

道路交通流最优预测与交叉口最优控制

李立源 曹大铸

(东南大学自动化研究所·南京, 210018)

摘要: 本文基于对城市道路交叉口最优控制问题的分析, 建立了道路交通流最优预测模型, 提出了一种交叉口在线最优控制方法, 并根据实测数据对该方法作了仿真研究. 仿真结果表明交叉口的交通状况有明显改善. 此方法不仅比现有控制方法效果更好, 而且简单易行.

关键词: 交通控制; 计算机控制; 建模; 仿真; 最优控制

1 引言

近三十年来, 城市交通控制的研究和应用都有了很大发展, 现在世界上很多大城市的交通均采用计算机协调控制. 但是这些控制几乎都是开环, 半开环或次最优的^[2,4]. 次最优的在线控制方法是: 当某方向为绿灯时, 如果该方向的流量已小于某一给定值 β_i , 则信号开始由绿变红. 次最优控制的仿真研究表明, 绿信往往要延长至最大绿信时间. 这种方法不仅不能达到最优, 而且还不能保持信号周期不变, 即不能与相邻交叉口保持稳定的相位差, 不利于路网的协调控制和管理.

2 交叉口感应最优控制问题

在路网中交叉口的信号周期要求相同的条件下, 交叉口的最优控制问题可表述如下:

设交叉口信号周期为 C , 主干道方向最小绿信长为 $g_{\min}$, 最大绿信长为 $g_{\max}$, 指标函数为 $L(t_r)$, t_r 为主干道方向信号由绿转红的时刻, $g_{\min} \leq t_r \leq g_{\max}$. 交叉口的在线感应最优控制就是根据实时采样的数据(一般为磁感应检测器的信号)和预报, 在当前周期内寻找一时刻 t_r , 使周期指标函数 $L(t_r)$ 最小.

现有的许多控制方法之所以不能达到最优的目标, 是因为它们只是简单地照搬工业控制的一般方法, 即预测一步, 控制一步. 很多研究者建立的预报模型, 也只是为了适应这种方法的一步预报模型^[4]. 用这种控制方法, 即当预测出该路口方向下一步流量小于某一给定值时就变换信号, 最终只能达到次最优控制.

交通信号控制与一般的工业控制不同, 在一个周期内控制信号不是每一步都可改变的, 即不是寻找一个交变的控制序列 $\{C(t)\}$, $t=0, 1, \dots, C-1$, 而是在一个周期内寻找一个点 t_r , $t_r \in [0, C-1]$, 使信号在 t_r 时刻变换时, 该周期的周期指标函数 $L(t_r)$ 最小. 因此, 信号最优控制不是分别对每一步而是对一个整周期而言的.

3 道路交通流的最优预测

要实现交叉口信号最优控制, 必须建立多步预报模型, 即能在周期开始时就能预报该周期内到达各停车线的车流量 $q_2(i)$, $i=0, 1, \dots, C-1$.

3.1 最优预测模型

较好的现有路段模型是 Robertson 的车队离散经验模型^[6]

$$\hat{q}_2(i+t) = Fq_1(i) + (1-F)q_2(i+t-1). \quad (1)$$

其中 $\hat{q}_2(i)$ 为路段出口 i 时刻的预测流量; $q_2(i)$ 为路段出口 i 时刻的实际流量; $q_1(i)$ 为路段入口 i 时刻的实际流量; t 为路段平均行驶时间的 0.8 倍; F 为平滑系数, 可由经验公式计算.

仔细观察(1)式, 可以发现, 车队离散公式实际上是 ARMA 模型的一个特例. 因此, 考虑其一般性, 道路模型可表示为

$$A(q^{-1})q_2(i) = q^{-d}B(q^{-1})q_1(i) + C(q^{-1})\omega(i). \quad (2)$$

其中

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_nq^{-n}, \quad (3)$$

$$B(q^{-1}) = b_0 + b_1q^{-1} + \dots + b_nq^{-n}, \quad (4)$$

$$C(q^{-1}) = c_0 + c_1q^{-1} + \dots + c_nq^{-n}. \quad (5)$$

q^{-1} 为一步时滞算子, d 为系统延迟, $\omega(i)$ 是白噪声序列, 设其方差为 σ^2 .

