

配水管网测点压力数据的建模与预报

李恬鉴

韩德宏

(同济大学电气工程系, 上海) (同济大学环境工程学院, 上海)

摘要 给水管网测点压力为一串时序样本数据. 本文引进时序建模方法对样本数据进行相关分析, 特别结合实例对四种建模方案作了分析比较, 结果表明带受控项同时反映周期特性的模型精度最高, 完全满足工程要求. 本文还对测点压力在线建模及其预报算法作了探讨, 取得了满意的结果. 作者期望对配水管网工况作出有效估计, 为配水系统的优化调度与节能创造条件.

关键词: 建模; 预报; 配水管网; 管网测压

1. 引言

为了解决城市管网内水流状况及用户用水情况, 大部分自来水公司都在管网中设置了测压点, 并有这些测点压力数据的连续记录. 如何充分利用这些数据对管网进行分析乃至实施优化调度是自来水行业普遍关心的问题.

作为实施优化调度的基础工作, 国内外有很多学者就水量乃至所谓的节点流量进行预测预报^[1,2,3], 但由于节点流量几乎是不可能跟踪实测的, 因此其预测预报的精度只能通过计算节点压力与实测节点压力是否比较吻合来间接验证, 于是就产生一个“节点流量调整”、“摩阻系数调整”的问题^[4-7].

测点压力数据是现场实测值, 对其进行分析处理对了解管网运行状态、制定调度方案有重要作用, 与无实测数据予以验证的节点流量的预测预报相比也更为有效.

测点压力数据是一个时间序列的样本. 采用时间序列分析方法对这样的数据进行分析处理、建模, 可获得测点压力数据的统计模型, 同时可依据这样的模型对测点压力进行离线预报乃至实时跟踪建模预报. 测点压力的预测预报, 由于可直接利用实测压力对模型进行实时跟踪修正, 显得尤为适用.

2. 时间序列 AR、ARMA、MA 模型^[8]

对于下面一种反映同一时刻不同变量 X 与 Y 之间相关性的模型, 我们是比较熟悉的

$$y = ax + b. \quad (1)$$

为反映不同时刻同一变量 X 自身的相关性, 构造下面的模型

$$x_t = \alpha_1 x_{t-1} + \alpha_2 x_{t-2} + \cdots + \alpha_p x_{t-p} + \varepsilon_t, \quad (2)$$

式中 ε_t 为噪声(误差). 通常称式(2)为自回归模型, 记为 $AR(p)$, 称 p 为模型的阶数.

下一类型的模型更具有普遍性

$$x_t - \sum_{i=1}^p \alpha_i x_{t-i} = \varepsilon_t - \sum_{j=1}^q \beta_j \varepsilon_{t-j} \quad (3)$$

称式(3)为自回归滑动平均模型,记为 ARMA(p, q),称 p 为自回归部分的阶数, q 为滑动平均部分的阶数.

如式(3)中, $\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_p = 0$, 即

$$x_t = \varepsilon_t - \beta_1 \varepsilon_{t-1} - \beta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \beta_q \varepsilon_{t-q}, \quad (4)$$

称之为滑动平均模型,记为 MA(q).

工程上出现的大量的平稳随机序列都可以用 ARMA(p, q)来建模,只要适当提高模型的阶 p, q (通常 $p > q$),就能够以所要求的精度用 ARMA 模型去逼近任意样本数据.

3. 测点压力数据的相关分析

某市自来水管网某一测点压力每小时一次采样数据序列 $\{H_t\}$ 点绘于图 1 (标有实际值的实线所示). 由图 1 看出,一天 24 小时的测点压力数据有较大变化,它反映了用户的用水情况的变化.

取样本长度 $N=144$ (6 天)进行相关分析,计算其自相关函数及偏相关函数的估计值,结果表明(自相关函数图及偏相关函数图从略):自相关函数呈现周期性变化,而偏相关函数基本上在 0 线上下跳动,因此测点压力数据可用自回归模型建模,但自回归部分的阶数要适当提高. 理论上已经证明,任何一个可用 ARMA 模型表征的样本序列均可用一个任意高阶的 AR 模型去逼近^[9].

从图 1 可看出,测点压力数据是不平稳的,其变化具有一定的周期性. 如果将每天 i 时刻的测点压力作一时间序列看待,可以想象它较 $\{H_t\}$ 要平稳的多,但这样处理将原本是一维的时间序列变成多维的了,处理起来要复杂的多工作量也大.

