}-1)$，$\alpha>0$，则由（2.26）、（2.1）确定的反馈控制器使得闭环系统（2.2）对任意给定的$\delta A\in U_A(\alpha)$、$\delta B\in U_B(\beta)$均是渐近稳定的。

证　设K由（2。26）确定，考察闭环系统（2.2），根据前述，以及（2.17），知系统(2.2)受限制等价于:

$$\dot{x}_1(t)=\left[(A_1+\overline{B}_1\Delta A_1)+\overline{B}_1(I+\Delta B)(-\gamma\tilde{B}_1^{\tau}R)\right]x_1(t),$$
$$0=B_2(I+\Delta B)(-\gamma\tilde{B}_1^{\tau}R)x_1(t)+\overline{x}_2(t). \tag{2.27}$$

由系统（2.27）知，系统（2.2）对任意给定的$\delta A\in U_A(\alpha)$、$\delta B\in U_B(\beta)$均是渐近稳定的，等价于系统（2.27）的慢子系统（即第一方程）对任意给定的$\delta A\in U_A(\alpha)$、$\delta B\in U_B(\beta)$均是渐近稳定的，即

$$\lim_{t\to\infty}x_1(t)=0.$$

定义Lyapunov函数如下:

$$V(t)=x_1^{\tau}(t)Rx_1(t). \tag{2.28}$$

显然・$V(t)\geqslant 0$，当且仅当$x(t)=0$时，$V(t)=0$。

$$\dot{V}(t)=x_1^{\tau}(t)\left[(A_1+\overline{B}_1\Delta A_1)+\overline{B}_1(I_m+\Delta B)(-\gamma\tilde{B}_1^{\tau}R)\right]^{\tau}Rx_1(t)$$
$$+x_1^{\tau}(t)R\left[(A_1+\overline{B}_1\Delta A_1)+\overline{B}_1(I_m+\Delta B)(-\gamma\tilde{B}_1^{\tau}R)\right]x_1(t)$$
$$=x_1^{\tau}(t)\{-S+R\overline{B}_1\Delta A_1+\Delta A_1^{\tau}\overline{B}_1^{\tau}R-\gamma R\tilde{B}_1(I_m+\Delta D)^{-1}\cdot$$
$$\cdot\left[(I_m+\Delta B)(I_m+\Delta D^{\tau})+(I_m+\Delta D)(I_m+\Delta B^{\tau})\right](I_m+\Delta D^{\tau})^{-1}\tilde{B}_1^{\tau}R\}x_1(t), \tag{2.29}$$

这里$\Delta D\overset{\Delta}{=}\dfrac{1}{(\varepsilon+1)}(\Delta A_2B_2+\Delta BK_1B_2)$，易知$\|\Delta D\|_2<\rho(\approx\beta)$.

我们记：$\Delta A_1T^{\tau}=(\Delta\overline{A}_1\quad\Delta\overline{A}_2)$，且注意到（2.22）、（2.23），则

$$T\{-S+R\overline{B}_1\Delta A_1+\Delta A_1^{\tau}\overline{B}_1^{\tau}R-\gamma R\tilde{B}_1(I_m+\Delta D)^{-1}$$
$$\left[(I_m+\Delta B)(I_m+\Delta D^{\tau})+(I_m+\Delta D)(I_m+\Delta B^{\tau})\right](I_m+\Delta D^{\tau})^{-1}\tilde{B}_1^{\tau}R\}T^{\tau}$$

$$=\begin{bmatrix} -S_{11} & -S_{12}+\Delta\overline{A}_1^{\tau}(I_m+\Delta D^{\tau})^{-1}\hat{B}_1 \\ -S_{12}^{\tau}+\hat{B}_1(I_m+\Delta D)^{-1}\Delta\overline{A}_1 & N \end{bmatrix}, \tag{2.30}$$

其中

$$N=\{-S_{22}+\hat{B}_1(I_m+\Delta D)^{-1}\Delta\overline{A}_2^{\tau}+\Delta\overline{A}_2^{\tau}(I+\Delta D^{\tau})^{-1}\hat{B}_1^{\tau}-\gamma\hat{B}_1(I_m+\Delta D)^{-1}$$
$$\circ\left[(I_m+\Delta B)(I_m+\Delta D)+(I_m+\Delta D)(I_m+\Delta B^{\tau})\right](I+\Delta D^{\tau})^{-1}\hat{B}_1. \tag{2.31}$$

注意到，S_{11}为对称正定阵，因而（2.31）可表示为

$$\begin{bmatrix} I_{n_1-l} & 0 \\ -\left(-S_{12}^{\tau}+\hat{B}_1(I_m+\Delta D)^{-1}\Delta\overline{A}_1\right)S_{11}^{-1} & I_l \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -S_{11} & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix}\circ$$
$$\circ\begin{bmatrix} I_{n_1-l} & -S_{11}^{-1}\left(-S_{12}+\Delta\overline{A}_1^{\tau}(I_m+\Delta D^{\tau})^{-1}\hat{B}_1^{\tau}\right) \\ 0 & I_l \end{bmatrix}, \tag{2.32}$$

