第 9 卷第 6 期
1992 年 12 月

控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS

Vol. 9, No. 6
Dec., 1992

带输入估计的自校正 Kalman 滤波器及其应用*

邓自立 秦 滨
(黑龙江大学应用数学研究所·哈尔滨,150080)

摘要:对于带未知常的输入和带未知噪声统计的离散时间定常系统,本文用现代时间序列分析方法,基于 ARMAX 新息模型,提出了一种新的带输入估计的自校正 Kalman 滤波器.作为一个应用例子,提出了带输入估计的自校正 α-β-γ 跟踪滤波器.仿真结果说明了其有效性.

关键词:输入估计;自校正 Kalman 滤波器;雷达跟踪系统;自校正 α-β-γ 滤波器

1 引 言

对于带未知常的输入和已知噪声统计的离散线性系统,最早 Friedland[1]用将未知输入作为增广状态的方法提出了周知的 Friedland 滤波器.新近,文献[2,3]提出了输入估计的新算法.上述结果的缺点是要求已知噪声统计.本文将去掉这一限制条件,用现代时间序列分析方法[4],基于 ARMAX 新息模型的在线辨识,可简单地得到输入估计和稳态 Kalman 滤波增益的渐近最优估计,引出一种新的带输入估计的自校正 Kalman 滤波器.作为一个应用例子,对于机动目标跟踪系统[3],提出了新颖的带输入估计的自校正 α-β-γ 跟踪滤波器.本文推广了文献[5,6]的结果.

2 带输入估计的自校正 Kalman 滤波器

考虑离散线性随机系统

$$x(t+1) = Ax(t) + Bu + \Gamma w(t), \tag{1}$$

$$y(t) = Hx(t) + v(t). \tag{2}$$

其中 $x(t)$ 为 $n\times 1$ 状态向量,u 为 $p\times 1$ 未知常的输入,$w(t)$ 为 $q\times 1$ 模型噪声,$y(t)$ 为 $m\times 1$ 观测向量,$v(t)$ 为 $m\times 1$ 观测噪声,且 $w(t)$ 和 $v(t)$ 是带零均值和未知方差阵的独立的白噪声.A,B,Γ,H 是已知的适当维矩阵.假设系统(1)和(2)式是完全可观、完全可控的或 A 是稳定的,这引出稳态 Kalman 滤波器存在[4].自校正 Kalman 滤波问题是:当噪声方差阵和输入未知时,求渐近最优(自校正)Kalman 滤波器.周知,稳态 Kalman 滤波器为

$$\hat{x}(t|t) = \hat{x}(t|t-1) + K_f e(t), \tag{3}$$

$$\hat{x}(t|t-1) = A\hat{x}(t-1|t-1) + Bu. \tag{4}$$

其中 K_f 是稳态滤波增益阵,$e(t)$ 是稳态新息序列,它是带零均值的白噪声.而稳态预报器为

$$\hat{x}(t+1|t) = A\hat{x}(t|t-1) + Bu + K_p e(t), \tag{5}$$

* 黑龙江省自然科学基金资助课题.

本文于 1991 年 3 月 21 日收到.1991 年 10 月 18 日收到修改稿.

$$y(t)=H\hat{x}(t|t-1)+e(t). \tag{6}$$

其中 K_p 是稳态预报增益阵，且有关系

$$AK_f=K_p. \tag{7}$$

由(3)，(4)和(6)式，稳态 Kalman 滤波器为

$$\hat{x}(t|t)=(I_n-K_fH)A\hat{x}(t-1|t-1)+(I_n-K_fH)Bu+K_fy(t). \tag{8}$$

其中 I_n 是 $n\times n$ 单位阵. 由(5)和(6)式引出

$$y(t)=H(I_n-q^{-1}A)^{-1}[Bu+K_pe(t-1)]+e(t). \tag{9}$$

其中 q^{-1} 是单位滞后算子，$q^{-1}x(t)=x(t-1)$.

应用推广的矩阵求逆 Fadeeva 公式[4]

$$(I_n-q^{-1}A)^{-1}=F(q^{-1})/A(q^{-1}). \tag{10}$$

其中 $F(q^{-1})=I_n+F_1q^{-1}+\cdots+F_{r-1}q^{-(r-1)}$，$A(q^{-1})=1+a_1q^{-1}+\cdots+a_rq^{-r}$，且 $q^rA(q^{-1})$ 为 A 的最小多项式. 系数阵 F_i 可递推计算为

