

显式 Clarke—Gawthrop 自校正控制器

邓自立

(黑龙江大学应用数学研究所, 哈尔滨)

摘要 基于原始 CARMA 模型的在线辨识和显式多步自校正递推预报器, 本文提出了显式 Clarke—Gawthrop 自校正控制器. 仿真例子说明了所提出的结果的有效性.

关键词: 多步自校正递推预报器; 显式自校正控制器

1. 显式自校正控制器设计

周知, Clarke—Gawthrop^[1]自校正控制器是隐式的, 其特点是避开对原始 CARMA 模型建模, 而直接在线辨识最优控制器的参数. 对此, 本文采用新的观点和方法, 基于原始 CARMA 模型的递推最小二乘法辨识和显式多步自校正递推预报器^[2], 提出了显式 Clarke—Gawthrop 自校正控制器, 其性能和计算量同隐式 Clarke—Gawthrop^[1]自校正控制器相当.

设系统服从 CARMA 模型^[1]

$$Ay(t) = q^{-k}Bu(t) + d + Ce(t), \quad (1)$$

其中 $y(t)$ 和 $u(t)$ 分别是输出和输入, $e(t)$ 是零均值, 方差为 σ^2 的白噪声, d 是模型偏差常数, k 是时滞.

Clarke—Gawthrop 最优控制问题是求控制 $u(t)$, 它是 $\{y(t), y(t-1), \dots; u(t-1), u(t-2), \dots\}$ 的线性函数, 且极小化广义性能指标:

$$J = E[(Py(t+k) - Rw(t))^2 + (Q'u(t))^2], \quad (2)$$

其中 E 是数学期望号, $w(t)$ 是参考输入(设定值序列), 且 A, B, C, P, R, Q' 是如下形式的单位滞后算子 q^{-1} 的算子多项式:

$$X \triangleq X(q^{-1}) = x_0 + x_1q^{-1} + \dots + x_nq^{-n}. \quad (3)$$

假定 $a_0=c_0=p_0=1$, 且 $b_0 \neq 0$, 阶 n_a, n_b, n_c 和时滞 k 是已知的, $C(q^{-1})$ 是稳定的.

常用的简单的和重要的情形是:

$$J_1 = E[(y(t+k) - w(t))^2 + \lambda u^2(t)]. \quad (4)$$

和

$$J_2 = E[(y(t+k) - w(t))^2 + \lambda(u(t) - u(t-1))^2]. \quad (5)$$

假定 P, R, Q' 是已知的, 当原始模型(1)式已知时, 引入广义输出:

$$\varphi(t+k) = Py(t+k) + Qu(t) - Rw(t), \quad (6)$$

其中 $Q=Q'/q_0/b_0$. 文献[1]证明了最优控制 $u(t)$ 由 $\hat{\varphi}(t+k|t)=0$ 决定, 而 $\hat{\varphi}(t+k|t)$ 是 $\varphi(t+k)$ 的 k 步线性最小方差预报器. 因而由(6)式又有最优控制 $u(t)$ 由下式决定^[1]:

$$P\hat{y}(t+k|t) + Qu(t) - Rw(t) = 0. \quad (7)$$

由(7)式看到, 求解最优控制 $u(t)$ 的关键是求 $y(t+k-i)$ 的线性最小方差预报器 $\hat{y}(t+k-i|t)$.

因此当原始模型(1)式未知时,显式 Clarke—Gawthrop 自校正控制器由如下三步组成:

(I)用递推增广最小二乘法^[3](RELS)在线辨识原始 CARMA 模型(1),可得在时刻 t 的估计 $\hat{a}_i, \hat{b}_i, \hat{c}_i, \hat{d}, \hat{e}(t)$ 及估计 $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$.

