

多维滑动和(MA)模型参数的自适应估计

茅宁 张良起

(国防科技大学自控系,长沙)

摘要 本文利用AR模型LS梯格滤波的有关公式给出了实时辨识多维MA模型参数的递推算法.该算法建立在对模型噪声和观测的自协方差阵和互协方差阵的矩估计基础上,由一个 N 阶反馈形式的梯格滤波器构成,可关于时间和阶次双重递推.该算法计算量为 $O(N)$ 的量级,并具备梯格滤波固有的良好数值及结构特性.

关键词: 系统辨识;参数估计;LS梯格滤波;滑动和模型;递推算法

1. 引言

由观测数据辨识MA模型参数是一个带有普遍性的老问题,在经济计量学、系统辨识和控制等领域都有着广泛的应用.常用的估计方法包括迭代求解法^[6]、样本协方差阵分解法^[3,4]及功率谱密度逼近法^[5]等.但由于对于MA模型,估计方程是本质非线性的,至今尚未获得十分令人满意的结果.特别是估计的实时递推算法更有待于进一步研究.

在另一方面,对AR模型参数估计问题的研究近年来取得了丰富的成果.讨论的重点之一在于如何减少计算量、改进数值性能,实时计算以及跟踪时变参数等.LS梯格滤波方法^[1,2]的问世为解决上述问题提供了有力的工具.

本文试图利用AR模型LS梯格滤波的有关结果来处理MA模型参数估计问题.考虑如下多维MA模型

$$y_i = e_i + B_{1,q}e_{i-1} + \cdots + B_{q,q}e_{i-q}, \quad (1.1)$$

其中 y_i 为 m 维观测向量, $\{e_i\}$ 为平稳的正态零均值白噪声序列, q 为模型阶次, $B_{i,q}$ ($i=1, \dots, q$) 为未知的模型参数.假设(1.1)是可逆的,即 $\det B(z) = |1 + B_{1,q}Z + \cdots + B_{q,q}Z^q|$ 的零点均在单位圆外,现要求由观测数据 $\{y_1, \dots, y_i\}$ 对模型参数进行实时自适应估计.

注意到对于模型(1.1)有

$$B_{i,q} = E[y_i e_{i-q}^T] \text{var}^{-1}[e_{i-q}], \quad i = 1, \dots, q. \quad (1.2)$$

如果上式右边两个二阶矩已知,则即可得到模型参数值.但由于 $\{e_i\}$ 是不可观测的随机干扰,上述二阶矩无法得到.那么,能否找到一个由 $\{y_i\}$ 表示的统计量作为 $\{e_i\}$ 的近似,并由此给出相应二阶矩的估计?这是本文讨论的基本出发点.

在以下讨论中首先简要介绍AR模型LS梯格滤波的有关结论.然后从(1.1)出发,我们定义了预测误差序列 $\{e_{i,i-N+1}\}$,并由此构造 $E[y_i e_{i-N+1}^T]$ 和 $\text{var}[e_{i-N+1}]$ 的估计.上述量由一个 N 阶反馈结构的LS梯格滤波器给出,从而实现了MA模型参数的实时估计.最后,文中给出一个例子以验证所述结果的有效性.

2. 多维 AR 模型梯格滤波的有关结论

为了以下讨论,我们首先简要介绍 AR 模型 LS 梯格滤波的有关结论^[1]. 对于任意 n 阶多维 AR 模型

$$y_t + A_{1,n}y_{t-1} + \cdots + A_{n,n}y_{t-n} = e_t. \quad (2.1)$$

在任意数据窗下可记成

$$Y_{s+n,t} + A_n Y_{s,t-1} = E_{s+n,t},$$

其中 s 为起点参数, $A_n = (A_{1,n}, \cdots, A_{n,n})$, $Y_{s+n,t} = (y_{s+n} \cdots y_t)$, $E_{s+n,t} = (e_{s+n} \cdots e_t)$ 及

$$Y_{n,s,t-1} = \begin{bmatrix} y_{s+n-1} & \cdots & y_{t-1} \\ \vdots & & \vdots \\ y_s & \cdots & y_{t-n} \end{bmatrix}. \quad (2.2)$$

