

自适应延迟反馈控制混沌*

裴文江

黄俊 刘文波 于盛林

(东南大学无线电系·南京, 210096) (南京航空航天大学测试工程系·南京, 210016)

摘要: 本文在延迟反馈控制混沌方法的基础上, 提出了一种自适应调节延时时间、控制刚度的延迟反馈控制方法. 可以有效地把混沌控制到所需的周期轨道上去, 控制时初始微扰较小, 控制刚度不需计算李雅普诺夫指数来确定.

关键词: 混沌控制; 时间延迟反馈控制方法; 自适应控制

Controlling Chaos by Adaptive Delay Feedback

Pei Wenjiang

(Department of Radio Engineering, Southeast University·Nanjing, 210096, P. R. China)

Huang Jun, Liu Wenbo and Yu Shenglin

(Department of Measurement and Testing Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing, 210016, P. R. China)

Abstract: Based on the method of continuous control of chaos by self-controlling feedback, an adaptive algorithm that can regulate control signals, delays time and stiffness of control is presented in this paper. The initial perturbation of control signal is small and it is not necessary to calculate the Lyapunov exponent which is used to determine the scale of stiffness of control. Chaos can be easily stabled to the period orbits needed.

Key words: controlling chaos; time-delay feedback control; adaptive control

1 引言(Introduction)

1992 年 Pyragas K 提出了一种时间延迟反馈控制混沌方法^[1~3], 直接把系统的输出信号取出一部分, 经过时间延迟后再反馈到混沌系统中去作为控制信号. 这种控制方法不需要知道所控系统具体的动力学模型, 只假设能观测到系统的某个输出量, 并且可以引入外力来控制. 同时它可以在任意时刻起控等等. 但该方法允许初始微扰比较大, 被稳定的不稳定周期轨道可能属于不同的初始条件邻域, 从而有多重稳定解. 反馈控制方法需要计算出反馈刚度的范围. 本文提出的自适应延迟反馈控制的方法是在延迟反馈控制方法的基础上自适应调节控制刚度及时间延迟, 在一定程度上克服 Pyragas 方法所存在的两个缺点. 第一节介绍了延迟反馈控制方法. 第二节提出通过不稳定周期轨道提取的方法调节时间延迟来减少初始微扰. 第三节提出自适应调节控制刚度方法有效地控制了混沌运动.

2 时间延迟反馈控制方法(Time-delay feedback control method)

假设用一组常微分方程描述一非线性动力系统, 同时可以引入外部力来控制.

$$\begin{cases} \dot{y} = P(y, x) + F(t), \\ \dot{x} = Q(y, x). \end{cases} \quad (1)$$

式(1)中 y 是输出信号, x 为状态向量, $F(t)$ 为控制信号. 假设在 $F(t) = 0$ 的系统处于混沌状态, 时间延迟反馈控制的微扰形式为:

$$F(t) = K \cdot [y(t - \tau) - y(t)] = K \cdot D(t). \quad (2)$$

$y(t)$ 是输出信号, τ 是时间延迟, K 是控制刚度, 因此可以通过调节 K 控制混沌运动. 当: $y(t - \tau) \approx y(t)$ 时, 则 $F(t) \approx 0$. 延迟反馈控制方法可以在任意时刻加入控制信号, 但由于允许初始微扰较大可能会引起如引言所述的多重稳定解. 因此 Pyragas K 引入了对外力的如下限制:

$$\begin{cases} F(t) = -F_0, & KD(t) \leq -F_0, \\ F(t) = KD(t), & -F_0 < KD(t) < F_0, \\ F(t) = F_0, & KD(t) \geq F_0. \end{cases} \quad (3)$$

* 本文由航空科学基金(96352086)资助.

本文于 1996 年 9 月 26 日收到. 1998 年 3 月 5 日收到修改稿.

$F_0 \geq 0$ 是外加微扰范围的一个阈值. 在对外加力加此限制之后, 使得多重稳定解得到控制, 但使得受控平均时间明显变长. Pyragas K 给出了描述系统稳定性的李雅普诺夫指数与控制刚度 K 的对应关系; 只有 $\lambda(K) < 0$ 时, 才能保证使混沌系统稳定到不稳定周期轨道上.

通过上述讨论, 可见 Pyragas K 方法有两个要点需要考虑:

- ① 目标轨道 $\{y[t - \tau]\}$ 的设计;
- ② 控制刚度 K 的确定.

