第7卷 第4期
1990年12月

控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS

Vol. 7, No. 4
Dec., 1990

非凸稳态大系统的递阶优化

王武义　万百五
(西安交通大学系统工程研究所)

摘要　本文讨论了非凸稳态大系统最优控制的OPBM递阶算法.在此算法的基础上,讨论了通过加入位移因子,对实际系统施加全局反馈或局部反馈.从而克服了模型与实际系统有差异的影响.由于OPBM法应用了加入罚系数项的增广拉格朗日函数,对问题进行凸化,所以它可应用于一类非凸的问题.

关键词:大系统;递阶算法;反馈

1. 引　言

在实际应用中,有时会碰到具有非凸性的稳态大系统控制问题.例如在化工过程控制、经济决策、兵力部署等出现这类问题.作者在搞兴平化肥厂的稳态控制时所建立的模型就具有这种性质.它们不能满足IBM,OPM等要求问题具备严格凸的条件.本文就控制问题对[8]中的OPBM法作了改进,提出了适用于非凸稳态大系统控制的OPBM算法.该法不要求问题是严格凸的且保证在下级问题有解存在,避免了由Findeisen提出的混合法[1]可能在下级问题出现无解的情况.

通常人们无法得到实际系统的严格精确模型.此时开环优化的结果将失去最优性甚至不满足系统约束.为了改进开环优化的结果可对实际系统施加全局或局部反馈,从实际系统提取信息,改进系统模型使结果能改善实际系统的指标和满足约束.作者在Honeywell DPS 8/52和IBM-PC机上做了实例仿真,证实了该算法的实用性.

2. 开环OPBM算法

2.1 系统的描述

对于一般的稳态大系统,总可以将它分解成相互关联的N个子系统(如图1).各子系统的模型为$y_i=f_i(m_i,u_i)$,子系统间的关联为$u_i=H_iy$　$(i=1\sim N)$. $m_i\in R^{n_{m_i}}$为第i个子系统的控制,$u_i\in R^{n_{u_i}}$为第i个子系统的关联输入,$y_i\in R^{n_{y_i}}$为第i个子系统的输出.H_i是由0和1组成的关联矩阵.总体可写成$u=Hy$.第i个子系统的约束为$(m_i,u_i)\in MU_i\subset R^{n_{m_i}}\times R^{n_{u_i}}$.

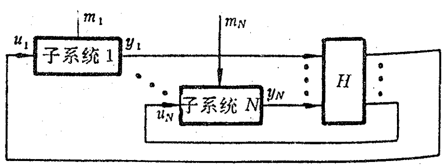

图1　稳态大系统的分解

本文于1988年4月21日收到.1990年3月16日收到修改稿.

$$MU_i \triangleq \{(m_i,u_i) \subset R^{n_{m_i}} \times R^{n_{u_i}} : g_i(m_i,u_i) \geqslant 0\}, \tag{1}$$

$$MU \triangleq MU_1 \times MU_2 \cdots \times MUN. \tag{2}$$

所要解决的问题是

问题 1：
$$\min Q(m,u) = \sum_{i=1}^{N} Q_i(m_i,u_i)$$
$$\text{s.t.} \quad y_i = f_i(m_i,u_i),\ u = Hy,\ (m,u) \in MU.$$

2.2 算法的建立

为了实现分解—协调算法及克服出现奇异解的情况，引入拉格朗日乘子和罚系数，构成下面的增广拉格朗日函数

$$L_a(m,u,y,\lambda,\rho) = \sum_{i=1}^{N} Q_i(m_i,u_i) + \lambda_1^T(u - Hy) + \rho \| u - Hy \|^2 + \sum_{i=1}^{N} \{\lambda_{2_i}^T[y_i - f_i(m_i,u_i)] + \rho \| y_i - f_i(m_i,u_i) \|^2\}. \tag{3}$$

这样问题 1 应等价于下面的鞍点问题[3].

