

# 转子振动的主动控制\*

顾家柳 孙志伟

(西北工业大学振动工程研究所·西安,710072)

**摘要:**本文针对转子振动主动控制中系统矩阵中含有陀螺阵这一特点,提出了在频域中的二次型目标函数;根据转子振动故障的特点,明确提出了转子振动主动控制的三个作用,研究了相应的控制器设计方法;并以一悬臂模型转子为例,分析了振动主动控制的可能实施方案及效果,结果表明,本文中所提出的方法效果良好,有重要应用前景.

**关键词:**转子动力学;振动主动控制;机械振动

## 1 前 言

在滚动轴承支承下的任一复杂转子系统的振动方程可写为<sup>[1]</sup>

$$M\ddot{Z} + \Omega J\dot{Z} + C\ddot{Z} + KZ = 0. \quad (1)$$

其中  $\Omega$  为转动角速度,  $\Omega J$  为陀螺阵, 它是反对称的, 即

$$G = -G^T = \Omega J. \quad (2)$$

可见, 系统矩阵  $A$  中将含有转动角速度  $\Omega$ , 及反对称的陀螺阵  $G$ . 因此, 系统方程的特征值不再是  $n$  对共轭根, 而是  $n$  个正进动及  $n$  个反进动, 并且随转速  $\Omega$  而变. 对于这样性质的一个系统, 很难应用模态控制的方法.

一个实际的转子系统, 常有显著的工作不平衡度, 同步涡动始终存在<sup>[2]</sup>. 因此, 可以只研究转子系统在不平衡力激扰下的振动主动控制问题. 在这种情况下, 转子振动主要为同步响应, 振动方程可写为<sup>[1]</sup>

$$M_1\ddot{W} - i\Omega J_1\dot{W} + C_1\ddot{W} + K_1W = f = \Omega^2Ue^{i\Omega t}. \quad (3)$$

式中  $U$  为不平衡度列阵,  $f$  为不平衡力列阵. (3)式可降阶处理为

$$\dot{z} = Az + Df, \quad (4)$$

系统矩阵  $A$  仍与转速有关, 并为复数阵; 但  $J_1$  已成为对称阵. 对于(3)式所描述的系统, 它的控制又当如何呢? 这正是本文所要研究的.

## 2 控制的作用及目标函数

各类高速旋转机械因转子振动事故而造成严重损坏者屡见不鲜<sup>[3]</sup>, 70年代以来, 众多的国内外学者开展了对转子振动主动控制的研究(如[4~10]), 以求从根本上解决这一问题. 然而, 他们大多着眼于引入阻尼, 以降低越过临界转速时的振动, 防止失稳. 个别研究涉及用控制力抵偿不平衡力的问题.

对于一个转子系统, 振动主动控制究竟应起什么作用呢? 根据实际中发生过的故障来

\* 国家教委基金资助项目.

本文于1990年11月26日收到. 1992年3月17日收到修改稿.

5期

看,控制力应起以下三个作用:

- 1) 引入足够的模态阻尼,起减振,尤其是防止转子系统失稳的作用<sup>[11]</sup>;
- 2) 改变临界转速的位置,使之远离工作转速,避免共振,减小振动;
- 3) 抵偿不平衡力,尤其如叶片丧失那样的巨大突加不平衡力.

突加不平衡响应包括自由振动及增大的不平衡响应两部分<sup>[12]</sup>,自由振动可借控制引入的阻尼使之迅速衰减,消减增大的不平衡响应要求控制力能起主动平衡的作用.当叶片丧失不多时,可近似假定系统模型保持不变.

据上述分析,控制力应由三部分组成,即

$$u = u_1 + u_2 + u_3. \quad (5)$$

由于引入阻尼的研究已经很多,它们都略去陀螺阵,因而可采用线性控制系统理论中的方法,本文不再讨论.本文将着重研究单独采用  $u_2$  或  $u_3$  的控制方法及效果,以及同时采用  $u_2, u_3$  时的控制效果.由于是闭环控制,同时施加  $u_2$  和  $u_3$  时是互相关连的.