按以下引理, 可由(2)式推出 $q_2(i)$ 的多步最小方差预测. 在给出引理之前, 先给出有关定义^[3].

设系统如(2)式所示, 为具有普遍意义, 设

$$\Psi(i) = P(q^{-1})q_2(i). \quad (6)$$

$P(q^{-1})$ 为时滞算子 q^{-1} 的首一化加权多项式.

定义 $\Psi(i+j/i)$ 为基于 i 时刻及其以前信息的 $i+j$ 时刻 $\Psi(i+j)$ 的预测

$$\tilde{\Psi}(i+j/i) = \Psi(i+j) - \Psi(i+j/i) \quad (7)$$

为 $i+j$ 时刻 $\Psi(i+j/i)$ 的预测误差.

引理^[3] 对于系统(2), 当 $j=d$ 时满足预测误差方差

$$J = E\{[\tilde{\Psi}(i+d/i)]^2\} \quad (8)$$

为最小的 d 步最优预测 $\Psi^*(i+d/i)$ 和最优预测误差 $\tilde{\Psi}^*(i+d/i)$ 分别为

$$\Psi^*(i+d/i) = \frac{G(q^{-1})q_2(i) + B(q^{-1})F(q^{-1})q_1(i)}{C(q^{-1})}, \quad (9)$$

$$\tilde{\Psi}^*(i+d/i) = F(q^{-1})\omega(i+d). \quad (10)$$

式中时滞算子多项式 $G(q^{-1}), F(q^{-1})$ 满足下列恒等式

$$P(q^{-1})C(q^{-1}) = F(q^{-1})A(q^{-1}) + q^{-d}G(q^{-1}). \quad (11)$$

其中

$$G(q^{-1}) = g_0 + g_1q^{-1} + \dots + g_nq^{-n}, \quad n_g = n_a - 1, \quad (12)$$

$$F(q^{-1}) = 1 + f_1q^{-1} + \dots + f_nq^{-n}, \quad n_f = d - 1. \quad (13)$$

最优预测误差的方差为

$$E\{[\tilde{\Psi}^*(i+d/i)]^2\} = (1 + f_1^2 + f_2^2 + \dots + f_{d-1}^2)\sigma^2. \quad (14)$$

在工程实际中, 由于对象的特点, 模型(2)往往可以简化, 这样可以在精度不受过大损失的情况下, 大大简化模型的计算, 提高算法的快速性和可靠性. 对于交通流模型来说, 鉴于

Robertson 公式对车队离散的良好描述,道路交通流模型可以表示为

$$q_2(i) = Fq_1(i-t) + (1-F)q_2(i-1) + \omega(i). \quad (15)$$

$$\text{即} \quad [1 - (1-F)q^{-1}]q_2(i) = q^{-t}Fq^{-(t-d)}q_1(i) + \omega(i). \quad (16)$$

$$\text{则} \quad A(q^{-1}) = 1 - (1-F)q^{-1}, \quad n_a = 1, \quad (17)$$

$$B(q^{-1}) = Fq^{-(t-d)}, \quad n_b = t-d, \quad (18)$$

$$C(q^{-1}) = 1, \quad n_c = 0. \quad (19)$$

取 $P(q^{-1})=1$, 对(16)套用引理, 即有

$$G(q^{-1}) = g_0, \quad (20)$$

$$F(q^{-1}) = 1 + f_1q^{-1} + \dots + f_{t-1}q^{-(t-1)}. \quad (21)$$

代入(11), 有

$$1 = [1 + f_1q^{-1} + \dots + f_{t-1}q^{-(t-1)}][1 - (1-F)q^{-1}] + q^{-t}g_0.$$

解得

$$f_1 = 1-F; \quad f_2 = (1-F)^2; \quad \dots; \quad f_{t-1} = (1-F)^{t-1}; \quad g_0 = (1-F)^t.$$

