第8卷 第1期
1991年3月

控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS

Vol. 8, No. 1
Mar., 1991

ARMAX 模型全结构辨识——偏倚校正递推算法

胡德文　　万百五

(国防科技大学自控系，长沙)　(西安交通大学系统工程研究所)

摘要：文献[1]提出了 ARMAX 模型控制部分结构辨识的七步递推算法. 本文以此为基础，进一步提出控制部分参数及阶次辨识的偏倚校正算法. 同时利用输入信号的特有性质，得到观测噪声自相关函数估计的简单公式，以此得到 AR 型噪声模型的阶次与参数. 本算法共分十步，具有运算速度快、辨识精度高的特点. 文中最后给出了仿真结果.

关键词：系统辨识；建模；参数估计

1 引　言

在有色噪声干扰下，线性 ARMAX 模型的结构辨识问题是系统辨识理论中研究得最多的课题之一，其中包括 ARMAX 模型控制部分的时滞、AR 部分及 MA 部分阶次与参数的辨识，以及噪声部分的模型识别. 众所周知，即使在系统时滞及阶次已知的情况下，对于模型未知的有色噪声扰动下的最小二乘估计，其参数估计往往不能收敛到真实值. 为此，人们提出了诸如工具变量法、广义最小二乘法、扩展最小二乘法、相关分析——最小二乘二步法等方法，但这些方法仍然都有一定的局限. 解决任何一个实际系统的辨识所遇到的另一重要问题是系统的有关阶次辨识. 目前主要有三类，即以数理统计为客观标准的准则，以矩阵奇异性为基准的主观判断准则，以及以拟合残差显著性为依据的判据. 在前人的工作基础上，文献[1]提出了能辨识 ARMAX 模型控制部分时滞、AR 及 MA 部分的阶次与参数的七步快速算法.

本文将对文献[1]中的 AR 部分阶次与参数辨识中的偏差部分予以校正，提出一种新的定阶准则和参数递推算法. 利用文献[2]中的脉冲响应函数辨识的统计特性结果及 A—最优输入的特有性质，完成对 AR 型观测噪声统计特性的估计，最终得到包括控制部分和观测噪声部分模型的十步全结构辨识递推算法.

2 脉冲响应函数辨识

考虑如下线性离散 SISO 系统

$$y(t)=\frac{B(z)}{A(z)}u(t)+v(t). \tag{1}$$

其中$\{v(t)\}$为平稳观测噪声序列，均值为零.

$$A(z)=1+a_1z^{-1}+\cdots+a_pz^{-p}, \tag{2}$$

$$B(z)=z^{-d}(b_1z^{-1}+\cdots+b_qz^{-q}). \tag{3}$$

若 $A(z)$的根均在单位圆内，那么(1)式还可近似地等价为

本文于1989年5月16日收到. 1990年1月15日收到修改稿.

$$y(t)=\sum_{i=1}^{N_s}g(i)u(t-i)+v(t). \tag{4}$$

其中当 $i>N_s$ 时，$g(i)=0$.

记观测噪声的自相关函数为

$$r(\tau)=E\{v(t)v(t-\tau)\}. \tag{5}$$

暂时假定当 $i>n_s$ 时，$r(i)=0$. 且 $N_s>n_s$.

文献[2]证明了(4)式中脉冲响应函数相关辨识的 A—最优输入$\{u(t)\}$满足

$$\frac{1}{N_s}\sum_{t=1}^{N_s}u(t-i)u(t-j)=\begin{cases}P_0, & i\equiv j \mod(N_s),\\ 0, & i\not\equiv j \mod(N_s).\end{cases} \tag{6}$$

这时，脉冲响应函数估计值为

$$\hat{g}(i)=\frac{1}{NP_0}\sum_{t=1}^{N}y(t)u(t-i), i=1\sim N_s. \tag{7}$$

其中 N 为观测样本$\{y(t)\}$的数目，取 N_s 的整数倍.