$$F_i=AF_{i-1}+a_iI_n,\quad F_0=I_n,\quad i=1,2,\cdots,r-1. \tag{11}$$

当 A 的特征多项式等于其最小多项式时，有 $r=n$，此时系数 a_i 可递推计算为

$$a_i=-(1/i)\mathrm{trace}(AF_{i-1}),\quad a_0=1,\ i=1,2,\cdots,n. \tag{12}$$

把(10)式代入(9)式有 ARMAX 新息模型

$$A(q^{-1})y(t)=b+D(q^{-1})e(t). \tag{13}$$

其中 $D(q^{-1})=I_m+D_1q^{-1}+\cdots+D_rq^{-r}$，且 $D(q^{-1})$ 是稳定的[4]，

$$D_i=HF_{i-1}K_p+a_iI_m,\quad i=1,2,\cdots,r, \tag{14}$$

$$b=Qu,\quad Q=HF(1)B. \tag{15}$$

由(7)和(14)式引出稳态滤波增益为

$$K_f=A^{-1}\begin{bmatrix}H\\HF_1\\\vdots\\HF_{r-1}\end{bmatrix}^{\#}\begin{bmatrix}D_1-a_1I_m\\D_2-a_2I_m\\\vdots\\D_r-a_rI_m\end{bmatrix}. \tag{16}$$

其中假定 A 非异. 符号 # 表示伪逆[7]. 当矩阵 M 为列满秩时，有 $M^{\#}=(M^{\tau}M)^{-1}M^{\tau}$，符号 τ 表示转置. 当 M 为满秩方阵时，有 $M^{\#}=M^{-1}$. 由(15)式有

$$u=Q^{\#}b. \tag{17}$$

其中假定 $p\leqslant m$，且设 Q 为列满秩，则由(17)可精确唯一解出 u. 由(13)，(16)和(17)式看到，稳态滤波增益 K_f 和未知输入 u 完全被 ARMAX 新息模型(13)式的参数决定. 利用递推增广最小二乘法(RELS)[4]在线辨识 ARMAX 新息模型(13)式，在每时刻 t 可得到估值 $\hat{b}(t)$，$\hat{D}_i(t)$，$i=1,2,\cdots,r$. 将它们代入(16)和(17)式便得到稳态滤波增益估计 $\hat{K}_f(t)$ 和输入估计 $\hat{u}(t)$. 假如估计 $\hat{b}(t)$ 和 $\hat{D}_i(t)$ 是一致的，即当 $t\to\infty$ 时，有 $\hat{b}(t)\to b$，$\hat{D}_i(t)\to D_i$，则显然也有 $\hat{K}_f(t)\to K_f$，$\hat{u}(t)\to u$. 将估计 $\hat{K}_f(t)$ 和 $\hat{u}(t)$ 代入(8)式便得到相应的自校正 Kalman 滤波器，它将渐近于稳态最优 Kalman 滤波器(8)式.

3 带输入估计的自校正 α-β-γ 滤波器

考虑带未知加速度输入的跟踪系统[3]

$$X(t+1)=AX(t)+Bu+\Gamma w(t), \tag{18}$$

$$y(t) = HX(t) + v(t). \tag{19}$$

其中 $X(t)=(x(t),\dot{x}(t),\ddot{x}(t))^{\tau}$，$x(t)$，$\dot{x}(t)$，$\ddot{x}(t)$分别为机动目标的位置、速度和加速度. u 是未知的机动驾驶加速度输入，$w(t)$和 $v(t)$是零均值、方差未知的白噪声. T 为采样周期，且

$$A=\begin{bmatrix}1 & T & T^2/2\\ 0 & 1 & T\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix},\quad \Gamma=\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix},\quad H=(1,0,0). \tag{20}$$

相应于(13)式的 ARMAX 新息模型为

$$(1-q^{-1})^3 y(t) = T^2 u + (1 + d_1 q^{-1} + d_2 q^{-2} + d_3 q^{-3})e(t). \tag{21}$$

相应于(8)式的稳态最优 α-β-γ 跟踪滤波器为

$$\hat{X}(t|t) = \Phi \hat{X}(t-1|t-1) + Bu + K_f y(t). \tag{22}$$

其中稳态滤波增益 K_f 和矩阵 Φ 分别为

$$K_f=\begin{bmatrix}\alpha\\ \beta/T\\ \gamma/T^2\end{bmatrix},\quad \Phi=\begin{bmatrix}1-\alpha & (1-\alpha)T & (1-\alpha)T^2/2\\ -\beta/T & 1-\beta & T(2-\beta)/2\\ -\gamma/T^2 & -\gamma/T & -\gamma/2+1\end{bmatrix}. \tag{23}$$

其中应用(16)式经具体计算后有

$$\alpha = 1 + d_3,\quad \beta = (d_1 - d_2 - 3d_3 + 3)/2,\quad \gamma = d_1 + d_2 + d_3 + 1. \tag{24}$$

将 RELS 估值 $\hat{d}_i(t)$代入(24)和(23)式得估计 $\hat{K}_f(t)$和 $\hat{\Phi}(t)$，连同 RELS 估值 $\hat{u}(t)$一起，再代入(22)式便得到带输入估计的自校正 α-β-γ 滤波器.