将以上结果分别代入(9)和(14), 从而可得 $q_2(i+d/i)$ 的最优预报

$$q_2^*(i+d/i) = (1-F)^t q_2(i) + F \left[\sum_{j=0}^{t-1} (1-F)^j q^{-(t-d+j)} \right] q_1(i) \quad (22)$$

及预测方差

$$J = \{[1 - (1-F)^{2t}]/[1 - (1-F)^2]\} \sigma^2. \quad (23)$$

3.2 最优预测模型的在线辨识

模型(2)的在线递推辨识方法很多, 这里就不再详细讨论. 为实用起见, 以下讨论(15)式中参数 F 的递推辨识. (15)式可以化为

$$q_2(i) - q_2(i-1) = -F[q_2(i-1) - q_1(i-t)] + \omega(i). \quad (24)$$

设

$$z(i) = q_2(i) - q_2(i-1), \quad (25)$$

$$x(i) = q_2(i) - q_1(i-t+1), \quad (26)$$

对上式直接引用递推最小二乘法可得

$$\hat{F}(i+1) = \hat{F}(i) - m_F(i+1)[z(i+1) + x(i)\hat{F}(i)], \quad (27)$$

$$m_F(i+1) = [p_F(i)x(i)]/[x(i)p_F(i)x(i) + 1], \quad (28)$$

$$p_F(i+1) = [1 - m_F(i+1)x(i)]p_F(i). \quad (29)$$

由(22), (27), (28), (29)即可实现对道路交通流的自校正多步最优预报, 为交叉口的最优控制提供依据.

4 交叉口的感应最优控制

4.1 交叉口动态模型

十字信号交叉口如图 1 所示, 在流向交叉口的路段的入口和出口分别装有检测器. 令

$x_k(i)$ = 交叉口第 k 入口在 i 时刻滞留在停车线后的车队长;

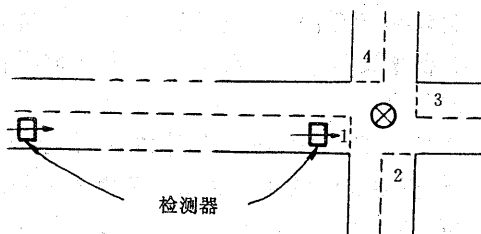


图 1 十字信号交叉口

$q_{2k}(i)$ = 交叉口第 k 入口在 i 时刻到达停车线的车流量;

$q_k^d(i)$ = 交叉口第 k 入口在 i 时刻离开停车线的车流量;

$u_k(i)$ = 交叉口第 k 入口在 i 时刻的控制信号状态, 绿信时 $u_k(i) = 1$, 红信时 $u_k(i) = 0$.

则交叉口处车队的动态变化可表示为

$$X(i) = X(i+1) + Q_2(i) - \text{diag}[u_k(i)]Q^d(i). \quad (30)$$

其中

$$X(i) = [x_1(i), x_2(i), x_3(i), x_4(i)]^T, \quad (31)$$

$$Q_2(i) = [q_{21}(i), q_{22}(i), q_{23}(i), q_{24}(i)]^T, \quad (32)$$

$$Q^d(i) = [q_1^d(i), q_2^d(i), q_3^d(i), q_4^d(i)]^T. \quad (33)$$

4.2 指标函数

以往的控制算法, 一般都是选择平均延迟或平均队长为指标函数. 考虑到如果在每一周期内交叉口各入口的总平均等待队长最小, 则交叉口的使用效率最高, 平均延迟也就最小. 因此, 这里取周期总队长为指标函数.

设选择步长为 T_s , 则信号可能发生变化的时间点个数如下

$$K = (g_{\max} - g_{\min})/T_s, \quad (34)$$

这些时间点可表示为 $t_j (j=1, 2, \dots, K)$.

