第 9 卷第 6 期
1992 年 12 月
控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS
Vol. 9, No. 6
Dec., 1992

时变滞时的实时跟踪

谭鹤良　范大祥　谭乃文
(湖南大学电气工程系·长沙,410012)

摘要：本文在文[4]的基础上,对滞时降阶搜索算法(简称搜索算法)的性质进行了研究,得到了滞时搜索值与模型阶的选取无关、与输入脉冲的冲量无关的结论,建立了搜索有效的充分必要条件,将滞时搜索问题转化为最小样本的搜索问题,从而形成了一种计算量小、跟踪迅速、估计准确、无须任何先验知识的在线估计滞时的方法. 仿真结果表明,此法适用于未知结构系统或时变结构系统滞时的实时跟踪.

关键词：在线辨识;结构参数估计;自适应控制;计算方法

1 前　言

阶与滞时是 SISO 系统(或过程)仅有的两个结构参数. 对于结构定常系统(阶与滞时不随时间变化),已有一些离线估计滞时的方法. 近年来,人们发现,如同存在参数时变系统一样,过程的结构参数也有时变性质. 如何在线辨识时变滞时的问题已引起各国学者的关注. 目前已出现了一些解决方法[1,2]. 但是这些方法要求对阶有较多或较准确的先验知识;且总是把滞时与阶的估计结合在一起,对于高阶系统,或遇到阶也发生变化这种情况,算法难以适应,加之在线运行数据往往不能持续激励,算法容易失效;更一般地说,这些算法均属大样本结果,只有在样本足够大时,才能近似地加以利用. 由此可见时变滞时的在线估计问题,实际上还没有很好解决.

1974 年,Isermann. R 和 Banr. V 采用滞时 $\hat{d}=0$ 阶 $\hat{m}$ 不小于真阶 m 与真滞时 d 之和的模型结构进行参数估计,并从估计的 B 参数中将滞时提取出来[3],这仍是一个大样本结果. 文[4]提出当系统受到脉冲或阶跃激励时,进行滞时估计可取消模型阶 $\hat{m}$ 不小于 $m+d$ 的条件,提出了一种可在小于真阶的情况下进行滞时估计的方法——降阶搜索算法. 在此基础上,本文提出用附加脉冲激励的方法解决运行数据不能持续激励的问题. 同时,对降阶搜索算法的性质进行了研究,得出了滞时搜索值与模型阶的选取无关、与脉冲冲量无关的结论,导出了搜索有效的充分必要条件,从而将滞时的搜索问题转化为最小样本的搜索问题,并形成了一种在线辨识滞时的算法. 仿真结果表明,无论是定常结构系统还是时变结构系统,滞时估计准确,跟踪迅速. 因此,这种算法对于时变滞时的实时跟踪是行之有效的.

2 预备知识

时变结构系统的数学描述为

$$y(k)=\sum_{i=1}^{m(k)}a_i y(k-i)+\sum_{i=0}^{m(k)}b_i u[k-d(k)-i]. \tag{2.1}$$

本文于 1991 年 2 月 7 日收到. 1991 年 10 月 17 日收到修改稿.

式中 $m(k)$ 为真阶，$d(k)$ 为真滞时，均为时变，其中 $m(k)$ 为非零整数，$d(k)$ 为含零整数，$a_i\in R^1, i=1,2,\cdots,m(k)$；$b_i\in R^1, i=0,1,\cdots,m(k)$ 为系统参数，$\{u(k)\},\{y(k)\},k=0,1,\cdots,N$ 为观测序列，N 为序列长度.

将(2.1)代入观测序列，若有最小二乘解，则解为

$$\hat{\theta}=(\psi^{T}\psi)^{-1}\psi^{T}y. \tag{2.2}$$

式中参数矢量 $\hat{\theta}=(\hat{a}_1,\hat{a}_2,\cdots,\hat{a}_{m(k)};\hat{b}_1,\hat{b}_2,\cdots,\hat{b}_{m(k)})^{T}$.

输入输出的观测矩阵

$$\psi^{T}=[\psi^{T}(0),\psi^{T}(1),\cdots,\psi^{T}(N)],$$

$$\psi(k)=[y(k-1),\cdots,y(k-m(k));\ u(k-d(k)),\cdots,u(k-d(k)-m(k))],$$

输出矢量 $y=[y(0),\cdots,y(N)]^{T}$.