由 LS 估计理论,模型参数 A_n 的 LS 估计及相应的残差和残差平方和分别为

$$A_{n,s,t} = -Y_{s+n,t} P_{Y_{n,s,t-1}}^R, \quad (2.3)$$

$$e_{n,s,t} = Y_{s+n,t} P_{Y_{n,s,t-1}}^\perp \pi^T, \quad (2.4)$$

$$R_{n,s,t}^e = Y_{s+n,t} P_{Y_{n,s,t-1}}^\perp Y_{s+n,t}^T, \quad (2.5)$$

式中 $\pi = (0 \cdots 0 \ 1)$ 且对任意矩阵 Y , 记

$$P_Y^R = Y^T(YY^T)^{-1}, \quad P_Y^\perp = I - Y^T(YY^T)^{-1}Y.$$

$e_{n,s,t}$ 和 $R_{n,s,t}^e$ 是基本的梯格变量, 此外再定义

$$r_{n,s-1,t-1} = Y_{s-1,t-n-1} P_{Y_{n,s,t-1}}^\perp \pi^T, \quad (2.6)$$

$$R_{n,s-1,t-1}^r = Y_{s-1,t-n-1} P_{Y_{n,s,t-1}}^\perp Y_{s-1,t-n-1}^T, \quad (2.7)$$

$$\Delta_{n,s-1,t} = Y_{s+n,t} P_{Y_{n,s,t-1}}^\perp Y_{s-1,t-n-1}^T, \quad (2.8)$$

$$v_{n,s,t-1} = \pi P_{Y_{n,s,t-1}}^\perp \pi^T. \quad (2.9)$$

考虑到数据阵 $Y_{n,s,t-1}$ 的结构, 有如下结果:

$$P_{Y_{n+1,s,t}}^\perp = P_{Y_{n,s,t-1}}^\perp - P_{Y_{n,s,t-1}}^\perp Y_{s+n,t}^T R_{n,s,t-1}^{-e} Y_{s+n,t} P_{Y_{n,s,t-1}}^\perp, \quad (2.10)$$

$$P_{Y_{n+1,s-1,t-1}}^\perp = P_{Y_{n,s,t-1}}^\perp - P_{Y_{n,s,t-1}}^\perp Y_{s-1,t-n-1}^T R_{n,s-1,t-1}^{-r} Y_{s-1,t-n-1} P_{Y_{n,s,t-1}}^\perp, \quad (2.11)$$

$$U_{s+n-1,t} P_{Y_{n,s,t}}^\perp V_{s+n-1,t}^T = U_{s+n-1,t-1} P_{Y_{n,s,t-1}}^\perp V_{s+n-1,t-1}^T + U_{s+n-1,t} P_{Y_{n,s,t}}^\perp \pi^T (V_{s+n-1,t} P_{Y_{n,s,t-1}}^\perp \pi^T)^T / v_{n,s,t}. \quad (2.12)$$

利用上述关系可得到梯格滤波的一般公式. 然后通过选择起点参数 s , 可得到不同数据窗下的实现算法. 下面仅给出预加窗场合的结果, 即 $y_t = 0, t < 0$, 此时对应 $s = -n$. 略去下标 s , 得到预加窗下的 LS 梯格滤波公式如下:

$$e_{n+1,t} = e_{n,t} - \Delta_{n,t} R_{n,t-1}^{-r} r_{n,t-1}, \quad (2.13)$$

$$r_{n+1,t} = r_{n,t-1} - \Delta_{n,t}^T R_{n,t}^{-e} e_{n,t}, \quad (2.14)$$

$$\Delta_{n,t} = \Delta_{n,t-1} + \frac{e_{n,t} r_{n,t-1}^T}{v_{n,t-1}}, \quad (2.15)$$

$$R_{n,t}^e = R_{n,t-1}^e + \frac{e_{n,t} e_{n,t}^T}{v_{n,t-1}}, \quad (2.16)$$

$$R_{n,t}^r = R_{n,t-1}^r + \frac{r_{n,t} r_{n,t}^T}{v_{n,t}}, \quad (2.17)$$

$$v_{n+1,t} = v_{n,t-1} - e_{n,t}^T R_{n,t}^{-e} e_{n,t}, \quad (2.18)$$

$$R_{n+1,t}^c = R_{n,t}^c - \Delta_{n,t} R_{n,t-1}^c \Delta_{n,t}^T, \quad (2.19)$$

$$R_{n+1,t}^r = R_{n,t-1}^r - \Delta_{n,t}^T R_{n,t}^c \Delta_{n,t}, \quad (2.20)$$

下面我们将利用这些公式来构造 MA 模型参数的估计.