对于第一个问题, Pyragas K 1995 提出另一种延迟反馈控制方法. 而对于第二种情况 Pyragas K 没有能够给出自适应控制的方案, 本文就是对上述两种情况加以改进而获得一种改进的方法.

3 自适应时间延迟即目标轨道的设计 (Adaptive design of delay time (object orbits))

下面讨论混沌信号目标轨道(即自相似轨道)的搜寻方法.

假设已获得混沌时间序列 $\{y[I]\}, 0 < I \leq n + d - 1$, 组成相空间轨道 $\{Y_I[I]\}, 0 < I \leq n$. 对其中一段长度为 k 的相轨道 $\{Y_I[J]\}, n - k < J \leq n$, 在 $\{Y_I[I]\}, 0 < I \leq n$ 中搜寻一系列相轨迹使之与 $\{Y_I[J]\}, n - k < J \leq n$ 匹配. 也就是从已获得的时间序列里找出与它“相似”程度较高的一系列轨道来.

记相空间轨道中一段为:

$$\{Y'_1[J]\}, n - 2k - m < J \leq n - k - m,$$

令

$$Y[i] = Y_1[i - n - k],$$

$$Y'[j] = Y'_1[j - n + 2k + m].$$

选择匹配的相轨道存在两个相互矛盾的限制. 一方面在选择过程中必须保证 $\{Y[i]\}, 0 < j \leq k$ 与 $\{Y'_1[i]\}, 0 < j \leq k$ 的欧氏距离最接近. 另一方面需要保证控制时初始微扰要小, 即需要把侧重点放在序列的后半段. 这时采用下述搜寻方式:

$$S_1 = \frac{\sum_{i=1}^k a_i Y[i] Y'[i]}{\sqrt{\sum_{i=1}^k Y[i] Y[i]} \sqrt{\sum_{i=1}^k Y'[i] Y'[i]}} \rightarrow \max \quad (4)$$

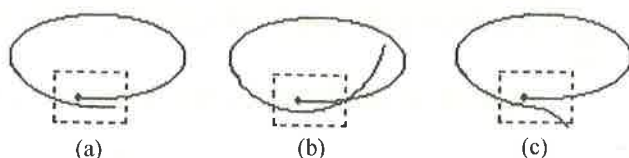
上式说明 $\{Y[i]\}, 0 < j \leq k$ 与 $\{Y'_1[j]\}, 0 < j \leq k$ 加权欧氏距离最接近. 其中权值 $a_i \propto i$ 在保证两段相轨迹整体相似的前提下, 相似性的侧重点放在时

间序列的后段, 从而融合了上述互相矛盾条件的限制, 可以提高预测的精度, a_i 我们这里采用的是 Sigmoid 函数, 即

$$a_i = \frac{1 - e^{-\alpha i}}{1 + e^{\alpha i}}, \quad (5)$$

其中 α 为常数.

在搜寻相似轨道时, 可能搜寻到“伪相似”轨道, 如图 1 所示:



正确的情况(a)

错误的情况(b,c)

图 1 相似轨道搜寻可能遇到的情况

Fig. 1 Extraction of similar orbits

为克服上述的缺陷, 引进了速度匹配加以修正:

$$S_2 = \frac{\sum_{i=1}^{k-1} a_i (Y[i] - Y[i+1])(Y'[i] - Y'[i+1])}{\sqrt{\sum_{i=1}^{k-1} (Y[i] - Y[i+1])^2} \sqrt{\sum_{i=1}^{k-1} (Y'[i] - Y'[i+1])^2}} \rightarrow \max. \quad (6)$$

对 S_1, S_2 的值由大到小产生有限个距离和速度相似轨道而分别形成各自的集合取交集, 然后适当选取. 数值模拟表明上述两种伪相似轨道(b,c)基本上得到了控制而不再出现. 通过上述推导, 可以得到自适应时间延迟确定算法, 即延迟时间 τ 自适应确定. 这样就避免了 Pyragas K 方法如果延迟时间选择不恰当就会造成初始微扰较大, 出现多重稳定解的情况.

