

利用时滞补偿器降低 广义预测控制动态关联作用

罗晓鸣 孙优贤 周春晖

(浙江大学工业控制研究所·杭州, 310027)

摘要: 本文提出了通过预加前、后纯时滞补偿器的方法降低多时滞多变量广义预测控制的闭环动态关联作用的思想, 给出了设计方法, 并讨论了设计参数的选择对系统的动态关联作用的影响, 通过仿真证明了本文所提出的方法的有效性。

关键词: 多变量系统; 预测控制; 时滞系统; 关联作用

1 引言

一般的多变量自适应控制要求已知系统的关联矩阵, 但是多变量系统的关联矩阵不仅与系统的结构有关, 而且与参数有关。因此, 确定多变量系统的关联矩阵是非常困难的, 确定关联矩阵几乎相当于确定传递函数, 这与自适应控制的思想相矛盾。

广义预测控制(GPC)基于多步预测优化的思想^[1,2], 不仅性能优于其他自适应控制, 同时克服了要求关联矩阵已知的缺点, 并能适用于非最小相位系统和不稳定系统。

尽管多变量广义预测控制无需已知系统的关联矩阵, 但当系统各输入输出通道的时滞不相同, 特别当相差很大时, 直接利用现有的广义预测控制器的设计方法将有可能使闭环系统表现出严重的动态关联作用, 对绝大多数系统, 这是不希望的, 甚至是不可容忍的。虽然多变量系统的关联矩阵的确定非常困难, 但其时滞结构的确定却相对大为容易, 它仅与系统的结构有关。本文讨论在系统的时滞结构已知时, 利用预加前、后纯时滞补偿器的方法, 降低各输入输出通道时滞不相同的多时滞多变量广义预测控制系统的动态关联作用的问题。

2 模型与时滞补偿器

设被控系统由下列多变量 CARIMA 模型描述

$$A(q^{-1})y(t) = B_d(q^{-1})u(t-1) + C(q^{-1})e(t)/\Delta \quad (1)$$

式中 $y(t)$, $u(t)$ 和 $e(t)$ 分别为 m 维输出向量, m 维输入向量和 m 维不相关噪声向量,

$$A(q^{-1}) = \text{diag}\{A_i(q^{-1})\}, \quad A_i(q^{-1}) = \sum_{r=0}^{n_A(i)} a_{ir}q^{-r}, \quad a_{i0} = 1.$$

$$B_d(q^{-1}) = [q^{-d_{ij}}B_{ij}(q^{-1})], \quad B_{ij}(q^{-1}) = \sum_{r=0}^{n_B(i,j)} b_{ijr}q^{-r}, \quad b_{ij0} \neq 0.$$

$$C(q^{-1}) = [C_{ij}(q^{-1})], \quad C_{ij}(q^{-1}) = \sum_{r=0}^{n_C(i,j)} c_{ijr}q^{-r}, \quad c_{ij0} = \begin{cases} 1, & i = j, \\ 0, & i \neq j. \end{cases}$$

$$i, j = 1, 2, \dots, m, \quad \Delta = 1 - q^{-1}.$$

q^{-1} 为单位的向后移位算子, d_{ij} 为第 j 个输入变量与第 i 个输出变量之间的纯时滞, 假设 $\det[C(q^{-1})]$ 对于 q^{-1} 的所有根均在单位圆外.

当系统的各输入输出通道间的纯时滞不同而使输入变量的变化对各输出变量的变化不能同时产生作用时, 即 $B_k(q^{-1})$ 不能通过行列变换使其对角线各元素具有相同的纯时滞时, 直接应用现有的多变量广义预测控制器的设计方法经常使闭环系统表现出严重的动态关联作用, 特别当输入变量的变化对各输出变量的变化产生作用在时间上相差较大时, 这种现象尤为突出. 此时无论怎样选取设计参数也无法获得完全动态解耦的控制器. 产生这种现象的原因是多变量广义预测控制的目标函数没有直接体现关联作用的影响.

利用 Ichikawa 给出的方法^[3], 矩阵多项式 $B_k(q^{-1})$ 可作如下分解

$$B_k(q^{-1}) = D(q^{-1})B_k(q^{-1})K(q). \quad (2)$$

式中

$$D(q^{-1}) = \text{diag}\{q^{-d_i}\}, \quad d_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m,$$

$$K(q) = \text{diag}\{q^{k_j}\}, \quad \min_j k_j = 0, \quad j = 1, 2, \dots, m,$$

$$B_k(q^{-1}) = [q^{-k_{ij}}B_{ij}(q^{-1})], \quad k_{ij} \geq 0, \quad i, j = 1, 2, \dots, m,$$

$B_k(0)$ 几乎总是非奇异.