根据方程(3)的特点,及控制力所起的改变临界转速位置,抵偿不平衡力的作用,可定义如下形式的频域二次型目标函数

$$J_0 = \frac{1}{2} \int_0^{\Omega_{\max}} (x_0^T Q x_0 + u_0^T R u_0) d\Omega. \quad (6)$$

式中  $x_0, u_0$  分别为  $x, u$  的幅值,并假定转子的加速度或减速度很小,即  $x$  近似为稳态同步响应.

### 3 临界转速的配置

在主控力  $u_2$  的作用下,当转子在越过原临界转速时,系统的临界转速将发生改变,从而可避免共振,减小振动.因此

$$u_2 = u_2(\Omega), \quad (\Omega = \Omega_{cr,i} \pm \Delta\Omega_i). \quad (7)$$

它主要在转子转速临近原来的临界转速时起作用,其余转速下为零,并且与不平衡力的大小无关.

未控转子系统的临界转速,是(3)式齐次项,即方程

$$M_1 \ddot{W} - i\Omega J_1 \dot{W} + C_1 W + K_1 W = 0 \quad (8)$$

的特征值,且特征频率  $\omega = \Omega = \Omega_{cr}$ ,它是特征方程

$$|K_1 - \omega^2(M_1 - J_1)| = 0 \quad (9)$$

的解.转子系统的固有阻尼很小,对固有频率影响甚小,故在此忽略不计.

设  $W$  为  $n \times 1$ ,则转子的临界转速将有  $m$  个,且  $m \leq n$ ,而(9)式可改写为

$$\Delta = (\omega^2 - \Omega_{cr,1}^2) \cdots (\omega^2 - \Omega_{cr,m}^2) \Delta_r = 0. \quad (10)$$

如果对转子振动主动控制,且令

$$u = u_2 = -FW, \quad (11)$$

则略去阻尼后的受控系统方程为

$$M_1 \ddot{W} - i\Omega J_1 \dot{W} + K_1 W = Bu = -BFW, \quad (12)$$

$$y = CW. \quad (13)$$

式中  $B, C$  为控制、测量位置矩阵.假定(12),(13)符合能控性、能观性条件,并且为了确保实时控制而采用输出控制,即

$$u = -K_c y = -K_c C W = -F W.$$

(14)

故受控系统的临界转速将由下式确定

$$|K_1 + BK_c C - \omega^2(M_1 - J_1)| = 0,$$

(15)

它应符合改变临界转速的要求,即

$$\Delta = (\omega^2 - \Omega_{cr,1}^2) \cdots (\omega^2 - \Omega_{cr,m}^2) \Delta = 0.$$

(16)

具体方法可参考线性控制理论中的极点配置方法(例如可参见[13]).

#### 4 主动平衡控制

如果将控制力用于主动平衡,使受控转子系统的不平衡响应减小,可以令  $u = u_3$ , 使系统(参见(3),(4))

$$\dot{x} = Ax + \Omega^2 e^{i\omega t} DU + Bu_0 e^{i\omega t}$$

(17)

的目标函数((6)式)最小,它等价于求泛函  $V$  的极值  $V_{min}$ .

$$V = \int_0^{\rho_{max}} \left\{ \frac{1}{2} (x_0^T Q x_0 + u_0^T R u_0) + \lambda^T [(A - i\Omega I)x_0 + \Omega^2 D U + B u_0] \right\} d\Omega.$$

(18)

其中

$$\lambda^T(\Omega) = [\lambda_1, \dots, \lambda_{2n}].$$

因此,最优控制力可由欧拉方程求得为

$$u^* = -R^{-1}B^T(i\Omega I - A)^{-T}Qx = -F_x,$$

(19)

受控系统的不平衡响应为

$$x^* = (i\Omega I - A + BF)^{-1}\Omega^2 D U e^{i\omega t}.$$

(20)