4. 测点压力数据建模方案探讨

如前所述,我们可用 AR(p)模型对测点压力数据进行建模.

用 H_t 表示时刻 t 测点压力(米),设样本长度为 N

4.1 纯自回归模型

设
$$H_t = \alpha_1 H_{t-1} + \alpha_2 H_{t-2} + \dots + \alpha_p H_{t-p} + \varepsilon_t, \quad (5)$$

式中 ε_t 为噪声(误差)序列.

采用下列记号

$$\begin{aligned} X &= \{\alpha_1 \quad \alpha_2 \dots \alpha_p\}^T, \\ \Psi_{r+j} &= \{H_{r+j-1} \quad H_{r+j-2} \dots H_j\}^T \quad (j = 1, 2, \dots, N-p), \\ H_N &= \{H_{r+1} \quad H_{r+2} \dots H_N\}^T, \\ \Phi_N &= \{\psi_{r+1}^T \quad \psi_{r+2}^T \dots \psi_N^T\}^T. \end{aligned}$$

依最小二乘法,使 $\sum_{i=p+1}^N \varepsilon_i^2 \rightarrow \min$ 的 $AR(p)$ 模型的参数 X 由下式给出^[9]

$$X = (\Phi_N^T \Phi_N)^{-1} \Phi_N^T H_N'. \quad (6)$$

模型的阶 p 用 F -检验法确定,设 $A(p) = \sum_{i=p+1}^N \{e_i(p)\}^2$ ($e_i(p)$ 系数为 p 时由式(5)反求出的 ε_i),则统计量

$$F = \frac{A(p) - A(p+1)}{A(p)} \times \frac{N-p}{1} \quad (7)$$

服从 $F(1, N-p)$ 分布,确定显著性水平 α ,查出 F_α 值,再按下面法则定阶

$$\begin{cases} F \leq F_\alpha, & \text{则确定阶数为 } p. \\ F > F_\alpha, & \text{则阶数大于 } p, \text{需继续计算.} \end{cases}$$

对图 1 所示测点压力数据,按上方法计算,为提高自回归部分的阶数,选取 $F_\alpha = 2.0$. 计算结果,模型对现有数据的拟合情况见图 1,对未来 $N+1$ 时刻的一步预测(在线建模时的预测,后同,参见本文的第 5 节),见图 2. 模型的阶数 $p=7$,残差平方和为 1060.361.

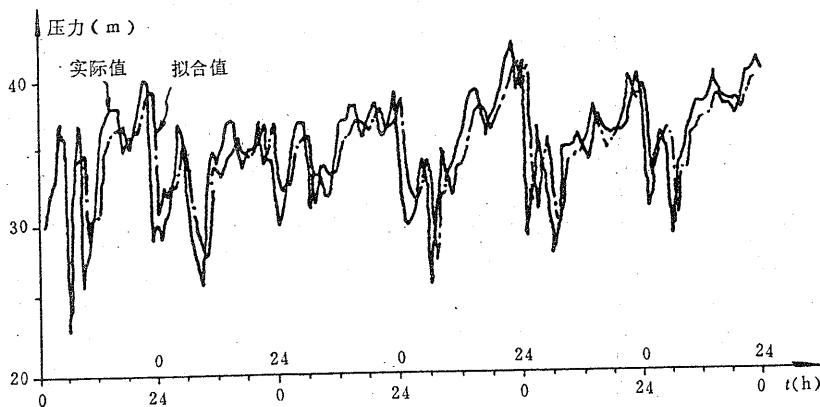


图 1 模型拟合情况

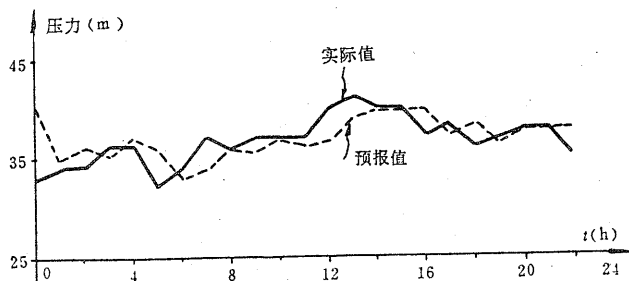


图 2 模型预测情况

由式(5)反求出残差序列 $\varepsilon_i (i=p+1, \dots, N)$ 后,对 ε_i 作自相关检验^[8]. 令

$$\gamma_k'(N, \varepsilon) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N-k} \varepsilon_i \varepsilon_{i+k},$$

$$\rho_k(N, \varepsilon) = \gamma_k'(N, \varepsilon) / \gamma_0'(N, \varepsilon).$$