文献[2]还证明，由上面得到的脉冲响应函数估计值，具有无偏性，均方收敛性、强一致收敛性及误差平方和达到 Cramer—Rao 下界的下界性质. 此外，还具有渐近正态性，即

$$\sqrt{N}(\hat{\mathbf{g}}-\mathbf{g})\sim AsN(0,\Omega). \tag{8}$$

其中

$$\mathbf{g}=[g(1),g(2),\cdots,g(N_s)]^T \tag{9}$$

$$\hat{\mathbf{g}}=[\hat{g}(1),\hat{g}(2),\cdots,\hat{g}(N_s)]^T \tag{10}$$

$$\Omega=P_0^{-1}\begin{bmatrix} r(0) & r(1) & \cdots & r(n_s) & & 0\\ r(1) & r(0) & \ddots & & \ddots & \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & & \ddots \\ r(n_s) & & \ddots & \ddots & \ddots & r(n_s)\\ & \ddots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ & & \ddots & & \ddots & r(1)\\ 0 & & r(n_s) & \cdots & r(1) & r(0)\end{bmatrix} \tag{11}$$

3　观测噪声自相关函数估计

为得到观测噪声模型和控制部分参数及阶次的偏倚校正估计，其关键的一步是估计观测噪声的自相关函数.

定理 1　取整数 N_1 满足

$$N_1\leqslant N_s-n_s-1, \tag{12}$$

那么，当 $k=0\sim N_1$ 时，观测噪声自相关函数的无偏估计为

$$\hat{r}(k)=\frac{N}{N-N_s+k}\Big[\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}y(t)y(t-k)-P_0\sum_{i=1}^{N_s-k}\hat{g}(i)\hat{g}(i+k)$$
$$-P_0\sum_{i=1}^{k}\hat{g}(i)\hat{g}(N_s-k+i). \tag{13}$$

证　因为　$E\{\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}y(t)y(t-k)\}$

$$=E\{\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}[\sum_{i=1}^{N_s}g(i)u(t-i)+v(t)][\sum_{j=1}^{N_s}g(j)u(t-k-j)+v(t-k)]\}$$

$$=\sum_{i=1}^{N_s}\sum_{j=1}^{N_s}[\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}u(t-i)u(t-k-j)]g(i)g(j)+\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}E\{v(t)v(t-k)\}$$

$$=P_0\sum_{i=1}^{N_s-k}g(i)g(i+k)+P_0\sum_{i=1}^{k}g(i)g(N_s-k+i)+r(k),]$$

以及
$$E\{\sum_{i=1}^{N_s-k}\hat{g}(i)\hat{g}(i+k)\}=\sum_{i=1}^{N_s-k}E\{[\hat{g}(i)-g(i)][\hat{g}(i+k)-g(i+k)]\}$$

$$+\sum_{i=1}^{N_s-k}g(i)g(i+k)=\frac{N_s-k}{N}\cdot\frac{r(k)}{P_0}+\sum_{i=1}^{N_s-k}g(i)g(i+k).$$

上面等式的最后一步是根据渐近正态性(8)～(11)式得到的. 同理,有

$$E\{\sum_{i=1}^{k}\hat{g}(i)\hat{g}(N_s-k+i)\}=\frac{k}{N}\cdot\frac{r(N_s-k)}{P_0}+\sum_{i=1}^{k}g(i)g(N_s-k+i).$$

由(12)式,考虑到当 $k=0\sim N_1$时,有 $r(N_s-k)=0$,故有

$$E\{\hat{r}(k)\}=\frac{N}{N-N_s+k}[r(k)-\frac{N_s-k}{N}r(k)-\frac{k}{N}r(N_s-k)]=r(k).$$

证毕.

本定理给出了 $r(k)$的无偏估计,与上节的脉冲响应函数的无偏估计 $\hat{g}(i)$一起,作为下面算法的数据基础.