若任意选定模型结构参数 $\hat{m},\hat{d}$

$$y(k)=\sum_{i=1}^{\hat{m}}a_iy(k-i)+\sum_{i=0}^{\hat{m}}b_iu(k-\hat{d}-i)$$

代入观测序列，同样会有最小二乘解

$$\hat{\theta}=(\varphi^{T}\varphi)^{-1}\varphi^{T}y, \tag{2.3}$$

带"^"号者均表示非真值或估计值，φ 为选定模型结构下的输入输出观测矩阵.

引理 2.1　设(2.3)中的 $\varphi=(\alpha\ \vdots\ \beta)$，

式中

$$\alpha=(A_1,A_2,\cdots,A_{\hat{m}}),\quad \beta=(A_{\hat{m}+1},A_{\hat{m}+2},\cdots,A_{2\hat{m}+1}).$$

其中

$$A_i=[\overbrace{0,0,\cdots,0}^{i},y(0),y(1),\cdots,y(N-i)]^{T},$$

$$A_{\hat{m}+i}=[\overbrace{0,0,\cdots,0}^{i+\hat{d}-1},u(0),u(1),\cdots,u(N-\hat{d}+1-i)]^{T},$$

则

$$\varphi^{T}\varphi=\begin{bmatrix}\alpha^{T}\alpha & \alpha^{T}\beta\\ \beta^{T}\alpha & \beta^{T}\beta\end{bmatrix},\quad \varphi^{T}y=\begin{bmatrix}\alpha^{T}y\\ \beta^{T}y\end{bmatrix}.$$

其中 $\alpha^{T}\alpha=[e_{ij}]_{\hat{m}\times\hat{m}}$,

$$e_{ij}=\sum_{k=0}^{N}y(k-i)y(k-j),\quad i,j=1,2,\cdots,\hat{m}, \tag{2.4}$$

$$\alpha^{T}\beta=[f_{ij}]_{\hat{m}\times(\hat{m}+1)},$$

$$f_{ij}=\sum_{k=0}^{N}y(k-i)u(k-\hat{d}-j+1),\quad i=1,2,\cdots,\hat{m};\quad j=1,2,\cdots,\hat{m}+1, \tag{2.5}$$

$$\beta^{T}\alpha=[\bar{f}_{ij}]_{(\hat{m}+1)\times\hat{m}},$$

$$\bar{f}_{ij}=\sum_{k=0}^{N}u(k-\hat{d}-i+1)y(k-j),\quad i=1,2,\cdots,\hat{m}+1;\quad j=1,2,\cdots,\hat{m}, \tag{2.6}$$

$$\beta^{T}\beta=[g_{ij}]_{(\hat{m}+1)\times(\hat{m}+1)},$$

$$g_{ij}=\sum_{k=0}^{N}u(k-\hat{d}-i+1)u(k-\hat{d}-j+1),\quad i,j=1,2,\cdots,\hat{m}+1, \tag{2.7}$$

$$\alpha^{T}y=[l_i]_{\hat{m}\times1},$$

$$l_i = \sum_{k=0}^{N} y(k-i)y(k), \quad i = 1,2,\cdots,\hat{m}, \tag{2.8}$$

$$\beta^T y = [h_i]_{(\hat{m}+1)\times 1},$$

$$h_i = \sum_{k=0}^{N} u(k-\hat{d}-i+1)y(k), \quad i = 1,2,\cdots,\hat{m}+1. \tag{2.9}$$

证明略.

在下面的定理中,记滞时的估计误差为 $\Delta d = d - \hat{d}$.

定理 2.1[4] 对于任意选定的 $\hat{m}$ 和 $\hat{d}$,若系统(2.1)的输入为 $u(k)=\delta(k)=\begin{cases}1, & k=0\\0, & k\neq 0\end{cases}$,则 $\Delta d=\gamma+1\leqslant\hat{m}$ 的充要条件是 $|\hat{b}_0|,\cdots,|\hat{b}_\gamma| \ll \sum_{i=0}^{\hat{m}}|\hat{b}_i|$ 且 $|\hat{b}_{\gamma+1}| \gg |\hat{b}_\gamma|$.