4 自适应时间延迟反馈控制混沌 (Control chaos by adaptive time-delay feedback)

Pyragas K 方法中并没有给出外部控制信号刚度如何确定的方法, 一般是通过计算李雅普诺夫指数来确定, 即那些对应最大李雅普诺夫指数不大于零所对应的 k 值可以使系统稳定到所需要的周期轨道上.

自适应控制混沌运动是 Huberman B A 等提出的, Sinhna S 等进一步发展了这种方法^[4,5]. 它是通过参数的调整来控制系统到所需要的运动状态. 由目标输出与实际输出之间的差来调整参数, 使系统从混沌运动状态转变到规则运动状态. 对于如下一个 N 维混沌动力系统:

$$\dot{X} = F(X, U, t). \quad (7)$$

$X = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ 代表系统的状态变量, U

$= \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$ 代表系统的参数, 控制时另加一个调节 U 值的动力方程:

$$\dot{U} = kG(x - x_s). \quad (8)$$

x_s 代表目标状态, k 是控制刚度. 这种方法适合于多维, 多参数, 强非线性的混沌系统的控制, 能很好地把系统的混沌状态转化为规则运动状态, 也可以在系统参数发生突变时调节它回到原来的值. 自适应控制混沌方法的目的是通过调节系统的参数来达到控制混沌, 通常并不知道所控制系统的详细的结构, 只能够观察到系统的某个输出量, 因此, 这就限制了这种方法的应用范围. 本文利用自适应横向滤波器结构及最速下降法与 Pyragas K 方法结合, 并借助自适应控制混沌方法的一些概念, 提出了一种只需引入外部控制信号来控制的方法, 如下式所示:

$$F(t) = k(x_s - x) = k[x(t - \tau) - x(t)]. \quad (9)$$

$$\dot{k} = k_1[x(t - \tau) - x(t)]x(t). \quad (10)$$

基本的步骤是: 给定一个合适的控制刚度 k_1 , 并通过上式计算和观测外部控制信号即微扰, 由于当控制到稳定状态时输出信号与目标轨道非常接近, 微扰权重就变化很小. 当小于某个给定的允许误差范围时外部控制信号就不再改变, 也就等效于搜索到靠近 Pyragas K 方法的最优的微扰权重.

为了验证算法的有效性, 以 Lorenz 混沌吸引子

为例, 来控制它的混沌运动. Lorenz 系统由下述三个常微分方程组表示:

$$\begin{cases} \dot{x} = \beta(y - x), \\ \dot{y} = \delta x - y - xz, \\ \dot{z} = xy - \rho z. \end{cases} \quad (11)$$

取 $\beta = 10, \delta = 8/3, \rho = 28$ 时系统处于混沌状态. 利用 2, 3 节提出自适应时间延迟反馈控制混沌方法, 对上述混沌系统进行了有效的控制, 并与 Pyragas K 方法作比较, 结果如图 2 所示, 计算表明该方法具有如下特点:

1) 控制时只需给出所要稳定到的周期轨道数就能够自适应地调节时间延迟, 初始微扰小, 不会造成多重稳定解;

2) 在预先不需计算或试凑的控制刚度的情况下, 可以有效地把混沌控制到所需的周期轨道上去;

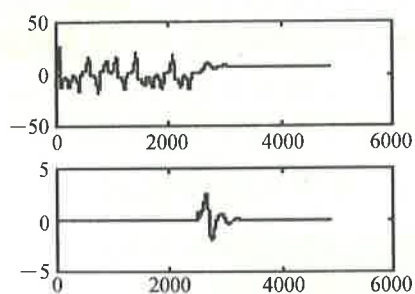
3) 稳定所需的时间大大减小.

5 结论(Conclusion)

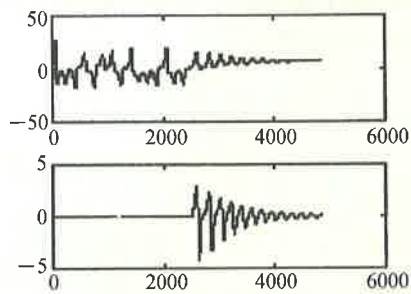
本文以 Pyragas K 连续控制混沌的方法基础和自适应控制混沌方法的概念相结合, 提出了一种自适应时间延迟反馈控制混沌方法, 一方面改进了 Pyragas K 方法所存在的两个问题:

① 时间延迟不能够自适应调节初始微扰较大, 从而存在多重稳定解;

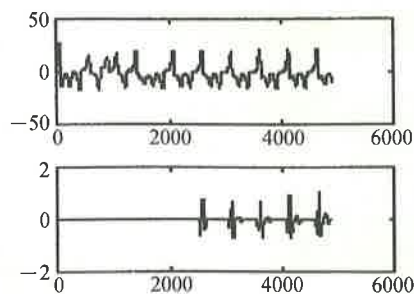
② 系统的控制刚度需要精确计算. 另一方面, 该方法不需要详细知道混沌系统内部结构.