在(1)式所示的系统中加入前时滞补偿器 $K(q^{-1})$ 和后时滞补偿器 $D(q)$ 后, 并令

$$\bar{y}(t) = D(q)y(t) = \begin{bmatrix} y_1(t + d_1) \\ y_2(t + d_2) \\ \vdots \\ y_m(t + d_m) \end{bmatrix}, \quad \bar{u}(t) = K(q)u(t) = \begin{bmatrix} u_1(t + k_1) \\ u_2(t + k_2) \\ \vdots \\ u_m(t + k_m) \end{bmatrix},$$

可得下列新模型

$$A(q^{-1})\bar{y}(t) = B_k(q^{-1})\bar{u}(t-1) + D(q)C(q^{-1})e(t)/\Delta. \quad (3)$$

对于模型(3), 当输入变量 $\bar{u}(t)$ 变化时, 将对输出变量 $\bar{y}(t)$ 中的各分量同时产生作用.

3 控制器设计

为了可更好地调整闭环系统的输出特性, 引入下列辅助输出

$$\psi(t) = P(q^{-1})\bar{y}(t). \quad (4)$$

式中 $P(q^{-1}) = P_N(q^{-1})P_D^{-1}(q^{-1}) = \text{diag}\{P_N(q^{-1})/P_{D_i}(q^{-1})\}$, $P(1) = I$.

考虑下列 m 个丢番方程

$$P_{N_i}(q^{-1}) = E_{ij}(q^{-1})A_i(q^{-1})\Delta P_{D_i}(q^{-1}) + q^{-j}F_{ij}(q^{-1}), \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (5)$$

式中 $E_{ij}(q^{-1})$ 为 $j-1$ 次多项式, 通过[3]中的递推公式可得多项式 $E_{ij}(q^{-1})$ 和 $F_{ij}(q^{-1})$.

将(5)式代入(1)式可得 m 个等式系列

$$[P_{N_i}(q^{-1})/P_{D_i}(q^{-1})]y_i(t+j) = [F_{ij}(q^{-1})/P_{D_i}(q^{-1})]y_i(t) + q^j E_{ij}(q^{-1})B_k(q^{-1})\Delta u(t-1) + q^j E_{ij}(q^{-1})C(q^{-1})e(t). \quad (6)$$

令

$$y_F(t) = P_D^{-1}(q^{-1})y(t).$$

由(6)式同时注意(4)式可得

$$\psi(t+l) = F_{ij}(q^{-1})D(q)B_k(q^{-1})K(q^{-1})\Delta \bar{u}(t+l-1) + q^l D(q)E_{ij}(q^{-1})C(q^{-1})e(t). \quad (7)$$

式中

$$E_i(q^{-1}) = \text{diag}\{E_{u_i+i}\},$$

$$F_i(q^{-1}) = \text{diag}\{F_{u_i+i}\}, \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

分解

$$qD(q)E_i(q^{-1})C(q^{-1}) = \bar{V}_i(q) + \bar{V}_i(q^{-1}). \quad (8)$$

式中

$$\bar{V}_i(q) = \bar{V}_{i0}q + \bar{V}_{i1}q^2 + \dots,$$

$$3\bar{V}_i(q^{-1}) = \bar{V}_{i0} + \bar{V}_{i1}q^{-1} + \dots.$$

将(8)式和(2)式代入(7)式化简后得

$$\psi(t+l) = F_l(q^{-1})y_r(t) + E_l(q^{-1})B_k(q^{-1})\Delta\bar{u}(t+l-1) + \bar{V}_l(q)e(t) + \bar{V}_l(q^{-1})e(t), \quad (9)$$

则辅助输出 $\psi(t+l)$ 的最优预报模型为

$$\hat{\psi}(t+l) = F_l(q^{-1})y_r(t) + E_l(q^{-1})B_k(q^{-1})\Delta\bar{u}(t+l-1) + \bar{V}_l(q^{-1})e(t). \quad (10)$$

用类似于 Kinnart 给出的方法^[2], 可证 $E_l(q^{-1})B_k(q^{-1})$ 的前 l 项与 $F_l(q^{-1})$ 无关, 因此有

$$E_l(q^{-1})B_k(q^{-1}) = \sum_{i=0}^{l-1} H_i q^{-i} + q^{-l} R_l(q^{-1}). \quad (11)$$