3. 限定阶反馈梯格滤波与 MA 模型参数的估计

在引言讨论的基础上, 先将模型(1.1)自身迭代 N 次, 得到

$$e_t = y_t + \sum_{i=1}^N A_i y_{t-i} + \sum_{i=1}^q C_i e_{t-N-i},$$

其中 A_i, C_i 均与 B_i, q 有关, 记

$$e_{N,t} = e_t - \sum_{i=1}^q C_i e_{t-N-i} = y_t + \sum_{i=1}^N A_i y_{t-i},$$

即有, 对于 $n=N, N-1, \dots$

$$e_{n,t-N+n} = e_{t-N+n} - \sum_{i=1}^q C_i e_{t-N-i} = y_{t-N+n} + \sum_{i=1}^n A_i y_{t-N+n-i}. \quad (3.1)$$

由模型可逆的假设, 对于充分大的 $N, C_i = 0 (|\max(z_j)|^{-N} \rightarrow 0, i=1, \dots, q)$. 其中 z_j 为 $\det B(z)$ 的零点. 因此, 对充分大的 $N > q$,

$$E[y e_{n,t-N+n}^T] = E[y e_{t-N+n}^T] - \sum_{i=1}^q E[y e_{t-N-i}^T] C_i^T = E[y e_{t-N+n}^T],$$

$$\text{var}(e_{n,t-N+n}) = \text{var}(e_{t-N+n}) + \sum_{i=1}^q C_i \text{var}(e_{t-N-i}) C_i^T \cong \text{var}(e_{t-N+n}).$$

下面讨论如何得到 $E[y e_{n,t-N+n}^T]$ 和 $\text{var}[e_{n,t-N+n}]$ 的估计. 记 $T=t-N$, 则(3.1)为

$$e_{n,T+n} = y_{T+n} + \sum_{i=1}^n A_i y_{T+n-i}.$$

这是一个 n 阶 AR 模型, 由上一节的结果, 可对该模型进行 LS 梯格滤波, 相应的公式见(2.13) - (2.20), 其中只需将下标 t 换成 $T+n$ 即可. 注意到此时残差向量为

$$E_{n,T+n} = Y_{0,T+n} P_{Y_{n,T+n-1}}^\perp. \quad (3.2)$$

其最后一个元素为 $e_{n,T+n}$, 而残差平方和

$$E_{n,T+n} E_{n,T+n}^T = Y_{0,T+n} P_{Y_{n,T+n-1}}^\perp Y_{0,T+n}^T = R_{n,T+n}^c = \sum_{i=1}^{T+n} e_{n,i} e_{n,i}^T.$$

用时间平均 $\frac{1}{T+n} R_{n,T+n}^c$ 作为统计平均 $E[e_{n,T+n} e_{n,T+n}^T] = V_{\sigma}(e_{n,T+n})$ 的估计. 由遍历性定理, 它是渐近无偏的. 此外, 设 $\hat{y}_{i|T+n-1}$ 为给定 $y_{T+n-1}, \dots, y_1$ 之下关于 y_i 的 n 阶最佳预测, 即