取 $T=1.8$，$u=0.12$，$w(t)$和 $v(t)$的未知方差分别为 1.2 和 1，递推时间为 $t=500$ 步. 上述自校正 α-β-γ 跟踪滤波器的仿真结果如图 1 至图 4 所示. 可看到输入估计 $\hat{u}(t)$收敛于真实值 u，且自校正滤波估值 $\hat{x}(t|t)$，$\hat{\dot{x}}(t|t)$和 $\hat{\ddot{x}}(t|t)$分别跟踪相应的真实值 $x(t)$，$\dot{x}(t)$和 $\ddot{x}(t)$.

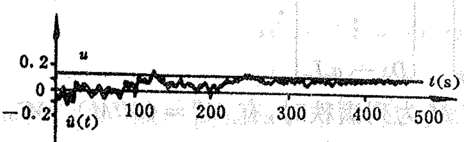

图 1 未知输入 u 与输入估计 $\hat{u}(t)$

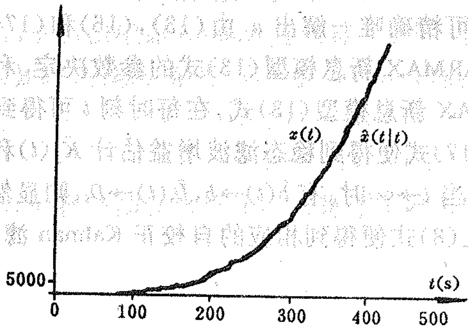

图 2 位置 $x(t)$与自校正滤波器 $\hat{x}(t|t)$

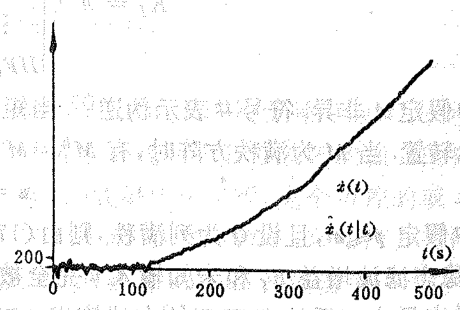

图 3 速度 $\dot{x}(t)$与自校正滤波器 $\hat{\dot{x}}(t|t)$

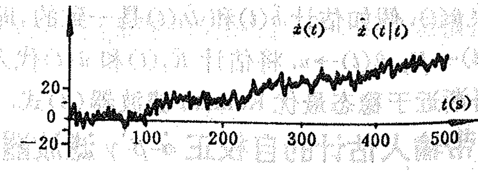

图 4 加速度 $\ddot{x}(t)$与自校正滤波器 $\hat{\ddot{x}}(t|t)$

参 考 文 献

[1] Friedland, B.. Treatment of Bias in Recursive Filtering. IEEE Trans. Automat. Contr., 1969, AC-14(4):359—367

[2] Chan, Y. T., Hu, A. G. C. and Plant, J. B.. A Kalman Filter Based Tracking Scheme with Input Estimation. IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems, 1979, AES-15(2):237—244

[3] Bogler, P. L.. Tracking a Maneuvering Target Using Input Estimation IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems, 1987, AES-23(3):298—310

[4] 邓自立,郭一新. 现代时间序列分析及其应用——建模、滤波、去卷. 预报和控制,北京:知识出版社,1989

[5] Deng, Z. L. and Li, B. X.. A Self-Tuning Kalman Filter and Its Application, Proc. of the 22nd Symp. on Stochastic Systems Theory and Its Applications, Japan, 1990

[6] Deng, Z. L. and Li, B. X.. Self-Tuning α-β Tracking Filter. Proc. of the 21st Symp. on Stochastic Systems Theory and Its Applications, Tokyo, 1989, 173—176

[7] 韩京清,何关钰,许可康. 线性系统理论代数基础,沈阳:辽宁科学技术出版社,1985,369—370

A Self-Tuning Kalman Filter with Input Estimation and Its Application

DENG Zili and QIN Bin

(Institute of Applied Mathematics, Heilongjiang University · Harbin, 150080, PRC)

Abstract: For discrete-time systems with unknown constant input and unknown noise statistics, using the modern time series analysis method, based on ARMAX innovation model, this paper presents a new self-tuning Kalman filter with input estimation. As an application example, a new self-tuning α-β-γ tracking filter with input estimation is presented, and simulation results show its usefulness.

Key words: input estimation; self-tuning Kalman filter; radar tracking systems; self-tuning α-β-γ filter

本文作者简介

邓自立 1938年生. 1962年毕业于黑龙江大学数学系. 现为黑龙江大学应用数学研究所教授. 主要从事自适应、自校正滤波,信号处理,自校正控制,系统建模及现代时间序列分析的研究工作. 目前从事国家自然科学基金项目"油田地震勘探信号自校正去卷滤波新方法研究"的研究.

秦 滨 1966年生. 1988年毕业于黑龙江大学计算机科学系. 1991年在黑龙江大学应用数学研究所获硕士学位,并留该所工作. 研究领域为自校正卡尔曼滤波及其在跟踪系统中的应用,计算机应用. 目前从事智能控制应用研究.