定义

$$\hat{\Psi}(t) = [\hat{\psi}^T(t+1), \hat{\psi}^T(t+2), \dots, \hat{\psi}^T(t+N)]^T,$$

$$\Delta\bar{U}(t) = [\Delta\bar{u}^T(t), \Delta\bar{u}^T(t+1), \dots, \Delta\bar{u}^T(t+N-1)]^T,$$

则辅助输出的大范围预测模型为

$$\hat{\Psi}(t) = H\Delta\bar{U}(t) + \Psi_0(t). \quad (12)$$

式中

$$H = \begin{bmatrix} H_0 & 0 \\ H_1 & H_0 \\ \vdots & \ddots & \ddots \\ H_{N-1} & \dots & H_1 & H_0 \end{bmatrix},$$

$$\Psi_0(t) = \begin{bmatrix} F_1(q^{-1}) \\ F_2(q^{-1}) \\ \vdots \\ F_N(q^{-1}) \end{bmatrix} y_r(t) + \begin{bmatrix} R_1(q^{-1}) \\ R_2(q^{-1}) \\ \vdots \\ R_N(q^{-1}) \end{bmatrix} \Delta\bar{u}(t-1) + \begin{bmatrix} \bar{V}_1(q^{-1}) \\ \bar{V}_2(q^{-1}) \\ \vdots \\ \bar{V}_N(q^{-1}) \end{bmatrix} e(t). \quad (13)$$

假设控制优化长度 $NU < N$, 即

$$\Delta\bar{u}(t+j-1) = 0, \quad j > NU.$$

这时的大范围预测模型(12)变为

$$\hat{\Psi}(t) = H_{NU}\Delta\bar{U}_{NU}(t) + \Psi_0(t). \quad (14)$$

式中

$$H_{NU} = \begin{bmatrix} H_0 & 0 \\ H_1 & H_0 \\ \vdots & \ddots & \ddots \\ H_{N-NU} & \dots & H_1 & H_0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{N-1} & \dots & \dots & H_{N-NU} \end{bmatrix}, \quad \Delta\bar{U}_{NU} = \begin{bmatrix} \Delta\bar{u}(t) \\ \Delta\bar{u}(t+1) \\ \vdots \\ \Delta\bar{u}(t+NU-1) \end{bmatrix}.$$

设多步优化目标函数

$$J = E \left\{ \sum_{l=1}^N \| \psi(t+l) - w(t+l) \|^2 + \sum_{l=1}^{NU} \| \Delta \bar{u}(t+l-1) \|^2 \right\}, \quad (15)$$

式中 $\{w(t+l)\}$ 为 m 维参考轨迹向量序列,

$$r(l) = \text{diag}\{r_i(l)\}, \quad r_i(l) \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

为权矩阵.

定义 $W(t) = [w^T(t+1), w^T(t+2), \dots, w^T(t+N)]^T$,

则目标函数(15)可改写为

$$J = E \{ \| \Psi(t) - W(t) \|^2 + \| \Delta \bar{U}_{NU}(t) \|^2 \}. \quad (16)$$

式中 $R = \text{Block diag}\{r(l)\}, \quad l = 1, 2, \dots, NU$.

考虑噪声向量序列 $\{e(t)\}$ 的特性, 极小化目标函数(16)等价于极小化下列目标函数

$$J = \| \hat{\Psi}(t) - W(t) \|^2 + \| \bar{U}_{NU} \|^2. \quad (17)$$

将(14)式代入目标函数(17)并极小化得优化控制律

$$\Delta \bar{U}_{NU}(t) = [H_{NU}^T H_{NU} + R]^{-1} H_{NU}^T [W(t) - \Psi_0(t)], \quad (18)$$

$$\Delta \bar{u}(t) = L \Delta \bar{U}_{NU}(t).$$

式中 $L = [I_{m \times m} \quad 0][H_{NU}^T H_{NU} + R]^{-1} H_{NU}^T$.