4 ARMAX 模型 AR 部分偏倚校正辨识

假定控制部分 AR 与 MA 阶次 p,q 的上界已知,分别为 P_m 和 Q_m. 取 N_0满足

$$2P_m+Q_m+d-1\leqslant N_0\leqslant N_s, \tag{14}$$

以及
$$k_0=d+Q_m,\quad k_1=N_0-P_m. \tag{15}$$

分别记

$$R(p)\triangleq[\hat{g}(k_0+p),\cdots,\hat{g}(k_1+p)]^T,$$
$$H(p)\triangleq[R(p-1)R(p-2)\cdots R(0)],$$
$$W(p)\triangleq[H^T(p)H(p)]^{-1},$$
$$F(p)\triangleq H^T(p)R(p).$$

文献[1]证明:

$$A(p)=-W(p)F(p).$$

定阶准则为

$$J(p)=\det W(p)/\det W(p+1).$$

文献[1]为此构造了能自定阶的 *AR* 参数估计的递推算法. 但是,由于

$$E\{W^{-1}(p)\}=E\{H^T(p)H(p)\}=E\{\{R^T(p-i)R(p-j)\}\}, \tag{16}$$

以及
$$E\{R^T(p-i)R^T(p-j)\}=E\{\sum_{k=k_0}^{k_1}\hat{g}(k+p-i)\hat{g}(k+p-j)\}$$

$$=\frac{k_1-k_0+1}{N}\cdot\frac{r(i-j)}{P_0}+\sum_{k=k_0}^{k_1}g(k+p-i)g(k+p-j). \tag{17}$$

$$= \frac{k_1 - k_0 + 1}{N} \cdot \frac{r(i-j)}{P_0} + \sum_{k=k_0}^{k_1} g(k+p-i)g(k+p-j). \tag{17}$$

可见，在样本 N 有限的情况下，$W^{-1}(p)$具有较大的偏倚. 为此，采用增强型矩阵 $\overline{W}(p)$，即在 $N_1 \geqslant P_m$ 的情况下，取

$$\rho = \frac{k_1 - k_0 + 1}{NP_0}.$$

定义

$$\overline{W}^{-1}(p) \triangleq W^{-1}(p) - \rho \begin{bmatrix} \hat{r}(0) & \hat{r}(1) & \cdots & \cdots & \hat{r}(p-1) \\ \hat{r}(1) & \hat{r}(0) & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \hat{r}(1) \\ \hat{r}(p-1) & \cdots & \cdots & \hat{r}(1) & \hat{r}(0) \end{bmatrix}. \tag{19}$$

增强型定阶准则取

$$\overline{J}(p) \triangleq \det\overline{W}(p)/\det\overline{W}(p+1). \tag{20}$$

另记

$$\overline{S}_i(p) \triangleq R^T(p-i)R(p) - \rho\hat{r}(i), \qquad i = 0 \sim p. \tag{21}$$

我们有如下结论.

定理 2　ARMAX 模型 AR 部分参数与阶次可通过如下偏倚校正递推算法：

初始值($p=1$)

$$\overline{S}_0(1) = \sum_{k=k_0}^{k_1} \hat{g}^2(k+1) - \rho\hat{r}(0), \tag{22}$$

$$\overline{S}_1(1) = \sum_{k=k_0}^{k_1} \hat{g}(k)\hat{g}(k+1) - \rho\hat{r}(1), \tag{23}$$

$$\overline{W}(1) = [\overline{S}_0(1) + \hat{g}^2(k_0) - \hat{g}^2(k_1+1)]^{-1}, \tag{24}$$

$$\overline{A}(1) = -\overline{W}(1)\overline{S}_1(1), \tag{25}$$

$$\overline{J}(1) = \overline{S}_0(1) + \overline{S}_1(1)\overline{A}(1). \tag{26}$$

当 $p \geqslant 2$时

$$\overline{W}(p) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \overline{W}(p-1) \end{bmatrix} + \overline{J}^{-1}(p-1) \begin{bmatrix} 1 \\ \overline{A}(p) \end{bmatrix} [1, \overline{A}(p)^T], \tag{27}$$

$$\overline{S}_i(p) = \overline{S}_i(p-1) + \hat{g}(p+k_1-i)\hat{g}(p+k_1) - \hat{g}(p+k_0-i)\hat{g}(p+k_0),$$
$$i = 0 \sim p-1, \tag{28}$$

$$\overline{S}_p(p) = \sum_{k=k_0}^{k_1} \hat{g}(k)\hat{g}(p+k) - \rho\hat{r}(p), \tag{29}$$

$$\overline{F}(p) = [\overline{S}_1(p), \overline{S}_2(p), \cdots, \overline{S}_p(p)]^T. \tag{30}$$

控制部分 AR 参数为

$$\overline{A}(p) = -\overline{W}(p)\overline{F}(p). \tag{31}$$

定阶准则为

$$\overline{J}(p) = \overline{S}_0(p) + \overline{F}^T(p)\overline{A}(p). \tag{32}$$

递推地计算 $\overline{A}(p)$，$\overline{J}(p)$，$p=2 \sim P_m$. 当 $\overline{J}(\hat{p})$的值显著下降时，AR 部分真实阶次的估值为

$\hat{p}$,参数为 $\bar{A}(\hat{p})$.