这里，$M\stackrel{\triangle}{=}\{\left[S_{12}^{\tau}-\hat{B}_1(I_m+\Delta D)^{-1}\Delta\overline{A}_1\right]S_{11}^{-1}\left[S_{12}-\Delta\overline{A}_1^{\tau}(I_m+\Delta D^{\tau})^{-1}\hat{B}_1^{\tau}\right]+\hat{B}_1(I_m+\Delta D)^{-1}\Delta\overline{A}_2+\Delta\overline{A}_2(I_m+\Delta D^{\tau})^{-1}\hat{B}_1^{\tau}\}-S_{22}-\{\gamma\hat{B}_1(I_m+\Delta D)^{-1}\left[(I_m+\Delta B)(I_m+\Delta D^{\tau})+(I_m+\Delta D)(I_m+\Delta B^{\tau})\right](I_m+\Delta D^{\tau})^{-1}\hat{B}_1^{\tau}\}\stackrel{\triangle}{=}M_{11}-S_{22}-M_{22}$.

对矩阵M_{11}、M_{22}做范数估计.

$$\begin{aligned}\|M_{11}\|_2 &= \|\left[S_{12}^{\tau}-\hat{B}_1(I_m+\Delta D)^{-1}\Delta\overline{A}_1\right]S_{11}^{-1}\left[S_{12}\Delta\overline{A}_1^{\tau}(I_m+\Delta D^{\tau})^{-1}\hat{B}_1^{\tau}\right] \\ &+\hat{B}_1(I_m+\Delta D)^{-1}\Delta\overline{A}_2+\Delta\overline{A}_2(I_m+\Delta D^{\tau})\hat{B}_1^{\tau}]\|_2 \leqslant \|S_{11}\|_2^{-1}\left[\|S_{12}\|_2+\|\hat{B}_1\|_2(\|I_m+\Delta D\|_2)^{-1}\|\Delta\overline{A}_1\|_2\right]^2+2\|\hat{B}_1\|_2(\|I_m+\Delta D\|_2)^{-1}\|\Delta\overline{A}_2\|_2] ^2 \\ &\leqslant \|S_{11}\|_2^{-1}\left[\|S_{12}\|_2+\|\hat{B}_1\|_2(1-\rho)^{-1}\|\Delta\overline{A}_1T^{\tau}\|_2\right]^2+2\|\hat{B}_1\|_2(1-\rho)^{-1}\|\Delta\overline{A}_1T^{\tau}\|_2 \leqslant \|S_{11}\|_2^{-1}\left[\|S_{12}\|_2\right. \\ &\left.+\|\hat{B}_1\|_2(1-\rho)^{-1}\|(\Delta A+\Delta BK_0)P\|_2\|T\|_2\right]^2+2\|\hat{B}_1\|_2(1-\rho)^{-1}\|(\Delta A+\Delta BK_0)P\|_2\|T\|_2 \\ &\leqslant \|S_{11}\|^{-1}\left[\|S_{12}\|_2+\|\hat{B}_1\|_2(1-\rho)^{-1}(\alpha+\beta\|K_0\|_2)\|P\|_2\|T\|_2\right]^2+2\|\hat{B}_1\|_2(1-\rho)^{-1}(\alpha \\ &+\beta\|K_0\|_2)\|P\|_2\|T\|_2] =q.\end{aligned} \tag{2.34}$$

由引理1的(IV)知:

$$(M_{11}-qI_l)<0 \text{（即对称负定阵）}. \tag{2.35}$$

记 $N_1\stackrel{\triangle}{=}(I_m+\Delta B)(I_m+\Delta D^{\tau})+(I_m+\Delta D)(I_m+\Delta B^{\tau})$，则

$$\|N_1-2I_m\|_2=\|\Delta B+\Delta B^{\tau})+(\Delta D+\Delta D^{\tau})+(\Delta B\Delta D^{\tau}+\Delta D\Delta B^{\tau})\|_2$$
$$\leqslant 2(\beta+\rho+\beta\rho)\approx 2(\beta^2+2\beta).$$