设信号变化时刻为 $t_T (1 \leq T \leq K)$, 即, 在(30)式中, 当 $i < t_T$ 时, 控制矩阵 $\text{diag}[u_k(i)] = [1, 0, 1, 0]$; 当 $i \geq t_T$ 时, $\text{diag}[u_k(i)] = [0, 1, 0, 1]$, 则指标函数可取为

$$L(t_T) = \sum_{i=1}^{C/T_s} P^i X_T(i). \quad (35)$$

其中 $P = [c'_1, c'_2, c'_3, c'_4]^T$ 为加权向量; $X_T(i) (1 \leq i \leq C/T_s)$ 表示信号变化时间点为 t_T 时相应周期内各时间点的队长向量.

4.3 在线预报感应最优控制方法

要实现最优控制, 就要求能在线找出一个周期内的最优信号变化点 t_i , 使

$$L(t_i) = \min_{T \in (1, K)} \{L(t_T)\}. \quad (36)$$

这里提出的在线最优控制方法如下:

1) 根据当前步内采样的数据, 按(27), (28), (29)修正路段交通流预报模型, 得到参数 $\hat{P}(i)$.

2) 如果 $i \leq g_{\min}/T_s = t_0$, 转 4);

如果信号已变化, 转 3);

如果 $i = g_{\max}/T_s = t_K$, 待到 i 步结束, 改变信号(主干方向由绿变红), 且 $i = i+1$, 转 1);

设 $t_j = i, i' \in [1, K]$. 在 $[t_{j+1}, t_K]$ 中搜索 t_i :

i) 根据路段输入, 按(22)预报本周期内交叉口各入口的到达车流量 $q_{2k}(i''/i), i'' \in [t_{j+1}, C/T_s]$.

ii) 根据(30)式, 通过实时仿真, 分别计算 $X_j(i''), j = i'+1, \dots, K$ 为假设的信号变化时间点. 再由(35)式可得 $L(t_j)$. 每算出一新的 $L(t_j)$, 就将其与 $L(t_{j+1})$ 比较:

如果存在 j , 使 $L(t_{j+1}) > L(t_j)$, 则最优信号变化点必在 t_{j+1} 之后, 第 j' 步搜索结束, 转 4);

如果对所有的 j , 均有 $L(t_{i+1}) \leq L(t_j)$, 则最优信号变化点就是 t_{i+1} . 待到 t_{i+1} 时刻, 改变信号(主干道方向由绿变红), 且 $i=i+1$, 转 1).

3) 如果 $i=C/T_s$, 待到 i 步结束, 改变信号(主干道方向由红变绿), 置 $i=1$, 转 1).

4) 待到第 i 步结束, $i=i+1$, 转 1).

这里有两点需要说明:

首先, 在 t_i 点搜索时, 状态 $X(j')$ ($j' \leq t_i$) 已经确定, 它们与其后的信号转变点的变化无关, 对 $L(t_j)$ ($j=i+1, \dots, K$) 之间的大小比较也不发生影响, 因此, 指标函数可用下式计算

$$L(t_j) = \sum_{i=t_i}^{C/T_s} P^i X_j(i). \quad (37)$$

这样可以减少在线搜索的计算量.

其次, 由 (37) 式可见, 在计算 $L(t_j)$ ($j=i+1, \dots, K$) 时, $X_j(i)$ ($i=t_{i+1}, \dots, C/T_s$) 是不能由实测数据直接获得的. 这里由实时仿真获得. 在实时仿真时, 离开停车线的车流量按下式预测

$$q_k^*(i) = \begin{cases} q_{mk}, & \text{当 } q_{2k}^*(i) + x_k(i-1) \geq q_{mk}, \\ q_{2k}^*(i) + x_k(i-1), & \text{当 } q_{2k}^*(i) + x_k(i-1) < q_{mk}. \end{cases} \quad (38)$$

这里 q_{mk} 为 k 进口的饱和车流量.