问题 2：
$$\max_{\lambda} \min_{m,u,y} L_a(m,u,y,\lambda,\rho)$$
$$\text{s.t} \quad (m,u) \in MU.$$

根据关联预估和平衡法的原理，对关联输出预估，建立上、下两级的 OPBM 算法.

下级：对于给定的 $\hat{y}$、$\hat{\lambda}$、$\hat{\rho}$，解

LP：
$$\min L_a(m,u,\hat{y},\hat{\lambda},\hat{\rho})$$
$$\text{s.t.} \quad (m,u) \in MU.$$

$$\because L_a(m,u,\hat{y},\hat{\lambda},\hat{\rho}) = \sum_{i=1}^{N} L_{a_i}(m_i,u_i,\hat{y},\hat{\lambda},\hat{\rho})$$
$$= \sum_{i=1}^{N} \{Q_i(m_i,u_i) + \hat{\lambda}_{1_i}^T(u_i - H_i\hat{y}) + \hat{\rho}\|u_i - H_i\hat{y}\|^2 + \hat{\lambda}_{2_i}^T(\hat{y}_i - f_i(m_i,u_i)) + \hat{\rho} \| \hat{y}_i - f_i(m_i,u_i) \|^2\}. \tag{4}$$

再由(2)式，下级可分解成 N 个独立的问题.

LP_i：
$$\min L_{a_i}(m_i,u_i,\hat{y},\hat{\lambda},\hat{\rho})$$
$$\text{s.t.} \quad (m_i,u_i) \in MUi.$$

上级：寻找对偶函数 $\varphi(y,\lambda,\rho) \triangleq \min\limits_{(m,u)\in MU} L_a(m,u,y,\lambda,\rho)$ 的鞍点 $(\hat{y},\hat{\lambda})$. 我们分别采用 Newton 法和 Hestenese 乘子规则来改进 y 及 λ_1,λ_2.

$$y^{k+1} = y^k - Q_y^{-1}\varphi_y(y^k,\lambda^k,\rho^k), \tag{5}$$

$$\lambda_1^{k+1} = \lambda_1^k + 2\rho^k(u^k - Hy^{k+1}), \tag{6}$$

$$\lambda_2^{k+1} = \lambda_2^k + 2\rho^k(y_i^{k+1} - f_i(m_i^k,u_i^k)), \tag{7}$$

其中 Q_y 是 $\varphi(y,\lambda,\rho)$ 关于 y 的 Hesse 阵. 可以证明该协调方法具有超线性的收敛速度[7][8].

2.3 算法步骤

1° 初置 $y^\circ,\lambda^\circ{}_1,\lambda^\circ{}_2,\rho^\circ$，令 $k=0$.

2° 对给定的 y^k,λ^k,ρ^k，解 LP_i $(i=1\sim N)$.

3° 计算 $\delta^k = \| \varphi_{\lambda 1}{}^k \| + \| \varphi_{\lambda 2}^k \|$. 若 $\delta^k \leqslant \varepsilon$，计算结束，$m^k,u^k,y^k$ 可做为最优解. 否则转 4°.

4° 按式(5)～(7)协调 y,λ_1,λ_2.

5° 若 $\delta^k/\delta^{k-1}\geqslant q$，$\rho^k=\rho^{k-1}/a^k$. 否则，$\rho^k=\rho^{k-1}(0<q<1,0<a^k<1)$，令 $k=k+1$，转 2°.

3. 带全局反馈的 OPBMGF 法

3.1 问题的建立

对于图 1 的稳态大系统，很难得到精确的数字描述. 因此 OPBM 法计算的结果常违反系统的约束. 这样 OPBM 法就失去其实用性. 故有必要引入全局反馈使得结果能满足系统约束，并改善性能指标.

为了改进控制变量，从实际系统提取信息在上级校正模型使对改进后的模型可用 OPBM 法计算出满足实际系统的关联结构及输入输出关系的结果. 即 $\hat{y}=f^*(m,u)$.