经计算,在 $\sqrt{N} \rho_k(N, \varepsilon)$ 的 $k=1, 2, \dots, 100$ 这 100 个数据中,有 70% 的小于 1 (超过 68.3%), 有 96% 的小于 2 (超过 95.5%), 因此可以认为 ε_i 是个白噪声,用 $AR(7)$ 模型是合理的.

4.2 带受控项的自回归模型

一般地,管网节点压力随水厂出水压力的升高而升高,也就是说水厂出水压力是节点压力的控制因素,它是确定性的.有鉴于此,构造下面的带受控项的自回归模型(称之为 CAR(*p*)模型).

$$H_t = \sum_{j=1}^p \alpha_j H_{t-j} + \sum_{i=1}^m \sum_{j=0}^p b_{ij} V_{i,t-j} + \varepsilon_t, \tag{8}$$

式中 *m* 为对测点压力有影响的水厂数, *V_{i,k}* 为 *i* 水厂 *k* 时刻的出水压力(米).

与前类似地可用最小二乘法求出模型的参数 $\alpha_1-\alpha_p, b_{i0}-b_{ip} (i=1,2,\cdots,m)$ 的精确估计值.模型的阶 *p* 仍用 *F* 检验法确定,此时 *F* 值可按式计算

$$F = \frac{A(p) - A(p + 1)}{A(p)} \times \frac{N - p - m(p + 1)}{m + 1}. \tag{9}$$

图 1 所示测点压力,主要受两个就近水厂出水压力的影响.用 CAR(*p*)模型,计算结果,阶数 *p* = 3、残差平方和 1063.853;模型对现有数据的拟合情况见图 3,对未来 *N* + 1 时刻的一步预测见图 4(两个水厂的出水压力未在图中画出).

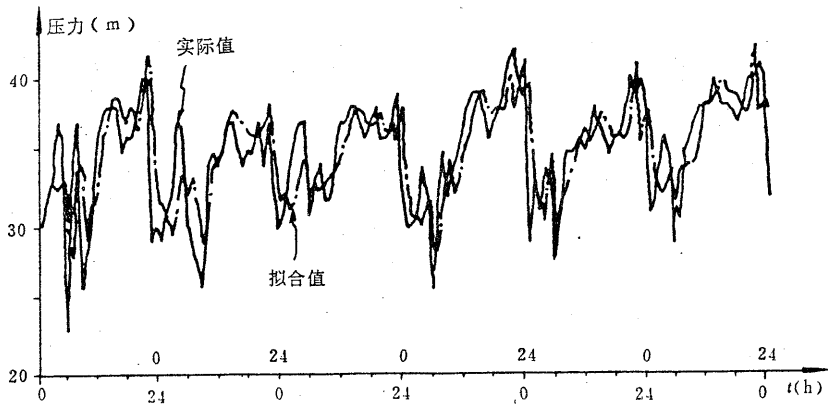


图 3 模型拟合情况

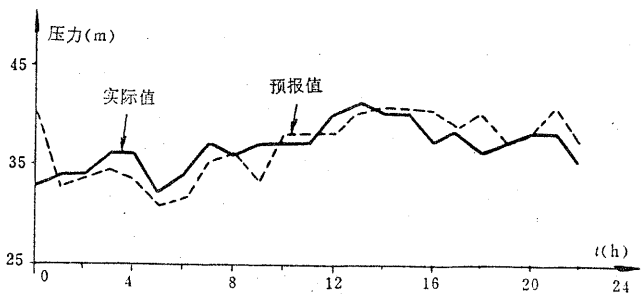


图 4 模型预测情况

比较图 1 与图 3 及图 2 与图 4 可知,阶数为 *p* = 3 的本模型拟合、预测的精度与阶数 *p* = 7 的纯自回归模型相接近,可见考虑受控项的作用后,使拟合模型的阶数大幅度下降.

