

# 估计传递函数参数的误差校正法\*

吴学森 丁文镜

(清华大学工程力学系, 北京)

**摘要** 本文提出一种称为误差校正法的估计传递函数参数的方法。建立了目标函数与传递函数参数及其最小二乘估值偏差间的函数关系，在完成最小二乘估计的基础上，通过连续修正，使传递函数估值精度得到提高。算例表明，该法比普通最小二乘法和广义最小二乘法的精度高，而且，比广义最小二乘法收敛得快。

**关键词：**参数估计；传递函数；误差校正

## 1. 引言

传递函数是定常线性系统常用的数学模型。传递函数参数识别是建立复杂的定常线性系统数学模型的有效方法之一。从五十年代 Levy 提出传递函数最小二乘识别方法开始<sup>[1]</sup>，发展了各具特色的识别传递函数参数的最小二乘法<sup>[2-4]</sup>。

由于传递函数的量测误差不会是独立同分布随机序列。近来，徐南荣、袁金利和本文作者用广义最小二乘法识别传递函数参数，确实提高了参数识别的精度<sup>[5-6]</sup>。

本文提出一种称为误差校正法的识别传递函数参数的方法。首先建立目标函数与传递函数参数及其最小二乘估值偏差间的函数关系。完成最小二乘估计后，再用最小二乘法导出参数的修正值。连续修正几次，能取得较高的估计精度。算例表明，此法比最小二乘法和广义最小二乘法的估计精度都高，且比后者收敛快。

## 2. 参数方程

单输入单输出定常线性系统的状态方程和输出方程为

$$\dot{x} = Ax + bu, \quad y = C^T x + du.$$

输出量  $y$  对输入量  $u$  的传递函数为<sup>[7]</sup>

$$G(s) = d + C^T(sI - A)^{-1}b = \frac{a_0 + a_1s + \dots + a_ms^m}{1 + b_1s + \dots + b_ns^n}, \quad m \leq n$$

相应的频响函数为

$$G(j\omega) = \frac{Z_R(\omega) + jZ_I(\omega)}{1 + N_R(\omega) + jN_I(\omega)} = R(\omega) + jI(\omega), \quad (1)$$

其中  $R(\omega)$ 、 $I(\omega)$  为实频和虚频特性， $Z_R(\omega)$ 、 $Z_I(\omega)$ 、 $N_R(\omega)$  和  $N_I(\omega)$  为  $\omega$  的多项式

\* 国家自然科学基金和航天科学基金资助项目。

本文于1988年8月26日收到，1989年9月30日收到修改稿。

函数

$$\begin{aligned} Z_R(\omega) &= a_0 - a_2\omega^2 + a_4\omega^4 - \dots, \\ Z_I(\omega) &= a_1\omega - a_3\omega^3 + a_5\omega^5 - \dots, \\ N_R(\omega) &= -b_2\omega + b_4\omega^4 - \dots, \\ N_I(\omega) &= b_1\omega - b_3\omega^3 + b_5\omega^5 - \dots. \end{aligned} \quad (2)$$

用  $(1+N_R(\omega)+jN_I(\omega))$ , 乘 (1), 实虚部分开, 得到

$$\begin{aligned} Z_R(\omega) - R(\omega)N_R(\omega) + I(\omega)N_I(\omega) &= R(\omega), \\ Z_I(\omega) - I(\omega)N_R(\omega) - R(\omega)N_I(\omega) &= I(\omega). \end{aligned} \quad (3)$$

采集频响函数试验数据, 形成三元序列:

$$(\omega_1, R_1, I_1), (\omega_2, R_2, I_2), \dots, (\omega_z, R_z, I_z). \quad (4)$$

由于试验数据中含有量测误差  $\varepsilon_{Ri}$  和  $\varepsilon_{Ii}$ , 因而它与频响函数真值  $G(j\omega)$  的关系为

$$G(j\omega_i) = R_i + jI_i + \varepsilon'_{Ri} + j\varepsilon'_{Ii} \quad (5)$$

分开上式的实虚部, 得到

$$R(\omega_i) = R_i + \varepsilon_{Ri}, \quad I(\omega_i) = I_i + \varepsilon_{Ii}, \quad i = 1, \dots, z. \quad (6)$$