$$\hat{y}_{i|T+n-1} = - \sum_{i=1}^n C_{i,n} y_{T+n-i}.$$

同理, 由 LS 估计理论, 在一般数据窗下预测残差向量为

$$F_{n,s,t}(N) = Y_{s+N,t} P_{Y_{n,s,T+n-1}}^\perp.$$

其最后一个分量为

$$f_{n,s,t}(N) = Y_{s+N,t} P_{Y_{n,s,T+n-1}}^\perp \pi^T. \quad (3.3)$$

此外定义

$$A'_{n,s,t}(N) = Y_{s+N,t} P_{Y_{n,s,T+n-1}}^\perp Y_{s+N,t}^T. \quad (3.4)$$

注意到由定义 $E_{n,s,T+n} = Y_{s+n,T+n} P_{n,s,T+n-1}^\perp$, 且 $P_T^\perp$ 为幂等阵, 故在预加窗场合 ($s = -n, y_t = 0, t < 0$),

$$\Delta_{n,t}^f(N) = Y_{N-n,t} E_{n,t,T+n}^T = \sum_{i=1}^{T+n} Y_{N+i} e_{n,t}^T$$

同样, $\frac{1}{T+n} \Delta_{n,t}^f(N)$ 是 $E[y e_{n,t,T+n}^T]$ 的渐近无偏估计.

利用 (2.10)~(2.12), 在预加窗场合有

$$f_{n+1,t+1}(N) = f_{n,t+1}(N) - \Delta_{n,t+1}^f(N) R_{n,t+1}^{-1} e_{n,t+1,T+n+1}, \quad (3.5)$$

$$\Delta_{n,t+1}^f(N) = \Delta_{n,t}^f(N) + f_{n,t+1}(N) e_{n,t+1,T+n+1}^T / v_{n,t+1}. \quad (3.6)$$

而对 $n = N-1, \dots, N-q$, 模型参数 $B_{i,q}$ 在 t 时刻的估计

$$\hat{B}_{N-n,q}(t) = \hat{E}[y e_{n,t,T+n}^T] V_{\sigma}^{-1}(e_{n,t,T+n}) = \Delta_{n,t}^f(N) R_{n,t}^{-1}. \quad (3.7)$$

将上述结果与 (2.13)~(2.20) 的有关公式 (用 $T+n$ 代替 t) 联立, 即构成估计 $B_{i,q}$ 的算法. 但是若按正常的信号流程计算, 必须存贮 $t-1, \dots, t-N+1$ 时的有关信息 (见图 1), 这是很不经济的. 注意到文献 [4] 在利用样本协方差分解法估计 MA 参数时曾引进了一个反馈形式的梯格滤波结构. 根据这一结果的启发, 我们将算法的结构做如下调整, 首先由 (2.13)(2.16),

$$e_{n,T+n+1} = e_{n+1,T+n+1} + \Delta_{n,T+n+1} R_{n,T+n+1}^{-1} r_{n,T+n+1},$$

$$\Delta_{n,T+n+1} = \Delta_{n,T+n} + \frac{1}{v_{n,T+n}} (e_{n+1,T+n+1} + \Delta_{n,T+n+1} R_{n,T+n+1}^{-1} r_{n,T+n+1}) r_{n,T+n}^T.$$

于是由 (2.17)

$$\begin{aligned} \Delta_{n,T+n+1} R_{n,T+n+1}^{-1} R_{n,T+n+1}^T &= \Delta_{n,T+n+1} R_{n,T+n+1}^{-1} (R_{n,T+n}^T - r_{n,T+n} r_{n,T+n}^T / v_{n,T+n}) \\ &= \Delta_{n,T+n} + e_{n+1,T+n+1} r_{n,T+n}^T / v_{n,T+n}. \end{aligned}$$

$$\text{即} \quad \Delta_{n,T+n+1} = (\Delta_{n,T+n} + e_{n+1,T+n+1} r_{n,T+n}^T / v_{n,T+n}) R_{n,T+n+1}^{-1} R_{n,T+n}^T. \quad (3.8)$$