#### 5 主动平衡与极点配置的综合控制

借改变临界转速可以使转子避免共振,但当工作不平衡度很大,例如一或数个叶片丧失时,振动仍将很剧烈. 因此,一种恰当的做法是同时采用这两种控制方法,即令

$$u = u_2 + u_3 = -F_2 x - F_3 x.$$

(21)

其中

$$F_2 = [F'_2 \vdots 0],$$

$F_2$  按 3 所述方法确定,  $F_3$  按 4 所述方法确定, 并将受  $u_2$  作用的系统视为原系统, 即

$$F_3 = R^{-1}B^T(i\Omega I - A')^{-T}Q,$$

(22)

$$A' = A - BF_2.$$

(23)

#### 6 算例及讨论

考虑到未来的应用可能及已有的实验设备,用图 1 所示模型转子为例,对上述三种控制方法,进行了数字仿真试验.

可求得该模型转子的三个临界转速为

$$\Omega_{cr,1} = 312.2 \text{ 弧度/秒},$$

$$\Omega_{cr,2} = 1172.25 \text{ 弧度/秒},$$

$$\Omega_{cr,3} = 1641.59 \text{ 弧度/秒}.$$

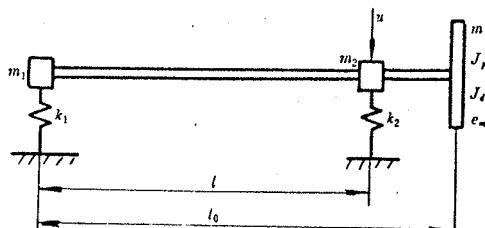


图 1 模型转子示意图

假定转子的最大转速为 1500 弧度/秒, 在工作转速范围内将通过或邻近所有三个临界转速, 则未控转子的不平衡响应如图 2 所示.

5期

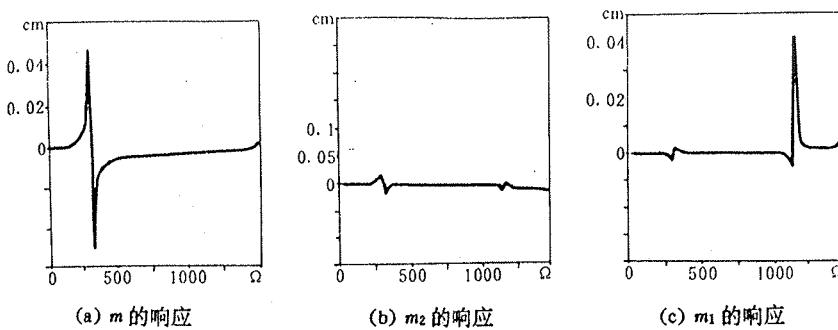


图 2 未控转子的稳态不平衡响应

如果采用改变临界转速的办法对转子振动控制,使  $\Omega = 0.8 \sim 1.2\Omega_{cr,i}$  ( $i=1, 2, 3$ ) 时只改变相应的临界转速,  $\Omega_{cr,i}$  变为  $\Omega'_{cr,i}$ , 可在所花控制能量最小的情况下得到满意的振动控制效果。取不同的  $\Omega'_{cr,i}$  值, 皆可获得好的振动控制效果, 然而要求的控制力大小差别很大。通过枚举法, 从中找到了一种最佳的极点配置控制:  $\Omega'_{cr,1}=100$ ,  $\Omega'_{cr,2}=1900$ ,  $\Omega'_{cr,3}=2300$ , 受控转子的不平衡响应及所需控制力幅值如图 3 所示。可见, 最大控制力为  $\sim 200N$  是有可能达到的。