将上式代入 (3), 整理后得到用频响函数试验数据 (4) 计算传递函数参数的线性方程

$$MP = V + \varepsilon, \quad (7)$$

其中  $M$  为  $2z \times r$  维矩阵,  $r = m + n + 1$ ,

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\omega_1^2 & 0 & \omega_1^4 & \dots & I_1\omega_1 & R_1\omega_1^2 & -I_1\omega_1^3 & -R_1\omega_1^4 & \dots \\ \dots & & & & & & & & & & \\ 1 & 0 & -\omega_2^2 & 0 & \omega_2^4 & \dots & I_2\omega_2 & R_2\omega_2^2 & -I_2\omega_2^3 & -R_2\omega_2^4 & \dots \\ \dots & & & & & & & & & & \\ 1 & 0 & -\omega_z^2 & 0 & \omega_z^4 & \dots & I_z\omega_z & R_z\omega_z^2 & -I_z\omega_z^3 & -R_z\omega_z^4 & \dots \\ 0 & \omega_1 & 0 & -\omega_1^3 & 0 & \dots & -R_1\omega_1 & I_1\omega_1^2 & R_1\omega_1^3 & -I_1\omega_1^4 & \dots \\ \dots & & & & & & & & & & \\ 0 & \omega_i & 0 & -\omega_i^3 & 0 & \dots & -R_i\omega_i & I_i\omega_i^2 & R_i\omega_i^3 & -I_i\omega_i^4 & \dots \\ \dots & & & & & & & & & & \\ 0 & \omega_z & 0 & -\omega_z^3 & 0 & \dots & -R_z\omega_z & I_z\omega_z^2 & R_z\omega_z^3 & -I_z\omega_z^4 & \dots \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$P$  为传递函数参数向量

$$P = [a_0 \ a_1 \dots a_m \ b_1 \dots b_n]^T = [p_1 \dots p_r]^T, \quad (9)$$

$$V = [R_1 \dots R_z \ I_1 \dots I_z]^T, \quad (10)$$

$$\varepsilon = [\varepsilon_{R1} \dots \varepsilon_{Rz} \ \varepsilon_{I1} \dots \varepsilon_{Iz}]^T = [\varepsilon_1 \dots \varepsilon_{2z}]^T, \quad (11)$$

其中

$$\begin{aligned} \varepsilon_{Ri} &= (1 + N_R(\omega_i))\varepsilon'_{Ri} - N_R\varepsilon'_{Ri}, & \varepsilon_R &= (1 + N_R)\varepsilon'_{Ri} + N_R\varepsilon'_{Ri}, \\ N_R &= -b_2\omega_i^2 + b_4\omega_i^4 - \dots, & N_R &= b_1\omega_i - b_3\omega_i^3 + b_5\omega_i^5 - \dots, \\ & i = 1, \dots, z. \end{aligned} \quad (12)$$

若  $2z > r$ , 则方程 (7) 为超定方程.

### 3. 广义最小二乘法

取目标函数

$$J_0 = \varepsilon^T \varepsilon,$$

用最小二乘法导出的传递函数参数估值<sup>[8]</sup>

$$\hat{P}_{LS} = [M^T M]^{-1} M^T V,$$

若误差序列  $\varepsilon$  是非独立随机序列，则  $\hat{P}_{LS}$  是有偏估计。与此相应，残差向量

$$\hat{\varepsilon} = M \hat{P}_{LS} - V,$$

是满足下列自回归方程的相关序列

$$\hat{\varepsilon}_j + \sum_{k=1}^l c_k \hat{\varepsilon}_{j-k} = e_j,$$

$$j = l+1, \dots, z; \quad z+l+1, \dots, 2z,$$

其中  $e_j$  是独立同分布随机序列，自回归阶数  $l$  在识别计算时用尝试法确定。  
上式写成矩阵形式

$$\Omega C = -\hat{\varepsilon} + e,$$

其中  $\Omega$  是  $2z \times l$  维矩阵，

$$\Omega^T = \begin{bmatrix} 0 & \hat{\varepsilon}_1 & \dots & \hat{\varepsilon}_{l+1} & \dots & \hat{\varepsilon}_{z-1} & 0 & \hat{\varepsilon}_{z+1} & \dots & \hat{\varepsilon}_{z+l+1} & \dots & \hat{\varepsilon}_{2z-1} \\ 0 & 0 & \dots & \hat{\varepsilon}_l & \dots & \hat{\varepsilon}_{z-2} & 0 & 0 & \dots & \hat{\varepsilon}_{z+l} & \dots & \hat{\varepsilon}_{2z-2} \\ 0 & 0 & \dots & \hat{\varepsilon}_{l-1} & \dots & \hat{\varepsilon}_{z-3} & 0 & 0 & \dots & \hat{\varepsilon}_{z+l-1} & \dots & \hat{\varepsilon}_{2z-3} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \hat{\varepsilon}_1 & \dots & \hat{\varepsilon}_{z-l} & 0 & 0 & \dots & \hat{\varepsilon}_{z+1} & \dots & \hat{\varepsilon}_{2z-l-1} \end{bmatrix},$$