作用于系统的控制律为

$$u(t) = u(t-1) + K(q^{-1}) \Delta \bar{u}(t) = u(t-1) + \begin{bmatrix} \Delta \bar{u}_1(t-k_1) \\ \vdots \\ \Delta \bar{u}_m(t-k_m) \end{bmatrix}. \quad (19)$$

因为 $E_i(0)=I, B_i(0)$ 几乎总是非奇异, 由式(11)可知 $H_0=B_i(0)$ 也几乎总是非奇异, 这就保证了矩阵 $[H_{NU}^T H_{NU} + R]$ 甚至在 $NU=N, R=0$ 的情况下几乎总是可逆的. 可见, 本文所提出的具有时滞补偿器的广义预测控制器, 虽然要求时滞结构的验前知识, 但控制器参数的选择比一般的广义预测控制器较为容易, 并扩大了参数的选择范围.

由式(19)所表达的控制律可以看出, 预加前纯时滞补偿器 $K(q)$ 在实际系统中, 可通过将优化得到的控制律 $\bar{u}_i(t)$ 等待 k_i 个采样周期后再施加入系统来实现.

4 关联性分析

定理 1 假设模型(1)完全准确地描述了实际系统, 当选择 $R=0, NU=N$ 时, 由模型(1)所描述的系统 and 由(19)式所给出的控制器组成的闭环系统可表示为

$$y(t) = D(q^{-1})P^{-1}(q^{-1})w(t) + \bar{V}(q)e(t). \quad (20)$$

证 由(10), (11), (18)和(19)式可得

$$E_1(q^{-1})B_i(q^{-1})K(q)\Delta u(t) = w(t+1) - F_1(q^{-1})y_F(t) - \bar{V}_1(q^{-1})e(t). \quad (21)$$

将上式代入(1)式并注意(2)式可得

$$E_1(q^{-1})A(q^{-1})\Delta y(t) = q^{-1}D(q^{-1})[w(t+1) - F_1(q^{-1})y_F(t) - \bar{V}_1(q^{-1})e(t)] + C(q^{-1})e(t). \quad (22)$$

考虑(6)式和(8)式上式可化为(20)式. 证毕.

(20)式所表示的闭环系统是完全动态解耦的, 通过 $P(q^{-1})$ 的适当选择可得到满意的动态特性. 当选取 $R=0, NU=N$ 时, 控制律(19)实际上为最小方差控制, 其不适合于非最小相位系统, 并且控制动作有可能过大. 在实际应用中, 经常会遇上非最小相位系统, 对连续的最小相位系统, 当离散化后也可能变为非最小相位系统. 适当地选择 $R \neq 0$ 或 $NU < N$

便可使控制律(19)适合于控制非最小相位系统,但这时得到的闭环系统将不再是完全动态解耦的了.在一般的情况下,系统并不要求完全动态解耦,因此 R 和 NU 的选择可以在动态关联性和其他性能兼顾下折衷选取.

事实上,预加前、后纯时滞补偿器的本质是在优化综合控制律之前对控制变量的变化引起的各输出变量变化在时间上的不同进行补偿,以避免这种时间上的不同所引起的动态关联作用.

5 仿真研究

考虑下列非最小相位系统

$$\begin{bmatrix} 1 - 0.87q^{-1} & 0 \\ 0 & 1 - 0.85q^{-1} \end{bmatrix} y(t) = \begin{bmatrix} q^{-1}(1.72 - 1.24q^{-1}) & -0.76q^{-4} \\ 1.13q^{-2} & q^{-4}(1.68 + 1.57q^{-1}) \end{bmatrix} u(t-1) + e(t),$$

容易看出,其中 $D(q^{-1}) = \text{diag}(q^{-3}, q^{-4})$, $K(q) = \text{diag}(q^2, 1)$,此系统的最大纯时滞为5个采样周期,因此如不进行时滞补偿,要实现对该系统的控制应选取 $N \geq 5$.

在以下的各仿真中,均取 $P(q^{-1}) = I$, $R = 0.5I$.图1为没有时滞补偿,选取控制器参数 $N=6$, $NU=1$ 时的仿真曲线.在图1中,系统表现出很大的动态关联性,特别在 $t=40, 120, 200, 240$ 等点,当 y_1 的参考值 w_1 变化时, y_2 表现的动态关联作用尤为严重.图2为经时滞补偿,选取控制器参数 $N=6$, $NU=1$ 时的仿真曲线.由图2可以看出,经时滞补偿后,无论是 y_1 对 y_2 还是 y_2 对 y_1 的动态关联作用都显著地降低.