定理 2.2[4] 对于任意选定的 $\hat{m}$ 和 $\hat{d}$,若系统(2.1)的输入为 $u(k)=\delta(k)=\begin{cases}1, & k=0\\0, & k\neq 0\end{cases}$,则 $\Delta d\geqslant\hat{m}+1$ 的充要条件是 $|\hat{b}_0|,\cdots,|\hat{b}_{\hat{m}}|\approx 0$.

以定理 2.1 和定理 2.2 为判据的滞时估计算法*称为降阶搜索算法,它有如下三个性质,陈述为三个定理.

3 三个定理

选用一组结构参数 $\hat{m}$ 和 $\hat{d}$ 进行参数估计,并从中估计滞时,称进行了一步滞时搜索.若经过若干步(一步以上)滞时搜索以后,得到的滞时估计值 $\hat{d}=d$,称进行了一次滞时搜索,且称这一次滞时搜索是有效的.

定理 3.1 设系统(2.1)的输入为 $u(k)=\delta(k)$,则系统的滞时估计值与模型阶的选取无关.

证(用反证法) 假设滞时估计值与阶的选取有关,滞时估计值便是阶预选值的函数.任意选 $m_1\neq m_2$,记 $\hat{d}(m_1),\hat{d}(m_2)$ 分别为模型阶 m_1,m_2 时的滞时估计值,则上述假设意味着 $\hat{d}(m_1)\neq\hat{d}(m_2)$.

用 m_1 进行滞时估计,开始时设初始值 $\hat{d}_0=0$,进行第 0 步搜索.如果滞时估计偏差 $\Delta d_0=d-\hat{d}_0=d\geqslant m_1+1$,由定理 2.2 知,$\hat{b}_0\approx 0,\hat{b}_1\approx 0,\cdots,\hat{b}_{m_1}\approx 0$.令 $\hat{d}_1=\hat{d}_0+(m_1+1)=m_1+1$,进行第一步搜索,如仍有 $\Delta d_1=d-\hat{d}_1\geqslant m_1+1$,同样由定理 2.2 知,$\hat{b}_0\approx 0,\hat{b}_1\approx 0,\cdots,\hat{b}_{m_1}\approx 0$.令 $\hat{d}_2=\hat{d}_1+(m_1+1)=2(m_1+1)$,进行第 2 步搜索,….由此可归纳为在进行第 n_1 步搜索时,$\hat{d}_{n_1}=n_1\times(m_1+1)$.若这时

$$\Delta d_{n_1} = d - \hat{d}_{n_1} = d - n_1(m_1+1) \leqslant m_1,$$

根据定理 2.1 知,所估计的参数

$$|\hat{b}_0|,|\hat{b}_0|,\cdots,|\hat{b}\gamma_{n_1}| \ll \sum_{i=0}^{m_1}|\hat{b}_i| \text{ 且 } |\hat{b}\gamma_{n_1}+1| \gg |\hat{b}\gamma_{n_1}|.$$

式中 $\gamma_{n_1}=\Delta d_{n_1}-1$,最后得

$$\begin{aligned}\hat{d}(m_1) &= \hat{d}_{n_1+1} = \hat{d}_{n_1} + (\gamma_{n_1}+1) = n_1(m_1+1) + \Delta d_{n_1}\\ &= n_1(m_1+1) + d - n_1(m_1+1) = d.\end{aligned}$$

---

* 其中的参数估计可以是最小二乘法.也可以是其他算法;可以是批量算法,也可以是递推算法.

同理可证

$$\hat{d}(m_2)=\hat{d}_{s_2+1}=\hat{d}_{s_2}+(\gamma_{s_2}+1)=n_2(m_2+1)+\Delta d_{s_2}$$
$$=n_2(m_2+1)+d-n_2(m_2+1)=d.$$

可见 $\hat{d}(m_1)=\hat{d}(m_2)$与原假设矛盾，所以系统的滞时估计值与模型阶的选取无关. 证毕.