4.3 考虑周期性的 AR 模型

用户用水情况呈现以一天 24 小时为周期的周期性变化,导致节点压力也相应地发生周期性变化.为便于计算,考虑到实际变化周期并非一恒定常量,本文不采用惯用的 ARIMA 模型而采用下面能更一般地反映周期特性的模型.

$$H_t = \sum_{j=1}^p \alpha_j H_{t-j} + \sum_{j=0}^p \beta_j H_{t-T-j} + \sum_{j=1}^p \gamma_j H_{t-T+j} + \varepsilon_t \quad (10)$$

式中 T 为周期,显然可取其为 24 小时,参见图 1.

同样地采用最小二乘法确定式(10)中的模型参数 α, β, γ , 模型的阶 p 仍用 F 检验法确定, 此时 F 值按下式计算

$$F = \frac{A(p) - A(p+1)}{A(p)} \times \frac{N - 3p - 1}{3} \quad (11)$$

考虑周期特性后,对图 1 所示测点压力数据建模,计算结果,阶数 $p=1$ 、残差平方和为 617.6526;模型对现有数据的拟合情况见图 5,对未来 $N+1$ 时刻的一步预测情况见图 6.

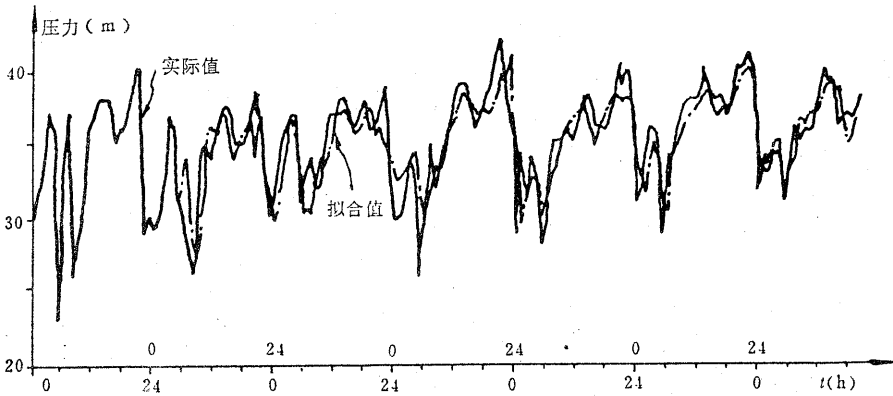


图 5 模型拟合情况

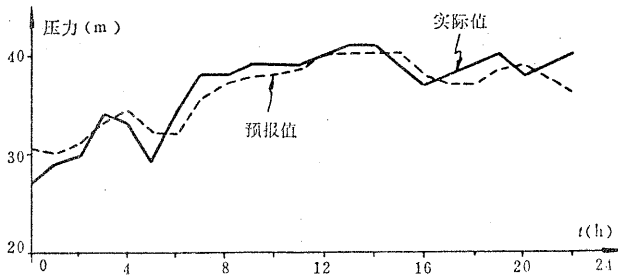


图 6 模型预测情况

阶数为 1 的本模型比前两个模型的精度要高的多,这表明考虑了样本周期性变化特性的本模型较前者更为适用,而且模型亦降阶简化了.这也表明测点压力样本数据确实存在随用户用水周期性变化而发生周期性变化的特性.

4.4 带受控项同时反映周期特性的模型

综上所述,我们自然考虑建立既有受控项又能反映周期特性的下面模型

$$H_t = \sum_{j=1}^p \alpha_j H_{t-j} + \sum_{j=0}^p \beta_j H_{t-T-j} + \sum_{j=1}^p \gamma_j H_{t-T+j} + \sum_{i=1}^m \sum_{j=0}^p b_{ij} V_{i,t-j} + \varepsilon_t \quad (12)$$

显然,式(5)、式(8)、式(10)是式(12)的特殊情形.