本定理的证明可依照文献[1]的证明进行,这里从略.

5 观测噪声模型的辨识

在得到描述观测噪声统计特性的自相关函数的估计值以后,噪声模型的辨识可依照控制部分的模型辨识[1]来进行.为简单起见,这里仅考虑AR型观测噪声,即

$$C(z)v(t)=e(t). \tag{33}$$

其中

$$C(z)=1+c_1z^{-1}+\cdots+c_nz^{-n}, \tag{34}$$

$$e(t)\sim\mathcal{N}(0,\sigma^2). \tag{35}$$

假定噪声模型阶次 n 的上界已知,即 $n\leqslant N_m$.同时假定由(12)式确定的 N_1除满足 $N_1\geqslant P_m$ 外,还有

$$2N_m\leqslant N_1\leqslant n_s \tag{36}$$

定理 3 AR型观测噪声的阶次与参数可通过如下递推关系式给出

$$U(n)=\begin{bmatrix}K^{-1}(n-1) & K^{-1}(n-1)C^T(n-1)\\ K^{-1}(n-1)C(n-1) & U(n-1)+[K^{-1}(n-1)C(n-1)C^T(n-1)]\end{bmatrix} \tag{37}$$

$$T_i(n)=T_i(n-1)+\hat{r}(n+N_1-N_m-i)\hat{r}(n+N_1-N_m)-\hat{r}(n-i)\hat{r}(n),$$
$$i=0\sim n-1, \tag{38}$$

$$T_n(n)=\sum_{j=0}^{N_1-N_m}\hat{r}(j)\hat{r}(j+n), \tag{39}$$

$$\boldsymbol{E}(n)=[T_1(n),T_2(n),\cdots,T_n(n)]^T. \tag{40}$$

噪声的参数估值为

$$\boldsymbol{C}(n)=-U(n)\boldsymbol{E}(n). \tag{41}$$

定阶准则为

$$K(n)=T_0(n)+\boldsymbol{E}^T(n)\boldsymbol{C}(n). \tag{42}$$

当 $K(\hat{n})$值显著下降时,噪声部分真实阶次的估计为 $\hat{n}$,参数为 $C(\hat{n})$.

初始值($n=1$时)为

$$T_0(1)=\sum_{j=0}^{N_1-N_m}\hat{r}^2(j+1), \tag{43}$$

$$T_1(1)=\sum_{j=0}^{N_1-N_m}\hat{r}(j)\hat{r}(j+1), \tag{44}$$

$$U(1)=[T_0(1)+\hat{r}^2(0)-\hat{r}^2(N_1-N_m+1)]^{-1}, \tag{45}$$

$$\boldsymbol{C}(1)=-U(1)T_1(1), \tag{46}$$

$$K(1)=T_0(1)+T_1(1)\boldsymbol{C}(1). \tag{47}$$

本定理证略.

6 全结构辨识的十步快速算法

首先,根据 N_s,n_s,P_m,Q_m,N_m 的先验知识,选取满足 A—最优输入所要求的特定 N_i 值.简单地,取

$$N_0=N_s,N_1=2N_m+P_m.$$

对于平稳随机过程$\{v(t)\}$，$C(z)$的根均在单位圆内总可以找到某个n_s，使$\tau>n_s$时$r(i)\doteq 0$.
又取n_s满足下式

$$2N_m < n_s \leqslant N_s - N_1 - 1.$$

选取输入信号是功率为P_0周期为N_s的A-最优输入，$\{u(-N_s-n_s),\cdots,u(-1),u(0),\cdots,u(N)\}$；输出观测样本序列$\{y(1),y(2),\cdots,y(N)\}$，样本数$N$为$N_s$的整数倍，且至少$N/N_s\geqslant 2$.