(II)计算多步自校正递推预报器^[2]:由(1)式有

$$\hat{A}(\bar{q}^{-1})\hat{y}(t+i|t) = q^{-k}\hat{B}(\bar{q}^{-1})u(t+i) + \hat{C}_i(\bar{q}^{-1})\hat{e}(t+i) + \hat{d}, \quad (8)$$

其中 $i=1, 2, \dots, k$, 且 $\hat{A}(\bar{q}^{-1})$ 是只对 $\hat{y}(t+i|t)$ 的第一个运算的 $\hat{A}(\bar{q}^{-1})$, 即

$$\hat{A}(\bar{q}^{-1})\hat{y}(t+i|t) = \hat{y}(t+i|t) + \hat{a}_1\hat{y}(t+i-1|t) + \dots + \hat{a}_n\hat{y}(t+i-n|t), \quad (9)$$

其中规定:当 $t+i-j \leq t$ 时, $\hat{y}(t+i-j|t) = y(t+i-j)$.

$$\hat{C}_i(\bar{q}^{-1}) = \begin{cases} \hat{c}_i q^{-i} + \hat{c}_{i+1} q^{-(i+1)} + \dots + \hat{c}_n q^{-n} & 1 \leq i \leq n_c; \\ 0 & i > n_c; \end{cases} \quad (10)$$

(III)由(7)式有显式 Clarke—Gawthrop 自校正控制器 $u(t)$ 由下式给出:

$$P(\bar{q}^{-1})\hat{y}(t+k|t) + \hat{Q}u(t) - R w(t) = 0, \quad (11)$$

其中 $P(\bar{q}^{-1})$ 是只对 $\hat{y}(t+k|t)$ 的第一个时标运算的 $P(\bar{q}^{-1})$, 且 $\hat{Q} = Q' q_0' / \hat{b}_0$.

注意在(11)式中,只有两项含有 $u(t)$:在 $\hat{y}(t+k|t)$ 中含有 $b_0 u(t)$ 项和在 $Qu(t)$ 中含 $q_0 u(t)$ 项. 这引出自校正控制器的显式表达式:

$$u(t) = - \frac{D(t)}{\hat{b}_0 + q_0}, \quad (12)$$

其中

$$\begin{aligned} D(t) = & -(\hat{A}(\bar{q}^{-1}) - 1)\hat{y}(t+k|t) + (\hat{B}(\bar{q}^{-1}) - \hat{b}_0)u(t) + \hat{d} \\ & + \hat{C}_k(\bar{q}^{-1})\hat{e}(t+k) + (P - 1)\hat{y}(t+k|t) \\ & + (\hat{Q} - q_0)u(t) - R w(t). \end{aligned} \quad (13)$$

上述三步在每时刻 t 重复进行.

显然,假如在闭环下用 RELS 法的原始模型(1)的参数估计是一致的,则显式 Clarke—Gawthrop 自校正控制器(11)式渐近于最优控制律(7)式,因而具有渐近最优(自校正)性.

对于性能指标 J_1 而言,我们有

$$P = R = 1, \lambda = (q_0')^2, Q = q_0 = \lambda / b_0. \quad (14)$$

相应的显式自校正控制器由(12)–(14)式为

$$u(t) = - \frac{\hat{b}_0}{\hat{b}_0^2 + \lambda} D(t), \quad (15)$$

其中

$$\begin{aligned} D(t) = & -(\hat{A}(\bar{q}^{-1}) - 1)\hat{y}(t+k|t) + (\hat{B}(\bar{q}^{-1}) - \hat{b}_0)u(t) + \hat{d} \\ & + \hat{C}_k(\bar{q}^{-1})\hat{e}(t+k) - w(t). \end{aligned} \quad (16)$$

即

$$D(t) = - \sum_{i=1}^{n_a} \hat{a}_i \hat{y}(t+k-i|t) + \sum_{i=1}^{n_b} \hat{b}_i u(t-i) + \hat{d} + \sum_{i=k}^{n_c} \hat{c}_i \hat{e}(t+k-i) - w(t). \quad (17)$$