同样地用最小二乘法确定模型的参数 α, β, γ, b . 阶数 p 仍按 F 检验法确定,此时 F 值按下式计算

$$F = \frac{A(p) - A(p+1)}{A(p)} \times \frac{N - (m+3)p - (m+1)}{m+3} \quad (13)$$

利用本模型对图 1 所示测点压力数据建模, 计算结果阶数 $p=2$ 、残差平方和为 572.547, 模型对现有数据的拟合情况见图 7, 对未来 $N+1$ 时刻的一步预测情况见图 8。

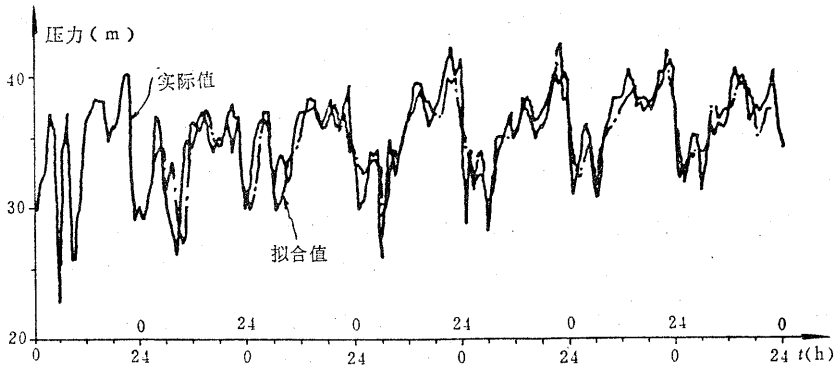


图 7 模型拟合情况

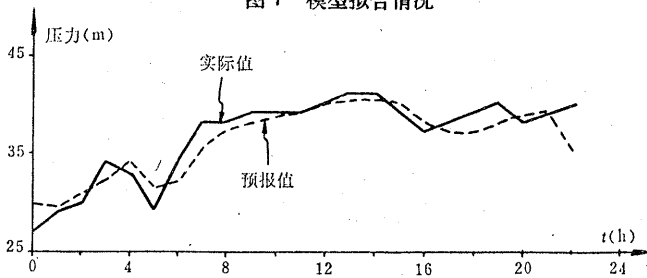


图 8 模型预测情况

本模型的阶数较上一模型升高了, 但模型参数中存在一些不明显异于 0 者, 这里未加处理. 与上一模型相比, 两模型中的参数 α_1 、 β_0 、 β_1 、 γ_1 变化不大(具体数据从略), 说明水厂出水压力对所建模节点的压力影响与周期特性相比要小的多, 事实上出水压力变化必须适应用户用水的变化. 上面我们提出了四个建模方案. 从模型对现有数据拟合及预测的精度上考虑, 后两个模型比较适用, 其拟合、预测值与实际情况比较一致(参见图 5—图 8), 其精度在工程上是可以接受的. 最终方案的选择, 对于不同的测点压力数据, 可通过方案比较确定. 特别是最后一个建模方案, 由于考虑了周期特性具有较高的精度, 同时由该模型可以预测不同水厂出水压力下节点压力的变化情况, 这对配水管网的管理调度而言极为有用。

5. 测点压力数据的在线建模及预报

5.1 测点压力数据的在线建模

对于不断积累增多的测点压力数据进行建模, 可以在某一样本长度的基础上采用递推算法进行修正^[10]。

用户用水情况千姿百态不断变化, 节点压力也在不断变化. 量测节点压力的目的在于及时了解管网运行工况及用户用水情况. 显然最新的测点压力数据能更好地反映管网系统目前的工作状况, 历史的测点压力数据在把握现时管网的特性方面所起的作用越来越小. 考虑管网系统的时变特性, 体现新的压力数据的作用, 对测点压力数据按递推方式建模时, 可以采用渐消

记忆方式^[10],实现测点压力数据的在线建模.限于篇幅,具体讨论及有关公式从略.

5.2 测点压力的在线预报

建模的目的在于预报,我们仅就模型式(12)进行讨论.

1) $m=0$,即无受控项时

设已有 $0-N$ 时刻的节点压力实测值, H_{N+k}' 表示据 N 时刻的模型对未来 k 时刻的测点压力的预测值.为书写方便,令 $H_i' = H_i (i=1, 2, \dots, N)$,于是 H_{N+k}' 可按式计算

$$H_{N+k}' = \sum_{j=1}^p \alpha_j H_{N+k-j}' + \sum_{j=0}^p \beta_j H_{N+k-T-j}' + \sum_{j=1}^p \gamma_j H_{N+k-T+j}', (k=1, 2, \dots). \quad (14)$$