下面是噪声为AR型时的全结构辨识的分步递推算法.

第一步：脉冲响应函数辨识.

采用公式(7)得$\hat{g}(i)$，　$i=1\sim N_s$.

第二步：噪声自相关函数估计.

采用公式(13)得$\hat{r}(i)$，　$i=0\sim N_1$.

第三步：时滞的辨识，　$i=1,2,\cdots$，

当$|\hat{g}(i^*)|>1.96\sqrt{\hat{r}(0)/(NP_0)}$，　　(显著水平$\alpha=0.05$)，

当$|\hat{g}(i^*)|>3\sqrt{\hat{r}(0)/(NP_0)}$，　　(显著水平$\alpha=0.003$)，

时滞d取$\hat{d}=i^*-1$.

第四步：控制部分AR参数辨识

$k_0=\hat{d}+Q_m$，　$k_1=N_0-P_m$，　其中N_0满足(14).

根据(22)～(31)式计算$\overline{A}(p)$.

第五步：控制部分AR阶次辨识.

根据(32)式计算$\overline{J}(p)$值，当$\overline{J}(\hat{p})$显著下降时，阶次选为$\hat{p}$，参数$\overline{A}(\hat{p})$，否则$p+1\Rightarrow p$返回(27)～(31).

第六步：控制部分MA参数辨识

$$\overline{B}(Q_m)=\begin{bmatrix}\hat{g}(\hat{d}+1) & & & 0\\ \hat{g}(\hat{d}+2) & \hat{g}(\hat{d}+1) & & \\ \vdots & & \ddots & \\ \hat{g}(\hat{d}+Q_m) & \hat{g}(\hat{d}+Q_m-1) & \cdots & \hat{g}(\hat{d}+Q_m-\hat{p})\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\ \overline{A}(\hat{p})\end{bmatrix}.$$

第七步：控制部分MA阶次辨识

$q=1\sim Q_m$，　其中b_q为$\overline{B}(Q_m)$中第q个元素；

$x(t)=-[x(t-1),\cdots,x(t-\hat{p})]\overline{A}(\hat{p})+u(t)$，　$t=-N_s\sim N$；

$\hat{y}_q(t)=\hat{y}_{q-1}(t)+\bar{b}_q x(t-\hat{d}-q)$，　$t=1\sim N$，且$\hat{y}_0(t)=0$；

$$\overline{I}(q)=\frac{1}{N-\hat{p}-q}\sum_{t=1}^{N}[y(t)-\hat{y}_q(t)]^2;$$

当$\overline{I}(\hat{q})$值显著下降时，阶次定为$\hat{q}$，参数为$\overline{B}(\hat{q})$，即$\overline{B}(Q_m)$中的前$\hat{q}$个元素.

第八步：噪声部分AR参数辨识

根据(43)～(47)及(37)～(41)式计算$C(n)$.

第九步：噪声部分AR阶次辨识

根据(42)计算$K(n)$，当$K(\hat{n})$显著下降时，阶次选为$\hat{n}$，参数为$C(\hat{n})$，否则$n+1\Rightarrow n$转向(37)～(41)式.

至此，构成了完整的十步算法.

7 仿真结果

考虑如下线性系统：

$$y(t) = X(t) + v(t).$$

其中 $X(t)-0.9X(t-1)+0.8X(t-2)-0.7X(t-3)+0.6X(t-4)=u(t-3)+0.5u(t-4)$，$V(t)-1.5v(t-1)+0.7v(t-2)=e(t)$，$e(t)\sim\mathcal{N}(0,0.5^2)$.

先验信息，取

$$N_s = 63,\quad Q_m = 4,\quad P_m = 6,\quad N_m = 4.$$

选用改良型 m 序列作为输入信号，取

$$N_p = N_s = 63,\quad P_0 = 1,\quad N = 5N_p = 315,$$

预激励一个周期.