系统的数学模型为 $y_i=f_i(m_i,u_i)$，而实际的关系为 $y_i^*=f_i^*(m_i,u_i)$. 这里 $f_i^*(m_i,u_i)$是未知的. 假定各子系统的约束是已知的.

3.2 校正机理

对系统模型加入位移因子进行修正. 即 $y=f(m,u)+s,s\in R^{m_y}$. 现在目的是在上级寻找 $\hat{s}$ 使基于修正后的模型用 OPBM 法解的结果能满足 $\hat{y}=f(\hat{m},\hat{u})+\hat{s}=y^*=f^*(\hat{m},\hat{u})$. 这时修正后的增广拉格朗日函数为

$$
\begin{aligned}
L_g(m,u,y,\lambda,\rho,s) &= \sum_{i=1}^{N} L_{g_i}(m_i,u_i,y,\lambda,\rho,s) \\
&= \sum_{i=1}^{N}\{Q_i(m_i,u_i)+\lambda_{1i}^T(u_i-H_iy)+\rho\|u_i-H_iy\|^2 \\
&\quad +\lambda_{2i}^T(y_i-f_i(m_i,u_i)-s_i)+\rho\|y_i-f_i(m_i,u_i)-s\|^2\}. \qquad (8)
\end{aligned}
$$

带全局反馈的 OPBMGF(Output Prediction and Balance Method with Global Feedback)递阶算法如下.

下级：对由上级给定的 $\hat{y},\hat{\lambda},\hat{s},\hat{\rho}$，解

$$
LP_i:\quad \min\ Lg_i(m_i,u_i,\hat{y},\hat{\lambda},\hat{\rho},\hat{s}) \quad \text{s.t.}\ (m_i,u_i)\in MU_i.
$$

上级：目的是寻找 $\hat{y}(\hat{s}),\hat{\lambda}(\hat{s}),\hat{s}$，使满足

$$
CP:\begin{cases}(\hat{y}(\hat{s}),\hat{\lambda}(\hat{s}))\ \text{为}\ \varphi(y,\lambda,s)\ \text{的鞍点}, \\ \hat{u}=H\hat{y}(\hat{s}), \\ \hat{y}(\hat{s})=f(\hat{m},\hat{u})+\hat{s}, \\ \hat{y}(\hat{s})=f^*(\hat{m},\hat{u}).\end{cases}
$$

在此采用双环迭代实现协调任务. 首先对一组 $\tilde{s}$，用 OPBM 法求解，将控制变量施加到实际系统，测量其输出 y^* 且与 $\hat{y}$ 比较而修正位移因子，使得逐步满足条件 $\hat{y}(\hat{s})=f^*(\hat{m},\hat{u})$. 这里采用简约梯度法修正 s.

$$
s^{j+1}=s^j-[\hat{y}(s^j)-f^*(\hat{m},\hat{u})]. \qquad (9)
$$

图 2 给出了 OPBMGF 的控制结构图.

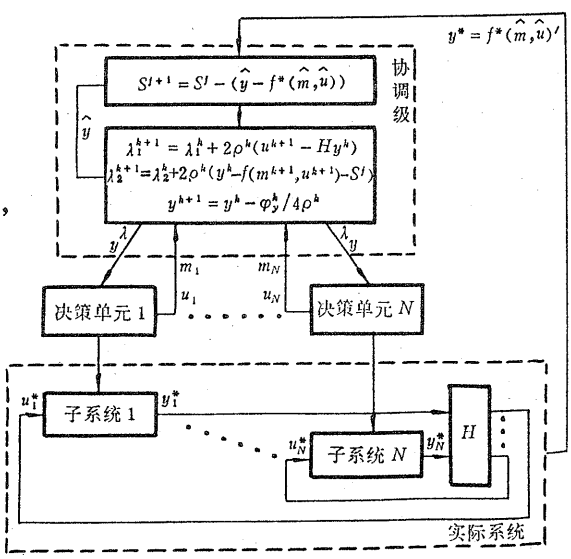

图 2 全局反馈信息结构图

4. 带局部反馈的 OPBMLF 法

4.1 局部反馈原理

全局反馈是在每一次模型修正后进行一次开环优化. 现在设想不等全部优化完毕,而在下级问题解后即修正模型,这样克服了全局反馈后上、下级计算量都增大的缺点. 而只是增加了下级的计算量.