由引理 1 的 (IV) 知，$2(\beta^2+2\beta)I_m+(N_1-2I)>0$，即

$$N_1 > 2(1-\beta^2-2\beta)I_m. \tag{2.36}$$

而当 $0<\beta<(\sqrt{2}-1)$ 时，$(1-\beta^2-2\beta)>0$，因此 N_1 是对称正定阵．又

$$(I_m+\Delta D)^{-1}(I_m+\Delta D^{\tau})^{-1} > (1+\rho)^{-2}I_m. \tag{2.37}$$

因此，$M_{22}=\gamma\hat{B}_1(I_m+\Delta D)^{-1}\Big[(I_m+\Delta B)(I_m+\Delta D^{\tau})+(I_m+\Delta D)(I_m+\Delta B^{\tau})\Big]\cdot$

$$\cdot(I_m+\Delta D^{\tau})^{-1}\hat{B}_1^{\tau} > 2\gamma(1-\beta^2-2\beta)(1+\rho)^{-2}\hat{B}_1\hat{B}_1^{\tau}$$

$\geqslant 2\gamma(1-\beta^2-2\beta)(1+\rho)^{-2}\lambda_{\min}(\hat{B}_1\hat{B}_1^{\tau})I_l=qI_l$，即

$$M_{22} > qI_l. \tag{2.38}$$

由 (2.23)、(2.35)、(2.38) 知 M 是对称负定阵，且 $M<-S_{22}$，从而 $\dot{V}(t)<0$，这说明系统（2.2）是渐近稳定的．

3. 结 束 语

在本文中，我们提出了广义不确定线性系统（1.1）的鲁棒稳定控制问题，证明了当标称系统（1.2）是能正常化、能稳定时，如果 $\beta<(\sqrt{2}-1)$时，不确定系统（1.1）具有稳定反馈控制器（2.1），其中反馈增益阵 K 可由（2.19）—（2.26）完全确定.

参 考 文 献

〔1〕 Barmish, B. R., Stabilization of Uncertain Systems Via Linear Control, IEEE Trans. Automatic, Contr., 28, 8, (1983), 848—851.

〔2〕 Petersen, I. R., A Stabilization Algorithm for A Class of Uncertain Linear Systems, Sys. & Contr. Lett., 8, 3, (1987), 351—357.

〔3〕 Zhou Kemin and Khargoneker, P. P., Robust Stabilization of Linear Systems with Norm-bounded Time-varying Uncertainty,Sys. & Contr. Lett., 10, 1, (1988), 17—20.

〔4〕 须田信英等著，曾长修译，自动控制中的矩阵理论，科学出版社，北京，(1979)，

〔5〕 Cobb,J.D., Feedback and Pole Placement in Descriptor-variable Systems,Int.J.Contr.,33,6,(1981),1135—1146.

〔6〕 王朝珠、戴立意，广义动态系统，控制理论与应用，3，1，(1986)，1—12.

Stable Control for A Class of Generalized Uncertain Linear Systems

Wang Chaozhu, Dai Liyi

(Institute of Systems Science, Academia Sinica, Beijing)

Jia Xinchun

(Department of Mathematics, Shanxi University, Tai yuan)

Abstract: The paper discusses the stable controllable problem of a class of generalized uncertain linear system $E\dot{x}(t)=Ax(t)+Bu(t)$,where,the matrix E is singular,δA、δB are uncertainties of the system(1.1).If the system(1.2) is stabiliable and regulatable,$0<\beta<(\sqrt{2}-1).\alpha>0$,for system(1.1) there can be designed a stable robust controllor which can eliminate the system′s impulsive behaviour.

Key words: the generalized system; the robust stable control

新 书 预 告

由中国科学院系统科学研究所王恩平、秦化淑、王世林编著的《线性控制系统理论》一书，将于1990年由广东科技出版社出版.

线性控制系统理论是现代控制理论中发展最成熟应用最广泛的一部分，它是现代控制理论的基础.作者在该书中系统地介绍了线性控制系统理论的基本概念和系统设计的基本方法，并以大量的例子说明这些概念的工程意义以及它们在工程实际问题中的具体应用.在写作中，作者从状态空间方法出发阐述自五十年代末、六十年代初以来发展起来的已经成熟了的多变量线性控制系统理论中的基本内容.因此，该书不同于以往古典调节原理的内容.但是，在现代方法和古典方法有联系的地方，作者有意识地把它们紧密地联系起来，从频域法和状态空间方法两个方面研究问题.所以，该书又是和古典调节原理互相衔接的.书中着重于基本概念的叙述，特别注意这些基本概念的工程背景和应用前景的介绍.在理论推导上，作者尽量用较初等的数学工具，力求通俗易懂，面向更广大的读者.在取材上，作者特别搜集了近年来发展成熟有理论和实际意义的最新成果，而这些内容在普通专著中是找不到的.

全书共分八章，其中包括线性控制系统的数学描述，能控性和能观性，状态反馈和极点配置，标准形和实现，稳定性，观测器和动态补偿器设计，干扰补偿和内模原理以及最优线性调节理论等内容.

本书可供从事自动控制理论及其应用研究的科研工作者、工程技术人员、高等院校教师、研究生和高年级学生做为科研、教学或自学的教科书或参考书.