例 3.1 系统差分方程为

$$y(k)=0.9y(k-1)-0.21y(k-2)+0.015y(k-3)+0.5u(k-5)$$
$$+u(k-6)-2u(k-7)+u(k-8),$$

这是一个阶为 3，滞时为 5 的系统. 若用 1 阶模型进行滞时搜索即 $m_1=1$，经 3 步搜索得 $\hat{d}=5$. 若用 3 阶模型进行搜索即 $m_1=3$，经 2 步搜索得 $\hat{d}=5$，可见所得结果是一样的.

定理 3.1 意味着无论系统真阶是多少，均可选用最简单的 1 阶模型进行滞时搜索，且不必担心阶时变对滞时搜索的影响.

对于线性系统，已有的参数估计方法，少有谈及估计值与输入信号的关系，一般认为与输入信号无关，实际上这是一种大样本性质，即当样本 $N\to\infty$时才呈现出来的性质. 而当样本不是足够大时，参数估计的优良性就与输入信号有关了. 但如果输入是脉冲信号，较小的样本可获得大样本性质.

定理 3.2 设系统(2.1)的输入为

$$u(k)=C\delta(k)=\begin{cases}C, & k=0,\\ 0, & k\neq 0.\end{cases}$$

则系统滞时估计值与脉冲冲量 C 的大小无关.

证(用反证法) 假设系统滞时估计值与脉冲冲量 C 的大小有关，滞时估计值便是脉冲冲量 C 的函数. 设 $C_1\neq C_2, C_1, C_2\neq 0, C_1, C_2\in R^1$，记 $\hat{d}(C_1), \hat{d}(C_2)$分别为冲量为 C_1, C_2 时的滞时估计值，则上述假设意味着 $\hat{d}(C_1)\neq\hat{d}(C_2)$.

i) $\Delta d=d-\hat{d}\leqslant\hat{m}$

若 $u(k)=C_1\delta(k)$，又考虑到

$$y(k)=\begin{cases}0, & k<d,\\ \text{非 } 0, & k\geqslant d.\end{cases}\tag{3.1}$$

当 $1\leqslant i\leqslant\Delta d$ 时，由(2.6)知

$$\bar{f}_{ij}=0.\tag{3.2}$$

又由(2.7)，(2.9)知

$$g_{ij}=\begin{cases}C_1^2, & i=j,\\ 0, & i\neq j,\end{cases}\tag{3.3}$$

$$h_i=\begin{cases}0, & 1\leqslant i\leqslant\Delta d,\\ C_1y(i+\hat{d}-1), & i>\Delta d.\end{cases}\tag{3.4}$$

根据 Cramer 法则，可解得

$$\hat{b}_0, \hat{b}_1, \cdots, \hat{b}_{\Delta d-1}=0.$$

同时可证：若 $u(k)=C_2\delta(k)$，也可得到上述结果.

所以

$$\hat{d}(C_1)=\hat{d}(C_2).$$

ii) $\Delta d=d-\hat{d}\geqslant\hat{m}+1$，也可证得 $\hat{d}(C_1)=\hat{d}(C_2)$. 可见所得结果与原假设矛盾，所以系统的滞时估计值与脉冲冲量无关.　　证毕.

例 3.2　对于例 3.1 系统，令输入 $u(k)=\delta(k)$ 与 $u(k)=0.01\delta(k)$，分别进行滞时搜索，所得滞时相同.

定理 3.3　设 d 为系统(2.1)的真滞时，系统的输入为 $u(k)=\delta(k)$，若用任意阶 $\hat{m}$ 和任意滞时 $\hat{d}$ 的模型进行滞时搜索，则搜索有效的充要条件是 $N\geqslant\hat{m}+d$.

证　由(2.3)知，搜索有效的充要条件是矩阵 $\varphi^T\varphi$ 有逆，即 $|\varphi^T\varphi|\neq0$. 所以，我们只须证明 $|\varphi^T\varphi|\neq0$ 的充要条件是 $N\geqslant\hat{m}+d$ 即可.