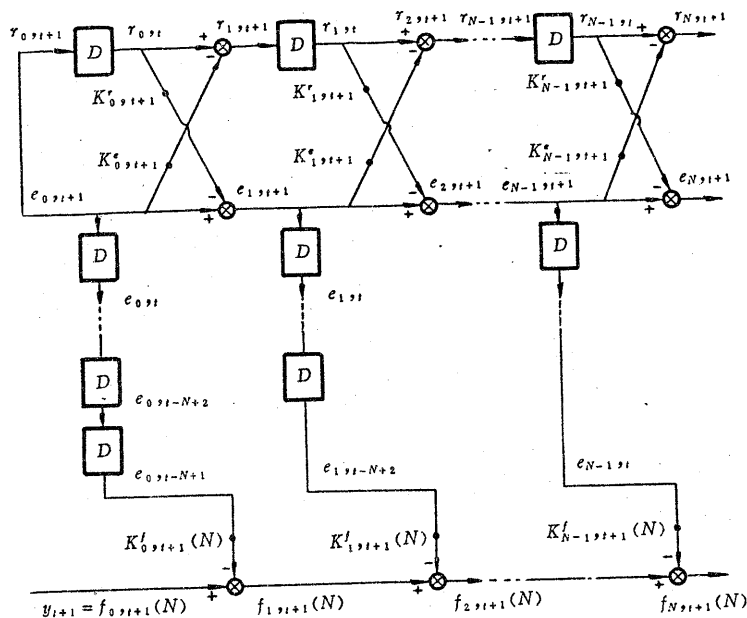


图 1 无反馈时 MA 模型梯格滤波信号流程图

$$K'_{i,i} = \Delta_{i,i}^f R_{i,i}^{-1}, K'_{i,i} + \Delta_{i,i} R_{i,i}^{-1} = K'_{i,i+1}(N) = \Delta_{i,i+1}^f(N) R_{i,i+1}^{-1}$$

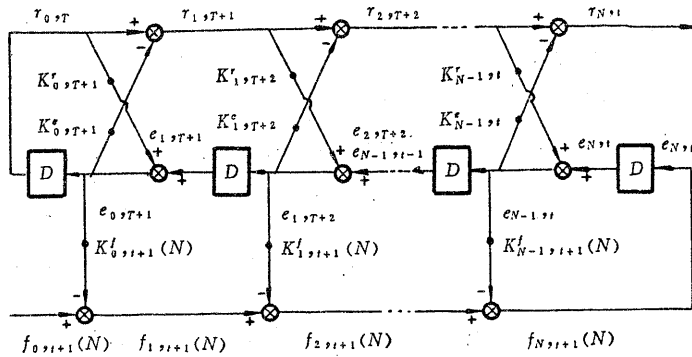


图2 限定阶反馈梯格滤波信号流程图

$$T=t-N$$

综上所述,得到实时估计 $B_{i,q}$ 的算法如下:

定理1 对于给定的 N , 当 $t > N$, 记 $T=t-N$, 对 $T=1, 2, \dots$

(I) $r_{0,T}=y_T, R_{0,T}=R_{0,T-1}+y_T y_T^T, v_{0,T}=1, f_{0,T}(N)=y_{0,T}$.

(II) 对 $n=0, 1, \dots, N-1$, 计算

$$\Delta_{n,T+n+1} = (\Delta_{n,T+n} + e_{n+1,T+n+1} r_{n,T+n}^T / v_{n,T+n}) R_{n,T+n-1}^{-1} R_{n,T+n}, \quad (1)$$

$$e_{n,T+n+1} = e_{n+1,T+n+1} + \Delta_{n,T+n+1} R_{n,T+n-1}^{-1} r_{n,T+n}, \quad (2)$$

$$R_{n,T+n+1}^{-1} = R_{n,T+n}^{-1} + e_{n,T+n+1} e_{n,T+n+1}^T / v_{n,T+n}, \quad (3)$$

$$r_{n+1,T+n+1} = r_{n,T+n} - \Delta_{n,T+n+1} R_{n,T+n-1}^{-1} e_{n,T+n+1}, \quad (4)$$

$$R_{n+1,T+n+1}^{-1} = R_{n,T+n}^{-1} - \Delta_{n,T+n+1} R_{n,T+n-1}^{-1} \Delta_{n,T+n+1}, \quad (5)$$

$$\Delta_{n+1,T+1}^f(N) = \Delta_{n,T+1}^f(N) + f_{n+1,T+1}(N) e_{n,T+1}^T / v_{n,T+1}, \quad (6)$$