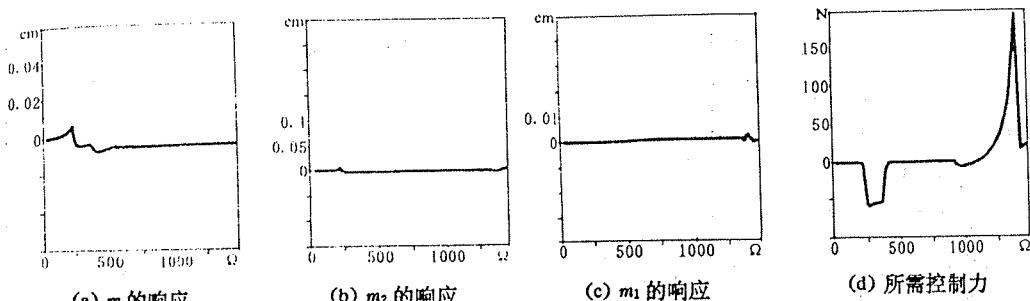


图 3 受控转子的不平衡响应及控制力

如果对该转子施加主动平衡控制, 并且取

$$Q = I,$$

$$R = \text{diag}[R_0].$$

$R_0$  为一常数, 研究表明  $R_0$  的值对控制效果影响很大, 最后在不同转速区取定了不同的  $R_0$  值: 当  $\Omega = 0 \sim 250, 450 \sim 1300$  时,  $R_0 = 10^{-12}$ ;  $\Omega = \text{其余}, R_0 = 10^{-13}$ . 受控转子的不平衡响应及所需控制力幅值如图 4 所示。

从图 4 可见, 在大部分转速范围内, 振动控制效果很好, 但是在  $\Omega = \Omega_{cr,2}$  处效果不好。这是因为该阶模态是以左支承振动为主的一种刚体模态, 而控制力施加于右支承, 故效果不好。

最后, 在整个转速范围内, 采用固定的临界转速配置 ( $\Omega'_{cr,1} = \Omega_{cr,1}$ ,  $\Omega'_{cr,3} > \Omega_{cr,2} \geq 1900$ ) 与主动平衡控制相结合的方法。借枚举法择优选定了  $\Omega'_{cr,2}=1900$ ,  $\Omega'_{cr,3}=2100$  与主动平衡综合控制。在  $u=u_2+u_3$  控制下转子的不平衡响应及控制力幅值如图 5 所示。

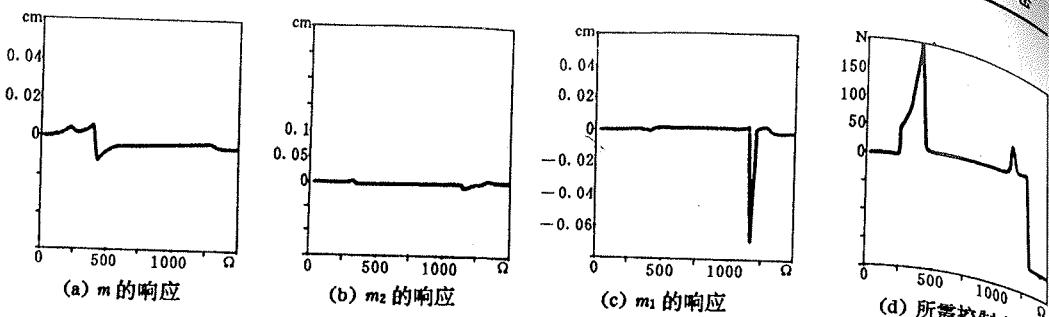


图 4 主动平衡控制转子的响应及控制力

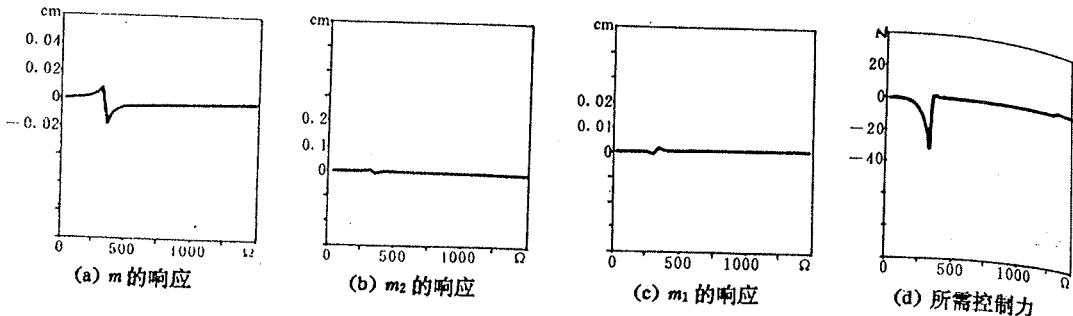


图 5 固定临界转速配置与主动平衡综合控制

从图 5 可见,这种综合控制的效果仍是满意的,虽然在  $\Omega = \Omega_{cr,1}$  处振动稍大,但最大控制力只  $\sim 30N$ .