考虑到(3.1)，(2.4)～(2.7)式可改写为

$$e_{ij}=\sum_{k=\max(i+d,j+d)}^{N}y(k-i)y(k-j),\quad i,j=1,2,\cdots,\hat{m},\tag{3.5}$$

$$f_{ij}=\sum_{k=i+d}^{N}y(k-i)u(k-\hat{d}+1-j),\quad i=1,2,\cdots,\hat{m};\quad j=1,2,\cdots,\hat{m}+1,\tag{3.6}$$

$$\bar{f}_{ij}=\sum_{k=j+d}^{N}u(k-\hat{d}+1-i)y(k-j),\quad i=1,2,\cdots,\hat{m}+1;\quad j=1,2,\cdots,\hat{m},\tag{3.7}$$

$$(g_{ij})=I_{(\hat{m}+1)}.\tag{3.8}$$

式中 I 为单位阵.

若 $|\varphi^T\varphi|\neq0$，则 $\varphi^T\varphi$ 的每一行不为 0，且每两行线性无关. 对于(3.5)，必须有

$$N\geqslant\max(i+d,j+d).$$

由于 i,j 的最大取值为 $\hat{m}$，故

$$N\geqslant\hat{m}+d.\tag{3.9}$$

对于(3.6)，令 $k-\hat{d}+1-j=0$，得 $k=\hat{d}-1+j$，必须有

$$\begin{cases}\hat{d}-1+j\geqslant i+d,\\ \hat{d}-1+j\leqslant N,\end{cases}$$

$$\begin{cases}j\geqslant i+d-\hat{d}+1=i+\Delta d+1,\\ N\geqslant\hat{d}-1+j\geqslant\hat{d}-1+i+d-\hat{d}+1=i+d.\end{cases}$$

由于 i 的最大取值为 $\hat{m}$，故

$$N\geqslant\hat{m}+d.\tag{3.10}$$

对于(3.7)，同理必须有

$$N\geqslant\hat{m}+d.\tag{3.11}$$

综合(3.9)～(3.11)有

$|\varphi^T\varphi|\neq0$ 的必要条件是 $N\geqslant\hat{m}+d$.

若 $N\geqslant\hat{m}+d$，考察(3.5)～(3.8)知，矩阵 $\varphi^T\varphi$ 的每一行均不为零. 且每两行线性无关，又 $\varphi^T\varphi$ 为对称阵，故 $|\varphi^T\varphi|\neq0$，所以 $N\geqslant\hat{m}+d$ 是 $|\varphi^T\varphi|\neq0$ 的充分条件. 综上所述 $|\varphi^T\varphi|\neq0$ 的充要条件是 $N\geqslant\hat{m}+d$. 即搜索有效的充要条件是 $N\geqslant\hat{m}+d$.　　证毕.

根据定理 3.3，称 $N=\hat{m}+d$ 为搜索有效的最小样本简称小样本.

例 3.3　系统同例 3.1，真阶为 3，真滞时为 5，取 $\hat{m}=1$，则当 $N\geqslant5+1=6$ 时，算法有效，当 $N<6$ 时，算法失效.

4　跟踪算法与仿真

定理 3.3 告诉我们，滞时的搜索可以转化为最小样本的搜索，且 $\hat{m}$ 和 $\hat{d}$ 可以任意取值. 为了简化计算，令 $\hat{m}=1,\hat{d}=0$. 这样，$\varphi^{T}\varphi$ 是一个三阶矩阵，令 N 从 1 开始加 1 递增，当 N 小于某一个值 N_1 时，$|\varphi^{T}\varphi|=0$，$\varphi^{T}\varphi$ 无逆. 当 N 增加为 N_1 时，$|\varphi^{T}\varphi|\neq 0$，$\varphi^{T}\varphi$ 有逆，搜索有效，得 $d=N_1-1$. 算法如下：

1) 取 $\hat{m}=1,\hat{d}=0$.

2) 在 $k=0$ 时刻向系统(2.1)输入端迭加一任意冲量的脉冲信号，并在系统的输出端录取该信号的响应，并令 $N=1$.

3) 把录取到的 N 组输入输出数据代入(2.3)并解之.

4) 若无解，令 $N=N+1$，转 3).

5) 若有解，无论是什么样的解，得 $d=N-1$，结束.

根据上述算法对例 3.1 系统进行计算机仿真，结果是 $1\leqslant N\leqslant 5$ 时，(2.3)无解，当 $N=6$ 时，有唯一解，则 $\hat{d}=6-1=5=d$.

可见结果是正确的.