因此把子系统优化的控制加到实际系统中,测量实际输出,且与上级给定的输出比较,从而修正模型使实际输出与给定输出一致.

设系统模型为 $y_i=f_i(m_i,u_i)$,而实际的关系为 $y_i^*=f_i^*(m_i,u_i)$. 同样 $f_i^*(m_i,u_i)$是未知的.

4.2 校正方法

要使 $\hat{y}_i$ 与 y_i^* 一致就需对模型修正. 仍采用加入位移因子的方法. 即,$y_i=f_i(m_i,u_i)+s_i, s_i\in R^{n_{y_i}}$. 问题是寻找 $\hat{s}_i$ 使当基于修正后下级问题的解 $\hat{m}_i$ 加到实际系统后得到的实际输出 y_i^* 满足 $\hat{y}_i=y^*(\hat{m}_i(\hat{s}_i,\hat{\lambda}_i),\hat{u}_i(\hat{s}_i,\hat{\lambda}_i))=f_i(\hat{m}_i,\hat{u}_i)+\hat{s}_i$.

下级问题的目标函数变成

$$L_{fi}(m_i,u_i,y,\lambda,\rho,s_i) = Q_i(m_i,u_i) + \lambda_{1i}^T(u_i - H_iy) + \rho\| u_i - H_iy \|^2 + \lambda_{2i}^T(y_i - f_i(m_i,u_i) - s_i) + \rho\| y_i - f_i(m_i,u_i) - si \|^2. \tag{10}$$

带局部反馈的 OPBMLF(Output Prediction and Balance Method with Local Feedback)算法如下:

下级:对给定的 $\hat{y},\hat{\lambda},\hat{\rho}$,解

$$LP_i:\ \min L_{fi}(m_i,u_i,\hat{y},\hat{\lambda},\hat{\rho},s_i)$$
$$\text{s.t.}\ (m_i,u_i)\in MU_i,$$
$$\hat{y}_i = f_i(m_i,u_i) + s_i = f^*(m_i,u_i).$$

采用双环迭代实现下级算法,对一组 $\tilde{s}_i$,求解 LP_i,将结果 m_i,u_i 施加到实际系统,测量实际输出再与给定输出比较来修正位移因子 s_i,逐步使 $y_i^*=\hat{y}_i$. 这里用下式修正 s_i

$$s_i^{j+1} = s_i^j + [\hat{y}_i - f_i^*(m_i,u_i)].$$

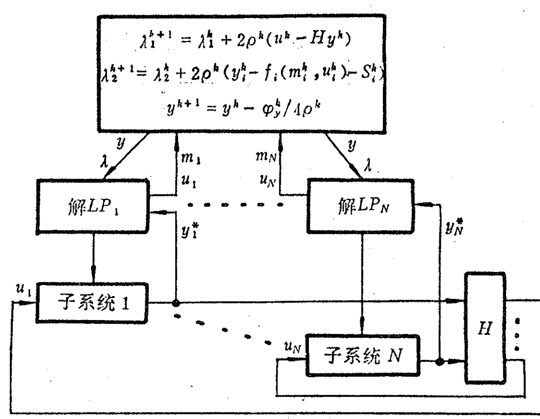

图 3　局部反馈结构图

上级问题是找出对偶函数

$$\varphi(y,\lambda) = \sum_{i=1}^{N} L_{f_i}(\hat{m}_i,\hat{u}_i,y,\lambda,\hat{s}_i,\rho)$$ 的鞍点$(\hat{y},\hat{\lambda})$. 图3为局部反馈结构图.

5. 仿真结果及分析

例　取自[4]中的例题,它由两个子系统组成,相互间的关联为:$u_1=y_2, u_2=y_1$.