经时滞补偿后的系统的关联矩阵为 $q^{-1}I$,如果系统为最小相位系统,即使选取 $N=1$ 也可获得良好的控制性能.图3为经时滞补偿,选取控制器参数 $N=3$, $NU=1$ 时的仿真

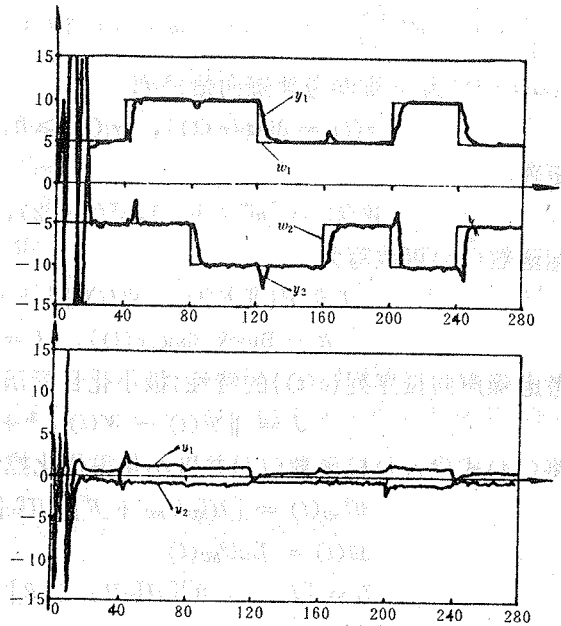


图1 无时滞补偿 $N=6$, $NU=1$

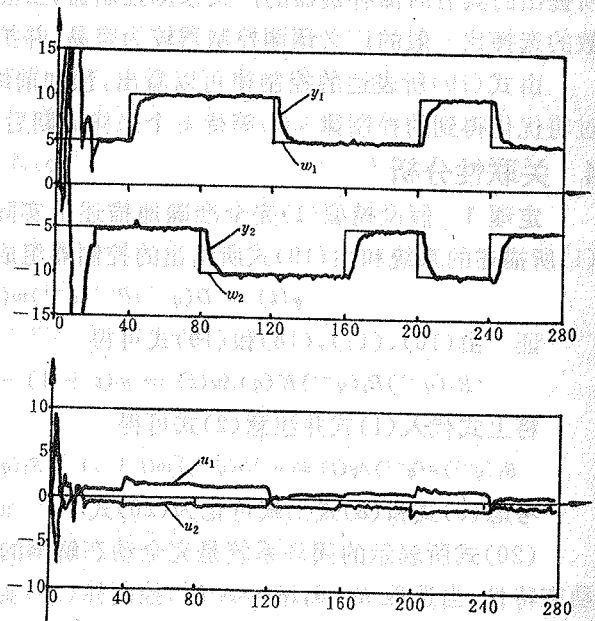


图2 有时滞补偿 $N=6$, $NU=1$

曲线. 图 3 说明, 经时滞补偿后的系统, 即使选取较小的预测优化步数仍可获得良好的控制性能.

6 结 论

通过理论分析和仿真证明了本文所提出的预加前、后纯时滞补偿器的方法可显著地降低, 甚至可完全消除具有不同滞的多变量广义预测控制闭环系统的动态关联作用, 同时还可减少计算量. 特别当系统的纯时滞和各输入输出通道间的纯时滞相差较大时, 这种方法尤为有效.

尽管本文所提出的方法要求已知系统的时滞结构, 但时滞结构验前知识的不准确或时变仅影响闭环系统的动态关联性, 而其他闭环特性与无时滞补偿的广义预测控制一样, 对时滞是不敏感的.