$$\hat{\varepsilon} = [\hat{\varepsilon}_1 \dots \hat{\varepsilon}_{2z}]^T, \quad e = [e_1 \dots e_{2z}]^T, \quad C = [c_1 \dots c_l]^T.$$

从(14)、(15)中消去  $\hat{\varepsilon}$ ，得到

$$MP + \Omega C - V = e.$$

取目标函数

$$J_1 = e^T e,$$

用最小二乘法导出  $P$  和  $C$  的估值

$$\begin{bmatrix} \hat{P} \\ \hat{C} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M^T M & M^T \Omega \\ \Omega^T M & \Omega^T \Omega \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} M^T V \\ \Omega^T V \end{bmatrix}.$$

用分块矩阵逆运算公式，按上式导出传递函数参数的广义最小二乘估值<sup>[6,8]</sup>

$$\hat{P}_{GLS} = [M^T M]^{-1} M^T V - [M^T M]^{-1} M^T \Omega \hat{C}, \quad (16)$$

$$\hat{C} = -D^{-1} \Omega^T \hat{\varepsilon},$$

$$D = \Omega^T \Omega - \Omega^T M [M^T M]^{-1} M^T \Omega.$$

求得  $P$  的真值之前，残差  $\hat{\varepsilon}_j$  的精确值未知。矩阵  $\Omega$  也未知，先用最小二乘估计  $\hat{P}_{LS}$  代替真值  $P$ ，计算残差  $\hat{\varepsilon}_j$  的近似值。构成近似的  $\Omega$ ，按(16)式计算  $\hat{P}_{GLS}$  的一次近似值。然后，由后者代替  $\hat{P}_{LS}$ ，重复上述过程，求得  $\hat{P}_{GLS}$  的二次近似值。重复迭代，到  $\hat{P}_{GLS}$  收敛为止。

#### 4. 误差校正法

用频响函数量测误差平方和作目标函数

$$J_2 = \sum_{i=1}^z (\varepsilon_{Ri}^2 + \varepsilon_{Hi}^2),$$

取(12)的前两式的平方和, 得到

$$\varepsilon_{Ri}^2 + \varepsilon_{Hi}^2 = [(1 + N_{Ri})^2 + N_{Hi}^2]^{-1}(\varepsilon_{Ri}^2 + \varepsilon_{Hi}^2), \quad i = 1, \dots, z.$$

将其代入前式, 得到

$$J_2 = \sum_{i=1}^z [(1 + N_{Ri})^2 + N_{Hi}^2]^{-1}(\varepsilon_{Ri}^2 + \varepsilon_{Hi}^2). \quad (17)$$

用传递函数分母参数构成  $P$  的子向量

$$b = [b_1 \dots b_n]^T,$$

(12) 式表明,  $N_{Ri}$  和  $N_{Hi}$  都是  $b$  的函数. 若令

$$[(1 + N_{Ri})^2 + N_{Hi}^2]^{-\frac{1}{2}} = f_i(b) = f_{i+z}(b), \quad i = 1, \dots, z, \quad (18)$$

并且, 将(7)式展开为两组方程

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^r M_{i,j} p_j - V_i &= \varepsilon_{Ri}, \\ \sum_{j=1}^r M_{i+z,j} p_j - V_{i+z} &= \varepsilon_{Hi}, \end{aligned} \quad i = 1, \dots, z. \quad (19)$$

将上式代入(17), 得到

$$J_2 = \sum_{i=1}^{2z} \left[ \left( \sum_{j=1}^r M_{i,j} p_j - V_i \right) f_i(b) \right]^2. \quad (20)$$