$$f_{n+1,T+1}(N) = f_{n,T+1}(N) - \Delta_{n+1,T+1}^f(N) R_{n,T+1}^{-1} e_{n,T+1}, \quad (7)$$

$$v_{n+1,T+1} = v_{n,T+1} - e_{n,T+1}^T R_{n,T+1}^{-1} e_{n,T+1}, \quad (8)$$

$$\hat{B}_{N-n,q}(t+1) = \Delta_{n+1,T+1}^f(N) R_{n,T+1}^{-1}. \quad (9)$$

(III) $e_{N,T+N+1}=f_{N,T+1}(N)$,

$$R_{N,T+N+1}^{-1} = R_{N,T+N}^{-1} + e_{N,T+N+1} e_{N,T+N+1}^T / v_{N,T+N},$$

$$\Delta_{N,T+1}^f(N) = R_{N,T+N+1}^{-1}.$$

(IV) $T=T+1$ 返回 (I).

在上述公式中,梯格滤波是以反馈形式实现的,即由 $e_{n+1,T+n+1}$ 计算 $e_{n,T+n+1}$, 且其阶次 N 是事先给定的,故称之为限定阶反馈梯格滤波。

4. MA 模型参数实时估计的实现

为了算法的实现,还必须给出时刻 $t \leq N$ 的有关变量值,如 $\Delta_{i,i+1}, e_{i+1,i+2}, R_{i,i+1}^{-1}, R_{i,i}^{-1}$ 和 $\Delta_{i,N+1}^f(N), i=0, 1, \dots, N-1$. 为此定义如下一组辅助变量

$$e_{n,s}(t+1) = Y_{s+t,i,t+1} P_{Y_{n,s},s,n}^{-1} \pi^T, \quad (4.1)$$

$$C_{n,s}(t+1) = Y_{s+t,i,t+1} P_{Y_{n,s},s,n}^{-1} Y_{s+n+1,n}^T, \quad (4.2)$$

$$\bar{C}_{n,s}(t) = Y_{s+t,i,t} P_{Y_{n,s},s,n-1}^{-1} Y_{s+n,n}^T, \quad (4.3)$$

$$D_{n,s}(t) = Y_{s+t,i,t} P_{Y_{n,s},s+1,n}^{-1} Y_{s,0}^T. \quad (4.4)$$

由定义,在预加窗场合,对 $t=1, \dots, N$, $\Delta_{t-1,t} = D_{t-1}(t)$, $e_{t,t+1} = e_t(t+1)$, $R_{t-1,t}^s = C_{t-1}(t)$, $R_{t,t}^s = \bar{C}_t(t)$ 及 $\Delta_{t,N+1}^s(N) = C_n(N+1)$, $n=0, 1, \dots, N-1$, 这些正是所求起始条件。

利用基本公式(2.10)~(2.12)有

$$e_{n+1,s}(t+1) = e_{n,s}(t+1) - C_{n,s}(t+1)R_{n,s,n+1}^{-s}e_{n,s,n+1}, \quad (4.5)$$

$$D_{n+1,s}(t) = D_{n,s}(t) - C_{n,s+1}(t)R_{n,s+1,n+1}^{-s}\Delta_{n,s,n+1}, \quad (4.6)$$

$$\bar{C}_{n,s}(t) = C_{n-1,s+1}(t) - D_{n-1,s}(t)R_{n-1,s,n-1}^{-s}\Delta_{n-1,s,n}^T, \quad (4.7)$$

$$C_{n,s}(t+1) = \bar{C}_{n,s}(t) + e_{n,s}(t+1)e_{n,s,n+1}^T/v_{n,s,n}. \quad (4.8)$$

于是在预加窗场合有

定理 2 (起始条件)(I) 在 $t=0$ 时, 计算 $e_{0,1} = y_1$, $R_{0,0}^s = \sigma^2 I + y_0 y_0^T$, $R_{0,1}^s = R_{0,0}^s + y_1 y_1^T$, $v_{0,0} = 1$, $C_0(1) = y_0 y_0^T + y_1 y_1^T$, $D_0(1) = \Delta_{0,1} = y_1 y_1^T$.