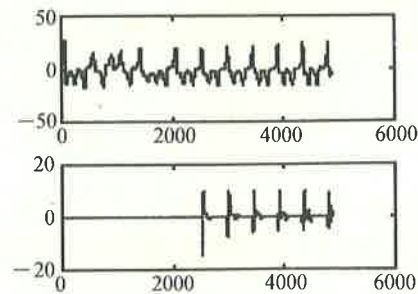
(a1)



(b1)



(a2)



(b2)

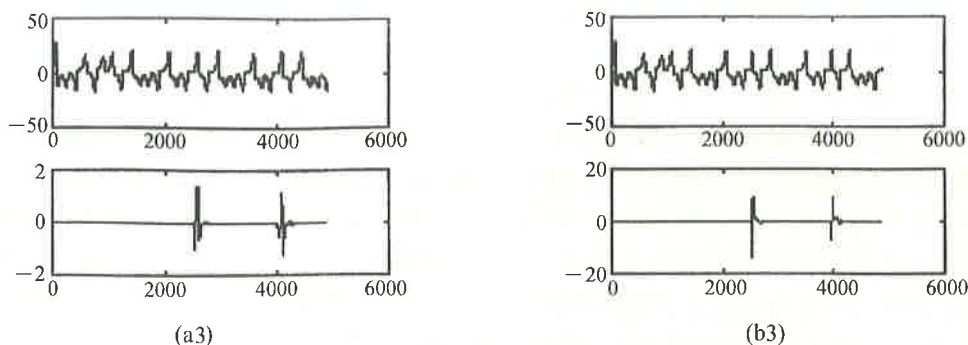


图2 (a1,a2,a3): 上: 自适应时间延迟反馈控制混沌结果

下: 外部控制信号

(b1,b2,b3): 上: Pyragas K 反馈控制混沌结果

下: 外部控制信号

Fig. 2 (a1,a2,a3) up: results of adaptive time-delay feedback control

down: control signals

(b1,b2,b3) up: Results of Pyragas's self controlling feedback method

down: control signals

参考文献(References)

- 1 Ott E, Grebogi C and Yorke J C. Controlling chaos. *Physical Review Letters*, 1990, 64(11): 1196 - 1199
- 2 Sinbrit T, Ott E, Grebogi E and Yorke J A. Using chaos to direct trajectories to targets. *Physical Review Letters*, 1990, 65(26): 3215 - 3218
- 3 Pyragas K. Continuous control of chaos by self-controlling feedback. *Physics Letters A*, 1992, 170(6): 421 - 428
- 4 Hunt E R. Stabilizing high-period orbits in a chaotic system; the diode resonator. *Physical Review Letters*, 1991, 67(15): 1953 - 1955
- 5 Sinha H. An efficient control algorithm for nonlinear systems. *Physics Letters A*, 1991, 156(9): 475 - 478

本文作者简介

裴文江 1971 年生. 1997 年毕业于南京航空航天大学测试工程系, 博士. 现在东南大学无线电系做博士后. 主要研究方向有混沌信号处理, 混沌控制, 混沌功率变换器, ECG 信号分析与处理等.

黄俊 1973 年生. 1995 年毕业于南京航空航天大学测试工程系, 学士. 现在南京航空航天大学测试工程系攻读硕士学位. 主要研究方向有混沌信号处理, 混沌传感器等.

刘文波 1968 年生. 1993 年毕业于哈尔滨船舶工程学院电子工程系, 硕士. 现在南京航空航天大学测试工程系攻读博士学位. 主要研究方向有混沌传感器, 混沌功率变换器等.

于盛林 1941 年生. 1964 年毕业于南京航空航天大学自动控制系, 学士. 现任南京航空航天大学测试工程系教授, 博士生导师, 系主任. 主要研究方向为在线检测技术, 信号处理, 模糊控制等.