5　问题讨论

本算法具有以下特点：

1) 计算量小. 由于模型阶 $\hat{m}=1,\hat{d}=0$，$\varphi^{T}\varphi$ 的维数为 $2\hat{m}+1=3$. 判断(2.3)是否有解只须计算三阶行列式 $|\varphi^{T}\varphi|$ 是否为零，而不必将(2.3)解出，可见计算是十分简单的.

2) 跟踪迅速. 这是计算量小直接带来的好处. 有效地搜索一次所耗费的时间是很短的，因此跟踪速度不再取决于算法，而在很大程度上取决于采样周期的长短. 在计算机控制系统中，可以定期地对滞时进行搜索，也可以进行智能控制，即当系统的控制性能变差或稳定性变差(因系统的控制性能和稳定性对滞时的变化很敏感)时，马上对滞时进行搜索，迅速跟踪变化的滞时，从而为采取相应的控制对策提供正确的依据，保证控制系统始终具有良好的动静态性能和稳定.

3) 对结构参数不要求任何先验知识，无论是结构定常系统还是结构时变系统滞时估计均准确. 作者作过大量的计算机仿真，从未出现反例.

4) 如果系统的滞时不是采样周期的整数倍，则搜索到的 d 是其倍数的整数部分加 1.

5) 在系统的输入端迭加一脉冲信号，对系统有一定的干扰，故脉冲信号的冲量以系统能承受为标准加以选择. 对于某些不允许加入脉冲信号的系统，可改为输入白噪声信号(伪随机信号). 这时，系统的脉冲响应函数与系统输入与输出信号之间的互相关函数成正比，求出该互相关函数即可得到脉冲响应函数. 又因为作为输入信号的白噪声信号(伪随机信号)的能量分布在一个很宽的频率范围内，从而噪声的强度较低，对系统的影响很小. 另外，通过加入白噪声信号(伪随机信号)求出互相关函数，从而求出脉冲响应函数可以避免随机噪声干扰的影响，不管噪声干扰来自系统内部还是外部，只要它们与作为输入信号的白噪声(伪随机信号)之间是互不相关的就行. 这就使得本文结果对带有随机噪声项的 SISO 系统同样成立.

参考文献

[1] Wong, K. J. and Bayoomi, M. M.. A Self-Tuning Control Algorithm for System with Unknown Time-Delay. Sixth IFAC World Congress, 1982, 1064—1069

[2] Bokov, J. and Keviczky. L.. Recursive Structure Parameter and Delay Time Estimation Using ESS Representations. Seventh IFAC ISPE, 1985, 867—872

[3] Isermann, R.. Practical Aspects of Process Identification. Automatica, 1980, 16, 575—587

[4] 谭鹤良,徐冬玲.延时过程纯滞后的一种降阶搜索算法.控制理论与应用,1985,2(4):107—114

Real-Time Tracking of Time-Varying Time-Delay

TAN Heliang, FAN Daxiang and TAN Naiwen

(Department of Electrical Engineering, Hunan University · Changsha, 410012, PRC)

Abstract: Based on reference [4], this paper studied the properties of the algorithm searching for time-delay by reducing the order. It is confirmed that the estimation of the time-delay is not related to the model order, and independent of the impulsive magnitude of the input pulse. We have obtained the conditions for judging the effectiveness in the estimation of time-delay. The problem of searching for time-delay is transformed into a problem of searching for minimal samples, and a fast method for identifying the time-delay is developed. Simulations show the capabilities of tracking the true time-delay in operation, without the need of any priori knowledge about the structure and parameters of the system. In addition, we can also track the variance of the time-delay by employing the method.

Key words: structure parameter estimation; on-line identification; adaptive control; computation method

本文作者简介

谭鹤良 1942年生.1964年毕业于湖南大学.1986年晋升副教授.现在湖南大学电气工程系自动化教研室任教.主要从事微分动力学系统,非线性系统,系统辨识,计算机控制,模式识别,人工智能与神经网络等领域的研究.

范大祥 1953年生.1981年毕业于湖南大学电气工程系自动化专业,1990年获电气自动化硕士学位.1992年晋升讲师.主要从事控制理论,计算机控制技术与单片机系统方面的研究.

谭乃文 女.1941年生.1964年毕业于湖南大学电机系.1991年晋升高级工程师.主要从事计算机数字仿真与计算机应用开发等工作.