(II) 对于 $t=1, 2, \dots, N$, $e_0(t+1) = y_{t+1}$, $D_0(t) = y_t y_t^T$, $C_0(t+1) = y_{t+1} y_{t+1}^T + y_t y_t^T$, $e_{1,0}(t+1) = e_0(t+1) - C_0(t+1)R_{0,1}^{-s}e_{0,1}$.

对 $n=1, 2, \dots, t-1$, 计算

$$\bar{C}_n(t) = C_{n-1}(t) - D_{n-1}(t)R_{n-1,n-1}^{-s}\Delta_{n-1,n}^T,$$

$$D_n(t) = D_{n-1}(t) - C_{n-1}(t)R_{n-1,n}^{-s}\Delta_{n-1,n},$$

$$C_n(t+1) = \bar{C}_n(t) + e_n(t+1)e_{n,n+1}^T/v_{n,n},$$

$$e_{n+1}(t+1) = e_n(t+1) - C_n(t+1)R_{n,s,n+1}^{-s}e_{n,s,n+1},$$

$$v_{t,t} = v_{t-1,t-1} - e_{t-1,t}^T R_{t-1,t}^{-s} e_{t-1,t},$$

$$e_{t,t+1} = e_t(t+1),$$

$$\Delta_{t-1,t} = D_{t-1}(t),$$

$$R_{t,t}^s = R_{t-1,t-1}^s - \Delta_{t-1,t}^T R_{t-1,t}^{-s} \Delta_{t-1,t},$$

$$R_{t,t+1}^s = R_{t,t}^s + e_{t,t+1} e_{t,t+1}^T / v_{t,t}.$$

(III) 在 $t=N$ 时, 对 $n=0, 1, \dots, N-1$, $\Delta_{t,N+1}^s(N) = C_n(N+1)$.

定理1和定理2组成了 MA 模型参数实时估计的完整算法。其中 σ^2 引入以保证 $R_{0,0}$ 的可逆性。此外在计算时还须说明两点:

1) 关于 N 的选取。由第三节讨论要求 $N > q$, 又为保证 $C_t \rightarrow 0$, 又要求 N 充分大。在计算时 N 小影响估计的收敛, N 大则增加了计算量。应用时 N 的选取将在这两者之间权衡, 但至少 $N \geq 2q$;

2) 对于参数缓慢变化的场合, 可引入衰减因子入 $(0 < \lambda \leq 1)$, 此时算法只需做如下调整:

$$\Delta_{n,T+n+1} = (\Delta_{n,T+n} + e_{n+1,T+n+1} v_{n,T+n}^T / (\lambda v_{n,T+n})) R_{n,T+n-1}^{-s} R_{n,T+n}^s,$$

$$R_{n,T+n+1}^s = \lambda R_{n,T+n}^s + e_{n,T+n+1} e_{n,T+n+1}^T / v_{n,T+n},$$

$$\Delta_{n,t+1}^s(N) = \lambda \Delta_{n,t}^s(N) + f_{n,t+1}(N) e_{n,t+1}^T / v_{n,T+n},$$

其余结果不变。

5. 模拟计算结果

考虑如下一维 MA 模型:

$$y_t = e_t - 1.6e_{t-1} + 1.2e_{t-2} - 0.45e_{t-3}, \quad (5.1)$$

其中 $\{e_t\}$ 为 $N(0, 1)$ 正态白噪声序列。我们分别取 $N=6$ 和 $N=10$, 用上述算法对模型参数进行

实时估计. 图3、4给出了 $\hat{B}_{1,q}(t) \sim \hat{B}_{4,q}(t)$ 的曲线, $\hat{B}_{i,q}(t)$, $4 < i \leq N$ 均接近于零, 文中未给出. 可见, $N=6$ 时估计的收敛速度要比 $N=10$ 慢, 但结果仍比较好.