令  $\hat{P}$  和  $\hat{b}$  为  $P$  和  $b$  的估值,  $\Delta P$  和  $\Delta b$  是估计误差, 则其真值可表示为

$$P = \hat{P} + \Delta P, \quad (21)$$

$$b = \hat{b} + \Delta b, \quad (22)$$

其中

$$\hat{P} = [\hat{p}_1 \dots \hat{p}_r]^T, \quad \Delta P = [\Delta p_1 \dots \Delta p_r]^T,$$

$$\hat{b} = [\hat{b}_1 \dots \hat{b}_n]^T, \quad \Delta b = [\Delta b_1 \dots \Delta b_n]^T.$$

设  $\Delta b$  为小量, 将  $f_i(b)$  在  $b = \hat{b}$  附近展开为泰劳级数, 略去二阶以上小量, 得到

$$f_i(b) = f_i(\hat{b}) + \frac{\partial f_i(b)}{\partial b} \Big|_{b=\hat{b}} \Delta b, \quad (23)$$

其中, 行向量

$$\frac{\partial f_i(b)}{\partial b} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_i}{\partial b_1} & \cdots & \frac{\partial f_i}{\partial b_n} \end{bmatrix},$$

按照(18)式求偏导数, 得到

$$\frac{\partial f_i}{\partial b_j} = \frac{-N_{Ri}}{(1 + N_{Ri})^2 + N_{Hi}^2} \frac{\partial N_{Ri}}{\partial b_j} = (-1)^{\frac{j+1}{2}} N_{Ri} f_i^3(b) \omega_i^j, \quad j = 1, 3, \dots,$$

$$\frac{\partial f_i}{\partial b_j} = \frac{-(1 + N_{Ri})}{(1 + N_{Ri})^2 + N_{Hi}^2} \frac{\partial N_{Ri}}{\partial b_j} = (-1)^{\frac{j}{2}} (1 + N_{Ri}) f_i^3(b) \omega_i^j, \quad j = 2, 4, \dots$$

将上式代入(23), 且用  $\hat{b}$  代  $b$ , 按(12)计算  $N_{Ri}$ 、 $N_{Hi}$ , 记作  $\hat{N}_{Ri}$ 、 $\hat{N}_{Hi}$ , 得到  $f_i(b)$  的近似值

$$f_i(b) = f_i(\hat{b}) + \sum_{j=1,3,\dots} (-1)^{\frac{j+1}{2}} \hat{N}_{ij} f_i^2(\hat{b}) \omega_i^j \Delta b_j - \sum_{j=2,4,\dots} (-1)^{\frac{j}{2}} (1 + N_{Rj}) f_i^2(\hat{b}) \omega_i^j \Delta b_j.$$

将上式和(21)代入(20),且略去二阶小项,得到

$$\begin{aligned} J_2 &= \sum_{i=1}^{2z} \left[ \left( \sum_{j=1}^r M_{i,j} \hat{p}_j - V_i + \sum_{j=1}^r M_{i,j} \Delta p_j \right) (f_i(\hat{b}) + \frac{\partial f_i(b)}{\partial b} |_{\Delta b}) \right]^2 \\ &= \sum_{i=1}^{2z} \left[ \left( \sum_{j=1}^r M_{i,j} \hat{p}_j - V_i \right) f_i(\hat{b}) + \sum_{j=1}^r M_{i,j} f(\hat{b}) \Delta p_j + \left( \sum_{j=1}^r M_{i,j} \hat{p}_j - V_i \right) \frac{\partial f_i(b)}{\partial b} |_{\Delta b} \right]^2. \end{aligned} \quad (24)$$

若令

$$\begin{aligned} \delta_i &= - \left( \sum_{j=1}^r M_{i,j} \hat{p}_j - V_i \right) f_i(\hat{b}), \quad i = 1, \dots, 2z \\ \delta &= [\delta_1, \dots, \delta_{2z}]^T, \\ M'_{i,j} &= M_{i,j} f_i(\hat{b}), \quad j = 1, \dots, m+1, \quad i = 1, \dots, 2z \end{aligned} \quad (25)$$

$$M'_{i,j} = M_{i,j} f_i(\hat{b}) - (-1)^{\frac{j-m}{2}} \hat{N}_{ij} f_i^2(\hat{b}) \omega_i^{j-m-1} \delta_i, \quad j = m+2, m+4, \dots; \quad i = 1, \dots, 2z$$

$$\begin{aligned} M'_{i,j} &= M_{i,j} f_i(\hat{b}) + (-1)^{\frac{j-m-1}{2}} (1 + \hat{N}_{Rj}) f_i^2(\hat{b}) \omega_i^{j-m-1} \delta_i, \\ j &= m+3, m+5, \dots; \quad i = 1, \dots, 2z \end{aligned} \quad (26)$$

$$M' = [M'_{i,j}],$$

则可将目标函数写成

$$J_2 = \sum_{i=1}^{2z} \left( \sum_{j=1}^r M'_{i,j} \Delta p_j - \delta_i \right)^2 = (M' \Delta P - \delta)^T (M' \Delta P - \delta). \quad (27)$$