对于性能指标 J_2 , 我们有

$$\begin{aligned} P = R = 1, Q' &= q_0' (1 - q^{-1}), \lambda = (q_0')^2, \\ Q &= Q' q_0' / b_0 = (1 - q^{-1}) \lambda / b_0, \end{aligned} \quad (18)$$

将其代入(12)和(13)式有显式自校正控制器为

$$u(t) = -\frac{1}{\hat{b}_0 + \lambda} [\hat{b}_0 D(t) - \lambda u(t-1)], \quad (19)$$

其中 $D(t)$ 仍由 (16) 式计算.

2. 仿真例子

设未知的真实模型为^[3]

$$y(t) = 0.9y(t-1) - 0.2y(t-2) + 0.5u(t-2) + e(t) + 0.4e(t-1). \quad (20)$$

即 $a_1 = -0.9, a_2 = 0.2, b_0 = 0.5, c_1 = 0.4; n_a = 2, n_b = 0, n_c = 1, k = 2$. 而 $e(t)$ 为正态 $N(0, 1)$ 白噪声.

为使闭环辨识有良好的初始参数估值, 我们先离线辨识, 开环输入 $u(t)$ 为独立于 $e(t)$ 的正态 $N(0, 1)$ 白噪声. 基于 $N = 345$ 组输入输出数据 $(u(t), y(t)), t = 1, 2, \dots, 345$, 用 RELS 算法在 $t = 345$ 时得参数估值为

$$\begin{aligned} \hat{a}_1 &= -0.902603, \hat{a}_2 = 0.205899, \\ \hat{b}_0 &= 0.52804, \\ \hat{c}_1 &= 0.31675. \end{aligned} \quad (21)$$

从 $t = 345$ 开始, 实行闭环控制, 性能指标为 J_1 , 其中取 $\lambda = 0.02$, 设定值序列为 $w(t)$, $w(t)$ 为取值 ± 10 的宽度为 $t = 10$ 的方波或 $w(t)$ 为常数 $w = 10$. 从 $t = 345$ 至 $t = 545$ 之间, 采用显式自校正控制器 (15) 式, 而闭环 RELS 算法初值为 (21) 式. 仿真结果如图 1 至图 3 所示. 图 1 为开环和闭环 RELS 参数估计收敛性, 图 2 为 $w(t)$ 为方波时闭环系统的输入和输出. 图 3 为当 $w = 10$ 时闭环系统的输入和输出. 上述仿真结果表明所提出的显式 Clarke-Gawthrop 自校正控制器对设定值序列 $w(t)$ 具有良好的跟踪性能, 且闭环 RELS 参数估计具有良好的收敛性能.

致谢: 郭一新同志计算了仿真例子, 谨表谢意.