子系统 1.　　$y_1 = 2m_1 + u_1,\quad y_1^* = 2.1m_1 + u_1.$

$$MU_1 = \{(m_1,u_1)\in R^2: 2m_1 + u_1 \leqslant 2.25\}.$$

子系统 2.　　$y_2 = 0.5m_2 + 0.5u_2,\quad y_2^* = 0.6m_2 + 0.55u_2.$

目标函数: $Q = 32m_{21} - 16m_1 + (2m_1 + u_1 - 1)^2 + 10m_2^2 + 4m_2u_2 - 0.5(2m_2 + 2u_2)^2$

可以看出,该问题是非凸的,不满足 IBM 适用性条件. 但用 OPBM 法得到最优结果. $m_1=$

0.5, $m_2=0.25$, $u_1=1.25$, $u_2=2.25$. 将此结果应用到实际系统得 $Q_{or}=-11.11$,但违反约束. 用 OPBMGF 法进行七次迭代得 $m_1=0.4378$, $m_2=0.188$, $u_1=1.374$, $u_2=2.293$, $s_1=0.437$, $s_2=0.133$, $Q_{gr}=-9.549$. 再用 OPBMLF 法得到比全局反馈更好的结果, $m_1=0.431$, $m_2=0.181$, $u_1=1.389$, $u_2=2.328$, $Q_{lr}=-9.976$. 可以验证这两个结果都满足系统的约束.

6. 结　论

本文叙述了怎样建立基于增广拉格朗日函数的 OPBM 递阶算法. 由于在下级实现完全分解而不需要象[4]中的方法要近似化处理. 并且由于引入罚系数项对问题进行了凸化,使其可以解一类有对偶间隙的非凸问题,从而克服了由 Findeisem 提出的 IBM,混合法[1]的缺陷. 而且该算法能保证下级有解存在,不存在目标协调法[6]的可行域问题. 对于模型与实际系统有差异的情况,本文提出了对系统引入全局反馈和局部反馈两种方法. 通过加入位移因子改进系统模型,克服了系统的模型与实际的差异,从而得到满意的结果. 由于实际系统的精确特性是不可知的. 故经反馈得到的结果不是最优解,而是令人满意的次优解.

参 考 文 献

[1] Findeisen, w., Control and Coordination in Hierarchical Systems, Wiley, London, (1980).

[2] 万百五, Roberts, P. D., 稳态大系统递阶控制技术的一些改进(Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ), 西安交通大学学报, 17, 3, (1983).

[3] Luenberge, D. G., Introduction to Linear and Nonlinear Programming, Addison—westey, (1973).

[4] Tatjewski, P., On—line Hierarchical Control of Steady—State Systems Using the Augmented Interaction Balance Method with Feedback, Large Scale System, 8, 1, (1985).

[5] Shao, F. Q. and Roberts, P. D., A Price Correction Mechanism with Feedback for Hierarchical Control of Steady—State Systems, Large Scale System, 4, 1(1983).

[6] Singh, M. G. and Titli, A., Systems: Decomposition Optimization and Control, Paraman, (1978).

[7] 王武义、万百五、曾建潮, 大规模线性规划的 OPBM 递阶解法, 系统工程, 2, (1987).

[8] Zheng, J. C., Wan, B. W., Wang, W. Y., A Decomposition — Coodination Algorithm for Large Scale Linear Programming, Preprints of 4th IFAC/IFORS, Large Scale Systems Theory and Applications, Zurich, (1986).

Hierarchical Optimization Algorithm for Nonconvex Steady State Large Scale System

Wang Wuyi, Wan Baiwu

(Institute of Systems Engineering, Xian Jiaotong University)

Abstract: This paper presents the coordination algorithm OPBM for steady state systems. On the Basis of thi method, the global or local feedback through using a shift vector is introduced. Hence the effect of the error between th model and the real system is reduced. The OPBM method is based on the augmented Lagrangian with penalty functio causing the problem to be convex, so as to make it applicable for nonconvex problems.

Key words: large scale system; hierarchical algorithm; feedback