用最小二乘法导出  $\Delta P$  的估值

$$\Delta \hat{P} = [M'^T M']^{-1} M'^T \delta. \quad (28)$$

辨识时先用(13)计算  $\hat{P}_{LS}$ ,再按(25)和(26)式计算  $\delta_i$  和  $M'_{i,j}$ ,构成  $\delta$  和  $M'$ .然后,按(28)求得  $\Delta \hat{P}_{(1)}$ ,将其代入(21),得到

$$\hat{P}_{(1)} = \hat{P}_{LS} + \Delta \hat{P}_{(1)}. \quad (29)$$

此后,用  $\hat{P}_{(1)}$  代替  $\hat{P}_{LS}$ ,重复上述计算,求得  $\hat{P}_{(2)}$  ...,反复迭代,到  $\hat{P}_{(k)}$  和  $\hat{P}_{(k-1)}$  之差可忽略为止.

误差校正法的具体计算过程为

- 1) 用试验数据(4)构成  $M$  和  $V$ ,按(13)计算参数的最小二乘估计  $\hat{P}_{LS}$ ;
- 2) 用  $\hat{P}_{LS}$  代替  $P$ ,按(12)计算  $\hat{N}_{Rj}$  和  $\hat{N}_{ij}$ ,再按(18)计算  $f_i(\hat{b})$ ;
- 3) 按(25)计算  $\delta_i$ ,构成  $\delta$ ;
- 4) 按(26)计算  $M'_{i,j}$ ,构成  $M'$ ;
- 5) 按(28)计算校正项估值  $\Delta \hat{P}_{(1)}$ ,再将它代入(29),求得一次修正值  $\hat{P}_{(1)}$ ;
- 6) 利用修正值  $\hat{P}_{(1)}$  代替  $\hat{P}_{LS}$ ,重复2)至5)的计算,求得二次修正值  $\hat{P}_{(2)}$ .再回到2),重
- 复2)至5)的迭代计算,直到  $\hat{P}_{(k)}$  与  $\hat{P}_{(k-1)}$  之差可忽略为止.

## 5. 算例

给定四阶定常线性系统的传递函数

$$G(s) = \frac{0.10444 + 0.8444 \times 10^{-3}s + 0.7111 \times 10^{-3}s^2}{1 + 0.01667s + 0.01451s^2 + 0.1111 \times 10^{-3}s^3 + 0.4444 \times 10^{-4}s^4},$$

令起始频率  $\omega_1 = 7.5$  1/秒，采样间隔  $\Delta\omega = 0.2$  1/秒，采样数  $z = 45$ 。按(1)式算出  $R(\omega_i)$  和  $I(\omega_i)$  序列。

再用  $(-1, 1)$  区间上均匀分布的随机序列  $W(i)$ ,  $i = 1, \dots, 2z$ , 按下式形成非独立随机序列

$$\begin{aligned} e'_{ik} &= W(i), \quad e'_{ik} = W(z+i), \quad i = 1, 2, 3, \\ e'_{ik} &= \sum_{j=1}^4 a_j W(i-j), \quad e'_{ik} = \sum_{j=1}^4 a_j W(i+z-j), \quad i = 4, \dots, z, \end{aligned}$$

其中  $a_1 = 0.5$ ,  $a_2 = 0.2$ ,  $a_3 = -0.3$ ,  $a_4 = 0.1$ 。随机序列  $W(i)$  的强度由噪信比  $nsr = 0.254$  确定。噪信比的定义式为

$$nsr = \left[ \frac{\sum_{i=1}^z (e'_{ik}^2 + e'_{ik}^2)}{\sum_{i=1}^z [R^2(\omega_i) + I^2(\omega_i)]} \right]^{\frac{1}{2}}.$$

上述非独立随机序列用来模拟频响函数的量测误差，加到  $R(\omega_i)$  和  $I(\omega_i)$  上，代替试验数据  $R_i$  和  $I_i$ ，进行数字仿真辨识。