## 7 结束语

通过这一研究,表明本文提出的转子振动控制的临界转速配置方法,及根据提出的频域二次型目标函数用主动平衡控制的方法,在理论上都是可行的. 恰当的选择测点、控制点的数目与位置,采用临界转速配置与主动平衡综合控制,将获得满意的振动控制效果,而所需控制力较小.

## 参 考 文 献

- [1] 钟一溥等编著. 转子动力学. 北京: 清华大学出版社, 1987, 21—36
- [2] 顾家柳. 航空发动机的整机振动. 航空科技 HK80007, 1980
- [3] 顾家柳等. 转子动力学研究的现状及展望. 振动工程学报, 1988, 1(2), 63—70
- [4] Nonami, K.. Vibration Control of Rotor Shaft Systems by Control Bearings. NASA TM-87053, 1987
- [5] Adams, M. L. and Zauloul, H.. Attenuation of Rotor Vibration Using Controlled-Pressure Hydrostatic Squeeze-Film Dampers. The ASME Design Technical Conferences, 1987, 1, 99—108
- [6] Ulbrich, H. and Althaus, J.. Actuator Design for Rotor Control. The ASME Design Technical Conferences, 1989, 18 (1), 17—22
- [7] Muszynska, A.. Active "Anti-Swirl" Control. J. of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design, 1988, 110 (2), 143—150
- [8] 丁文镜等. 关于挠性转子的主动控制减振. 振动与冲击, 1988, (3), 1—10
- [9] 谭善光, 汪希宣. 结构受迫振动最优响应和模态主动控制. 振动工程学报, 1989, 2(4), 76—82

- [10] 顾家柳,王强. 可控挤压油膜轴承主动控制转子系统振动. 应用力学学报, 1990, 7(2): 41—47  
 [11] 顾家柳等编著. 转子动力学. 北京: 国防工业出版社, 1985, 181—192  
 [12] 顾家柳,任兴民. 求解转子系统突加不平衡响应方法的研究. 应用力学学报, 1991, 8(4): 56—62  
 [13] 刘豹主编. 现代控制理论. 北京: 机械工业出版社, 1983, 205—207

## Active Control of Rotor Vibrations

GU Jialiu and SUN Zhiwei

(Vibration Research Center, Northwestern Polytechnical University • Xi'an, 710072, PRC)

**Abstract:** A quadratic objective function in frequency domain is presented in this paper under consideration of the speciality that a gyroscopic matrix exists in the system matrix. Three main functions of active vibration control of the rotors are indicated based on characters of vibration faults of the rotors. Respective design methods of controllers are described. A model cantilever rotor is analyzed to show how to realize these control methods and how about the control effect. Results of analysis show that effect of the control methods suggested in this paper is pretty well, all of the methods have important perspective for application.

**Key words:** rotor dynamics; active control of vibrations; mechanical vibrations

### 本文作者简介

顾家柳 1933年生. 1956年北京航空学院研究生毕业后,一直在西北工业大学任教,现为该校教授,振动研究所所长,振动、冲击、噪声学科博士生导师. 长期从事振动学科的研究生培养及科研工作,对航空发动机振动研究尤深,现主要研究旋转机械故障诊断技术及转子系统振动的主动控制.

孙志伟 1962年生. 1982年毕业于西北工业大学发动机系,留校在控制系任教两年,1991年在西北工业大学振动研究所硕士生毕业,获硕士学位. 现在航空航天部中国航空技术进出口公司工作.