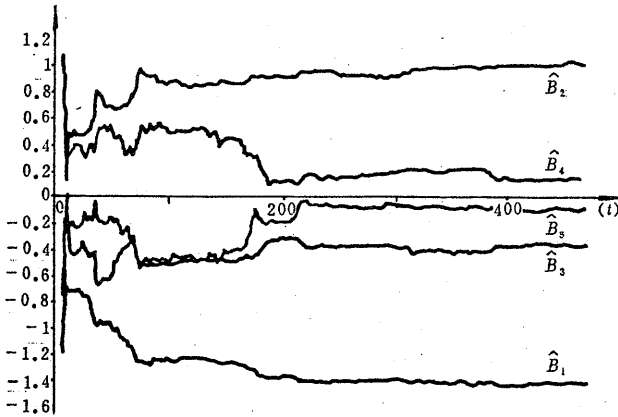


图3 同限定阶反馈梯格滤波对 MA 模型参数的实时估计($N=6$)

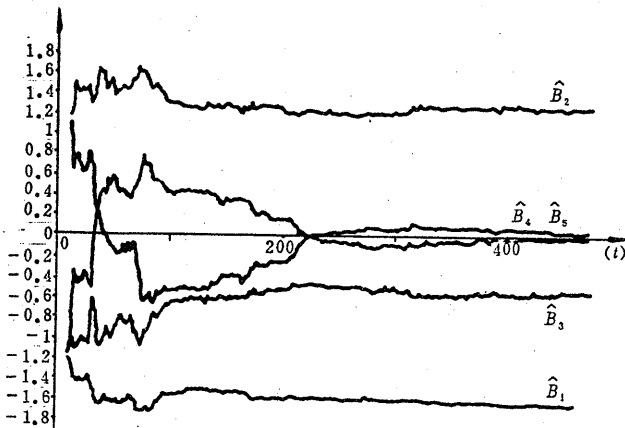


图4 用限定阶反馈梯格滤波对 MA 模型参数的实时估计($N=10$)

6. 结 论

本文利用 AR 模型 LS 梯格滤波的有关结果推出了实时估计多维 MA 模型参数的递推算法. 该算法在每一时刻 t , 需要进行加减法 $8N$ 次, 乘法 $14N$ 次以及除法 $3N$ 次, 计算量为 $O(N)$ 的量级, 此外, 文献[7]给出了 AR 模型和 ARMA 模型梯格滤波收敛性的证明. 关于 MA 模型梯格滤波及本算法收敛性和可辨识性的研究正在进行之中, 作者将另文讨论.

参 考 文 献

- [1] 茅宁, 多维 AR 模型梯格滤波的一般形式及其在不同数据窗下的实现, 国防科技大学学报, 1(1989), 50—58.
- [2] Friedlander, B., Lattice Filters for Adaptive Processing Proc. IEEE, 70, 4, (1982), 829—867.

- [3] Friedlander, B., Lattice Structures for Factorization of Sample Covariance Matrices, Adaptive Systems in Control & Signal Processing, (1983), 163—169.
- [4] Muravchik, C. H., A New Stable Feedback Ladder Algorithm for the Identification of Moving Average Processes, Proc. 1983 ICASSP, Boston, Mass., (1983), 15. A. 6.
- [5] Friedlander, B., Lattice Methods for Spectral Estimation, Proc. IEEE, 70, 5, (1982), 990—1017.
- [6] Box, G. E. P., Jenkins, G. M., Time Series Analysis, Forecasting and Control, Holden—Day, San Francisco, (1976).
- [7] Olcer, S., Egardt, B., Morf, M., Convergence Analysis of Ladder Algorithms for AR and ARMA Models, Automatica, 22, 3, (1986), 345—354.

The Adaptive Estimation of the Parameters of a Vector Moving Average (MA) Model

Mao Ning, Chang Liangqi

(Department of Automatic Control, National University of Defence Technology)

Abstract: A new recursive algorithm for the on line identification of the parameters of a vector moving average (MA) model is presented by using the results of the LS ladder filtering for an autoregressive (AR) model. It is based on the moment estimation of auto—and cross—covariance matrix of the model noise and observation. The scheme can be represented in a feedback ladder form of order N , recursive both in time and order. The algorithm requires $O(N)$ operations per input sample and preserves the advantages of nice numerical and structural properties of the LS ladder algorithm.

Key words: system identification; parameter estimation; moving average(MA) model; LS ladder filtering; recursive algorithm