若采用不补偿算法，得

$$J(1) = 0.8450125,\quad J(2) = 0.6619406,\quad J(3) = 0.3631433,$$
$$J(4) = 0.1182491,\quad J(5) = 0.075532,\quad J(6) = 5.843009\times10^{-4}.$$

可以看出合适的阶可取为4. 这时

$$A(4,1) = -1.04833, A(4,2) = 0.8566557, A(4,3) = -0.712746, A(4,4) = 0.5624051,$$
$$\hat{b}_1 = 1.040561, \hat{b}_2 = 0.4087967, \hat{b}_3 = -0.151009, \hat{b}_4 = 0.044203,$$
$$I(1) = 2.151024, I(2) = 2.082859, I(3) = 1.958375, I(4) = 1.975982.$$

MA 部分判据的显著性变差，已较难判断阶次. 事实上，前面的关于 AR 部分阶次的选定也是较困难的，有可能造成取 $\hat{p}=6$的错误选择.

若采用补偿算法，则

$$\bar{J}(1) = 0.7719326,\quad \bar{J}(2) = 0.5971749,\quad \bar{J}(3) = 0.3090507,$$
$$\bar{J}(4) = 4.79503\times10^{-2},\quad \bar{J}(5) = 4.003388\times10^{-2},\quad \bar{J}(6) = 1.610529\times10^{-2}.$$

这时，AR 部分阶次可无疑问地取为 $\hat{p}=4$，相应地

$$\bar{A}(4,1) = -0.9267467, \bar{A}(4,2) = 0.8018934, \bar{A}(4,3) = -0.6628676, \bar{A}(4,4) = 0.5839529,$$
$$\bar{b}_1 = 1.04056, \bar{b}_2 = 0.5353115,\quad \bar{b}_3 = 2.566052\times10^2,\quad \bar{b}_4 = 7.838422\times10^{-2},$$
$$\bar{I}(1) = 2.420771,\quad \bar{I}(2) = 1.787351,\quad \bar{I}(3) = 1.79458,\quad \bar{I}(4) = 1.77083.$$

MA 部分的判据具有较明显的显著性，即 $\hat{q}=2$时 $\bar{I}(\hat{q})$值变化显著，故阶取为2，参数 $\bar{b}_1$和 $\bar{b}_2$.

十步算法同时得到的观测噪声模型为

$$K(1) = 0.2245903,\quad K(2) = 1.034737\times10^{-4},\quad K(3) = -2.71827\times10^{-4},$$
$$K(4) = -1.194358\times10^{-3}.$$

阶次 n 取为2，参数为

$$C(2,1) = -1.516834,\quad C(2,2) = 0.7201519,\quad \hat{\sigma} = 0.4094306.$$

8 结 论

本文从实验设计开始，以相关分析——最小二乘二步法为基础，进行多步分拆，形成了十步辨识算法. 由于在确定阶次与参数时，均采用了阶次递推算法，因而具有较快的运算速度. 在估计控制部分 AR 参数时，采用的是偏倚校正算法，从而具有比原始算法更高

了十步辨识算法. 由于在确定阶次与参数时,均采用了阶次递推算法,因而具有较快的运算速度. 在估计控制部分 AR 参数时,采用的是偏倚校正算法,从而具有比原始算法更高的运算精度. 在定阶正确及 N_s 有限的情况下,全部参数的估计是一致收敛于真值的.

关于 N_s 是无限时的情形,即"黑箱辨识"问题,是值得进一步深入研究的课题.

参 考 文 献

[1] 胡德文. 时滞 ARMAX(d,p,q)模型结构与参数辨识快速算法. 全国控制理论与应用年会论文,1988

[2] 胡德文,万百五,施仁. 脉冲响应函数辨识随机 A—最优输入设计. 自动化学报,1991,17(1)

Full Structure Identification of ARMAX Model with Bias Compensation —— A Recursive Algorithm

Hu Dewen

(Department of Automatic Control, National University of Defense Technology, Changsha)

Wan Baiwu

(Institute of Systems Engineering, Xian Jiaotong University)

Abstract: It has been suggested that a seven—step algorithm for identifying the structure of control part of ARAMX model in[1]. In this paper, a bias compensation algorithm with ten steps is suggested for identifying the orders and the parameters of control part, the autocorrelation functions of noise part, and AR noise model. This algorithm is of less computation and higher precision. Some simulation results are suggested in this paper.

Key words: system identification; modelling; parameter estimation