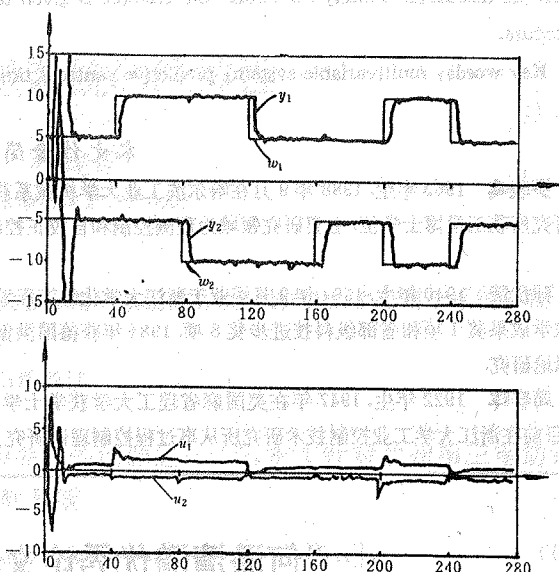


图 3 有时滞补偿 $N=3$, $NU=1$

参 考 文 献

- [1] Clarke, D. W., Mohtadi, C. and Tuffs, P. S.. Generalized Predictive Control. *Automatica*, 1987, 23(2), 137—162
- [2] Kinnaert, M.. Adaptive Generalized Predictive Control for MIMO Systems. *Int. J. Control*, 1989, 50(1), 161—172
- [3] Ichikawa, K.. Multivariable Adaptive Control as a Natural Extension of SISO Adaptive Control. *Int. J. Control*, 1987, 42(6), 2055—2064
- [4] Garcia, C. E. and Morari, M.. Internal Model Control. 2 & 3, *Ind, Eng. Chem. Process Des. Dev.*, 1985, 24, 472—498
- [5] Holt, B. R. and Morari, M.. Design of Resilient Processing Plant-V the Effect of Deadtime on Dynamic Resilience. *Chemical Engineering Science*, 1985, 40(7), 1229—1237

Reducing GPC Dynamic Interaction by Using a Time Delay Precompensator

LUO Xiaoming, SUN Youxian and ZHOU Chunhui

(Institute of Industrial Control, Zhejiang University • Hangzhou, 310027, PRC)

Abstract: A GPC design procedure is suggested which makes the MIMO system with different time delays in different input/output pairs possesses less dynamic interaction, even to be completely decoupled by inserting a time delay precompensator into the system. Some aspects of selection of design parameters and its influence on the inter-

action are discussed. Finally, a simulation example is given to illustrate the efficiency and the usefulness of this procedure.

Key words: multivariable system; predictive control; time delay system; interaction

本文作者简介

罗晓鸣 1963年生. 1988年9月在哈尔滨工业大学机械系获工学硕士学位, 1992年6月在浙江大学工业控制技术研究所获工学博士学位. 主要研究领域为预测控制和自校正控制, 目前在深圳特区从事工业自动化系统的研究与开发.

孙优贤 1940年生. 1964年9月毕业于浙江大学化学工程学系, 担任工业自动化教学与科研工作, 曾获国家级优秀教学成果奖1项和省部级科技进步奖8项. 1984年获德国洪堡研究奖学金, 目前从事鲁棒控制, 容错控制和 H_∞ 控制理论研究.

周睿晖 1922年生. 1947年在美国麻省理工大学获学士学位, 1950年至1954年在密西根大学获硕士、博士学位. 目前在浙江大学工业控制技术研究所从事过程控制理论研究, 曾获得省部级科技进步奖多项.

“何潘清漪优秀论文奖”征文启事

“何潘清漪优秀论文奖”征文 1992 年继续由本刊办理. 请应征作者注意:

1. 文章必须是用中文正式发表过的. 因此, 寄来的文章应是该文在所发表的刊物的抽印页或复印页.
2. 文章需一式五份.
3. 请在应征稿的首页左上方注明“何潘清漪优秀论文奖征文”字样.

《控制理论与应用》编辑部

美国哈佛大学教授何毓琦(Y. C. Ho)先生为了庆贺其母亲何潘清漪老太太九十岁生日特设此奖, 借以纪念她的母爱, 以及她为了支持何先生的事业所付出的辛劳.

授奖对象:

离散事件动态系统(DEDS)方面优秀中文论文的作者.

目的:

选拔、奖励、促进和宣扬中国在 DEDS 领域内得到国际承认的重大成果.

条例与机构:

1. 由何毓琦先生提供的何潘清漪奖金总额为 5000 美元, 每次授奖金额 1000 美元, 连续颁发 5 次 (每两次之间间隔至少为一年). 5 次之后, 有可能追加基金继续颁发.
2. 世界各地用中文发表的关于 DEDS 方面的论文都有资格申请奖金.
3. 论文由国际专家小组甄别和最终评定.

专家小组成员: 曹希仁、陈翰馥、李伯天、谈自忠(组长)、饶大维、郑应平.

4. 如果某年度无合适的论文, 该奖可以不颁发, 但至少会颁发 5 次.
5. 1992 年截稿日期为 1992 年 12 月 31 日, 授奖时间为 1993 年 5 月, 申请者可将论文寄到《控制理论与应用》编辑部(地址: 广州市 五山 华南理工大学 邮政编码: 510641).
6. 鼓励获奖者将其论文译成英文, 为其发表提供帮助, 借此促进在 DEDS 领域内工作的中国研究人员的国际合作.