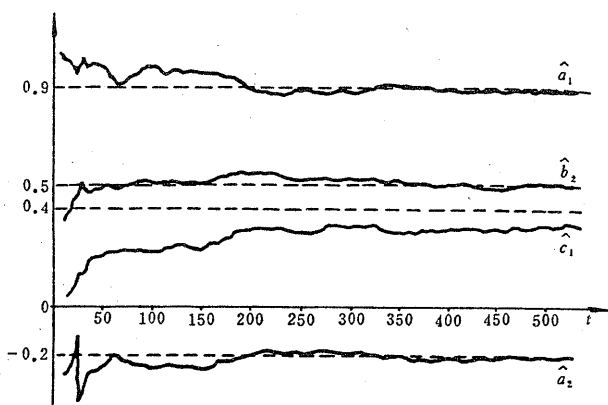


图 1 RELS 参数估计的收敛性

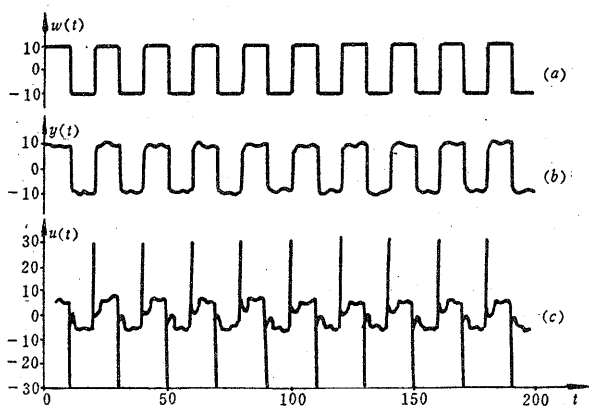


图 2 $w(t)$ 为方波时闭环系统的输入和输出

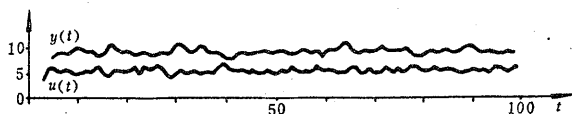


图 3 $w(t) = 10$ 时闭环系统的输入和输出

参 考 文 献

- [1] Clarke, D. W. , Gawthrop, P. J. , Self—Tuning Controller, Proc. IEE, 122, 9, (1975), 929—934.
 [2] 邓自立、赵永胜等, 多变量多步自校正递推预报器及其应用, 自动化学报, 9, 4, (1983), 241—247.
 [3] 邓自立、郭一新, 动态系统分析及其应用, 辽宁科学技术出版社, 沈阳, (1985).

Explicit Clarke—Gawthrop Self—tuning Controller

Deng Zili

(Institute of Applied Mathematics, Heilongjiang University, Harbin)

Abstract: Based on on—line identification of original CARMA model and explicit multistep self—tuning recursive predictor, this paper presents explicit Clarke—Gawthrop self—tuning controller. A simulation example is given to show usefulness of the proposed results.

Key words: self—tuning recursive multistep predictor; explicit self—tuning controller

(continued from page 75)

IFAC Symposium Advanced Control of Chemical Processes—ADCHEM'91	Oct. 14—16	Toulouse France	Oct. 1 1991	Prof. K. Najim, ENSIGC, Chemin Chemin de la Loge F—31078 Toulouse Cedex, France
Title	1992	Place	Deadlines	Further Information
IFAC Workshop AI, Control and Advanced Technology in Marine Automation	April 8—10	Genoa Italy		Prof. E. Volta, ist, Automazione Navale C. N. R. , Viale Causa 18R 1—16145 Genoa, Italy
IFAC Symposium On—Line Fault Detection and Supervision In the Chemical Process Industries	April 22—24	Newark Delaware USA	*	Dr. P. Dhurjati, Dept. of Chem. Engg. , Univ. of Delaware Newark, DE 19711, USA
IFAC Symposium (7th) Information Control Problems in Manufacturing Technology	May 25—28	Toronto Canada	Aug. 31 1991	Dr. J. Scrimgeour, Advanced Manufacturing Technologies & ind, Automation, Div. of EE National Research Council Ottawa, Ont. K1A 0R8, Canada
IFAC/(IFORS) Workshop Support Systems for Decision and Negotiation Processes	June 24—26	Warsaw Poland	Sept 1991	R. Kulikowski, System Res. Inst. Newelska 6, PL—01 447 Warsaw Poland
IFAC Symposium Adaptive Control and Signal Processing	July 1—3	Grenoble France	*	L. Dugard Lab D' Automatique de Grenoble—ENSIEG, BP, 46 F—38402 ST. Martin d' Heres, France
IFAC/IFORS(IFIP)/(IIASA) Symp. (7th) Modelling and Control of National Economies	August 18—20	Beijing China, P. R.	*	Prof. Jong—Ming Wu, Dept. of Computer Science and Techn. Beijing Information Technology Institute, Beijing, China, P. R.

(continued on page 97)