5 仿真实验结果

这里以南京市北区北京西路与云南路的交叉口为背景进行仿真实验. 实验数据直接取之于 1989 年 11 月 29 日对南京市北区的交通调查, 所取时间段为上午 8:00~9:00. 实验中, 进入交叉口的道路的输入输出为实测数据, 交叉口内交通流行为的仿真采用 TRANSYT 模型中的仿真方法^[5]. 由于实际交通调查是人工完成的, 采样间隔较大 (15 秒), 因此, 我们在实验中取寻优步长为 $T_s=3$ 秒, 实际数据间隔中的点按插值的方法补入. 实测和仿真所用信号周期均为 90 秒, 主干道与次干道的流量比为 1.94:1. 仿真结果如表 1 所示.

表 1 定时控制与最优控制的比较

控制方法	主干道 平均队长 (辆/秒)	主干道 平均延迟 (秒/辆)	次干道 平均队长 (辆/秒)	次干道 平均延迟 (秒/辆)	交叉口 平均队长 (辆/秒)	交叉口 平均延迟 (秒/辆)
定 时	6.22	31.8	3.07	25.6	5.15	29.7
最 优	4.16	20.9	3.90	33.0	4.07	25.0

结果表明, 相对于原定时控制, 本文提出的最优控制方法可使平均队长减少 21%, 平均延迟减少 16%, 而 SCOOT 系统在原定时控制基础上仅能减少延误 12%^[2].

在运算速度方面, 由于交通流最优预报和交叉口仿真的运算都比较简单, 因此仿真速度很快. 在 PC-XT 上, 一个小时交通情况的仿真结果, 在十分钟左右即可完成. 所以现行计算机的速度能够满足在线最优控制的需要.

6 结 论

本文提出的交叉口在线预报最优控制方法,简单实用,不仅能够达到目标最优,而且,由于要求信号周期不变,保证了路网中交叉口之间的稳定相位差,为路网协调控制提供了良好的条件.它可以作为路网递阶分散控制的子模块,并在此基础上发展路网在线最优控制系统^[6].

参 考 文 献

- [1] 潘文敏. 城市交通控制系统综述. 控制理论与应用, 1985, 2(2): 1—12
- [2] 刘希, 邹左军. 城市交通协调控制综述. 自动化学报, 1986, 12(4): 430—437
- [3] 冯纯伯, 史维. 自适应控制. 北京: 电子工业出版社, 1986, 72—73
- [4] Baras, J. S. and Levine, W. S.. Some Results on Computer Control Urban Traffic. Large Scale System Theory and Application, Proc of IFAC Sym June, 1980, 449—458
- [5] Robertson, D. I.. Transyt; A Traffic Network Study Tool. Road Research Laboratory Report LR253, Crowthorne, Berkshire, United Kingdom, 1969
- [6] Kashani, H. R. and Saridis, G. N.. Intelligent Control for Urban Traffic System. Automatica, 1983, 19(2): 191—197

The Optimal Prediction of Road Traffic Flow and Optimal Control of Intersection Signal

LI Liyuan and CAO Dazhu

(Research Institute of Automation, Southeast University · Nanjing, 210018, PRC)

Abstract: Based on the analysis of the intersection signal optimal control problem, an optimal prediction model of road traffic flow is established and an on-line optimal signal control method is proposed in this paper. The simulation results according to practical data show that the situation of intersection traffic can be improved greatly. The method is not only more effective than current methods but also simpler and easier to be realized.

Key words: traffic control; computer control; modelling; simulation; optimal control

本文作者简介

李立源 1963年生. 1985年和1988年在南京东南大学分别获得工学学士和工学硕士学位, 现为南京东南大学自动化研究所讲师. 参加并负责部、省级项目数项, 其中一项通过部级鉴定, 两项通过省级鉴定. 在国内期刊及国内外学术会议上发表论文二十多篇. 主要研究领域为系统辨识, 系统仿真和智能控制.

曹大铸 1927年生. 1952年毕业于南京金陵大学电机系. 毕业后一直从事电气自动化与自动控制方面的教学与科研工作. 现为南京东南大学自动化研究所教授. 参加并负责部、省级项目二十多项, 其中获部级二、三等奖各一次. 在国内期刊及国内外学术会议上发表文章三十多篇. 1982年以来, 主要从事系统辨识, 系统仿真建模与算法的研究.