辨识计算在 DPS-8 机上进行，部分结果列于表 1 中。括号中的数值是相应参数的相对误差。表中数据表明，广义最小二乘法比普通最小二乘法的识别精度高，误差校正法的识别精度比上述两种方法都高。由于每次迭代计算的时间相差不多，误差校正法所需迭代次数比广义最小二乘法少得多。因此，误差校正法的机时比广义最小二乘法少得多，不到后者的一半。

表 1 传递函数辨识结果

参数	精确值	最小二乘	广义最小二乘		误差校正	
			四次迭代	八次迭代	两次迭代	三次迭代
$a_0$	0.10444	0.0872 (16.5)	0.08888 (14.9)	0.08926 (14.5)	0.09877 (5.4)	0.09877 (5.4)
$a_1$	$0.8444 \times 10^{-3}$	$0.6907 \times 10^{-3}$ (18.2)	$0.7098 \times 10^{-3}$ (15.9)	$0.7126 \times 10^{-3}$ (15.6)	$0.8106 \times 10^{-3}$ (4.0)	$0.8108 \times 10^{-3}$ (4.0)
$a_2$	$0.7111 \times 10^{-3}$	$0.6046 \times 10^{-3}$ (14.9)	$0.623 \times 10^{-3}$ (12.4)	$0.6268 \times 10^{-3}$ (11.8)	$0.6689 \times 10^{-3}$ (5.9)	$0.6689 \times 10^{-3}$ (5.9)
$b_1$	0.01667	0.01391 (16.6)	0.01477 (11.4)	$0.1498 \times 10^{-1}$ (10.1)	0.0161 (3.4)	0.0161 (3.4)
$b_2$	0.01451	0.01443 (0.5)	0.01453 (0.14)	0.01455 (0.28)	0.01451 (0)	0.01451 (0)
$b_3$	$0.111 \times 10^{-3}$	$0.9236 \times 10^{-4}$ (16.9)	$0.9925 \times 10^{-4}$ (10.7)	$0.1009 \times 10^{-3}$ (9.2)	$0.1063 \times 10^{-3}$ (4.3)	$0.1063 \times 10^{-3}$ (4.3)
$b_4$	$0.4444 \times 10$	0.4402 $\times 10$ (0.9)	$0.4452 \times 10^{-4}$ (0.18)	$0.4461 \times 10^{-4}$ (0.38)	$0.4445 \times 10^{-4}$ (0.023)	$0.44445 \times 10^{-4}$ (0.023)

## 参 考 文 献

- [1] Levy, E. C., Complex—curve Fitting, IRE Trans on Auto Control, 4, 1, (1959), 37—43.
- [2] Lin, P. L., Wu, Y. C., Identification of Multi—input Multi—output Linear System From Frequency Response Data, J. Dyn. Sys. Meas. Contr. ASME, 104, 1, (1982), 58—64.
- [3] stahl, H., Transfer Function Synthesis Using Frequency Response Data, Int. J. Control, 39, 3, (1984), 541—550.
- [4] Whitfield, A. H., Transfer Function Synthesis Using Frequency Response Data, Int. J. Control, 43, 5, (1986), 1413—1426.
- [5] 徐南荣、袁利金, 连续时间模型参数的一种直接估计方法, 控制理论与应用, 3, 4, (1986). 30—41.
- [6] 丁文镜、吴学森, 用广义最小二乘法识别传递函数参数, 振动工程学报, 2, 3, (1989). 10—65.
- [7] 王照林等, 现代控制理论基础, 国防工业出版社, 北京, (1981).
- [8] 夏天长著, 熊光楞等译, 系统辨识: 最小二乘法, 清华大学出版社, 北京, (1983).

## Error—correction Algorithm for Estimating Transfer Function Parameters

Wu Shuesen, Ding Wenjing

(Department of Engineering Mechanics, Tsinghua University, Beijing)

**Abstract:** This paper presents an algorithm which is called error—correction method for estimating the parameters of system transfer function. The relation between cost function and transfer function parameters and their estimation errors is defined at first. Then the formula of the errors of estimated parameters is deduced with least squares estimation. The estimation precision of transfer function parameters can be improved by successive correction. A computational example indicates that the error—correction method is better than LS methos and GLS method as far as the precision of estimation is concerned. Moreover, its convergence rate is obviously higher than that of GLS method.

**Key words:** parameter estimation; transfer function; error—correction