2) $m \neq 0$ 时

调度人员常常希望了解水厂出水压力变化后的节点压力的变化情况.目前所采用的方法,一是进行管网水力计算,但这在管网系统的实时调度中并不适用;再就是凭借以往的经验.倘建立了式(18),则可利用之对未来控制作用施加后管网系统的反应作出预测.此时计算公式为

$$H_{N+k}' = \sum_{j=1}^p \alpha_j H_{N+k-j}' + \sum_{j=0}^p \beta_j H_{N+k-T-j}' + \sum_{j=1}^p \gamma_j H_{N+k-T+j}' + \sum_{i=1}^m \sum_{j=0}^p b_{ij} V_{i', N+k-j}, \quad (k=1, 2, \dots), \quad (15)$$

式中

$$V_{i', N+k-j} = \begin{cases} V_{i, N+k-j}, & k \leq j, \\ \text{预计出水压力}, & k > j. \end{cases} \quad (16)$$

由于节点流量难以把握,又无实测数据可资利用,因此用式(15)进行预测就显得极为适用.

本文第4节所指的模型预测系在线建模时的一步预测.

6. 结 束 语

作者在本文中,采用时间序列分析方法对测点压力数据进行建模,在分析了数据的自相关函数、偏相关函数后,提出了基于自回归模型的四个建模方案.笔者认为,比较适用的是式(10)、式(12).

笔者在建模过程中发现,当测点压力变化平缓时,模型拟合、预测值与实际值极为接近;当测点压力变化较大时,拟合、预测值与实际值偏差也较大,但计算过程中并未出现“发散”现象,即没有发生拟合、预测值与实际值偏差越来越大的情况,这表明建模算法有一定适应“冲击负荷”的能力.节点压力急剧变化时段,基本上都发生在用水高低峰交界处,但其每日变化,不仅其峰值不尽相同而且其规律也不尽一致,显然这与天气状况等客观因素有关,因此建模方案在应用时应予加权修正,以提高逼近与预测的精度.

本文建模方案仅是对单个测压节点而言的,如果考虑多测点的情况,则可用多变量时序建模方法,以扩大适用性.

对多个测点压力建模,研究模型参数间有无规律可循进而对非测点压力进行预估,是个诱人的值得继续研究的课题,因为倘能根据测点压力估计出非测压节点压力,则可望解决配水调度中的主要难题之一——由测点压力及水厂运行工况在线估计管网工况(目前已基本解决工况的静态估计问题).

参 考 文 献

- [1] Fallsicle, F., Perry, P. F., On—line Prediction of Consumption for Water Supply Networks Control, IFAC 6th World Congress Boston, (Aug. 1976).
- [2] Patrick, F., Demand Forecasting in Water Supply Networks, ASCE, 107, HY 9, (1981), 1077—1087.
- [3] 龟井, 用水需要预测, (日)横河技报, 25, 4, (1981), 36—40.
- [4] 杨 钦、陈霖庆, 给水管网现状的核算, 同济大学学报, 3, (1978).
- [5] Thomas. m. walsk, Technique for Calibrating Network Models, Journal of Water Resources Planning and Management, ASCE, 109, 4, (1986), 360—372.
- [6] Lindell E Ormsboe, Explicit Pipe Network Calibration, Journal of Water Resources Planning and Management, ASCE, 112, 2, (1986), 166—182.
- [7] 岩木龙一, 配水管网流速系数同定法, (日)水道协会杂志, 57, 5, (1988), 2—8.
- [8] 项静恬等, 动态数据处理——时间序列分析, 气象出版社, 北京, (1986).
- [9] 安鸿志等, 时间序列分析与应用, 科学出版社, 北京, (1983).
- [10] 徐南荣编, 系统辨识导论, 电子工业出版社, 北京, (1986).

Model—building and Forecasting to Pressure of Monitoring Node of Water Distribution Network

Li Tianjian

(Department of Electrical Engineering, Tongji University, Shanghai)

Han Dehong

(College of Environment Engineering, Tongji University, Shanghai)

Abstract: The monitoring node pressure of water distribution network is a time series sampling data. This paper introduces time series model—building method to the sampling data for correlation analysis, especially combining realistic example, we develop four model—building schemes for analysis and comparison, the conclusion is that the model with control terms and periodic character has high precision, can fully satisfy the engineering demand. This paper approaches on—line model—building and forecast about monitoring node pressure, obtaining satisfied results. We expect to carry out available estimation to operation status of water distribution system and provide convenience for optimal control to water supply system.

Key words: model—building; forecasting; water distribution network; monitored pressure of network