第 10 卷第 3 期
1993 年 6 月

控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS

Vol. 10, No. 3
Jun., 1993

二阶分布参数系统的变结构控制*

胡跃明　周其节
(华南理工大学自动化系·广州，510641)

摘要：本文研究了 Hilbert 空间中的二阶分布参数系统的变结构控制问题，给出了系统存在滑动模的条件；并研究了系统的有限维近似问题，从而为柔性机器人等分布参数系统的变结构控制奠定了理论基础.

关键词：分布参数系统；变结构控制；有限维近似

1 引　言

文[1,7]研究了一阶分布参数系统的变结构控制问题，证明了等效控制法的合理性. 但是有许多实际系统，例如柔性机器人、空间飞行器等，其状态行为由二阶非线性分布参数系统所描述，尤其是柔性机器人的鲁棒性控制问题已成为当前机器人学研究中的重要课题之一. 变结构控制方法所具有的优良特性为解决这一问题提供了可能性，文[2,3]等已将这一方法应用于对单杆柔性机械手轨迹跟踪问题的研究并取得了较好的效果. 然而对于二阶分布参数系统，文[1,7]中关于滑动模的存在性条件已不再满足，因此有必要重新建立合理的条件. 此外，由于分布参数系统的状态空间是无限维的，为了设计系统的控制器，人们不得不使用近似化方法，以便得到状态的近似值，如文[2,6]等使用的模态设定法. 虽然这些近似方法有一定的物理依据，但是迄今为止，除了线性分布参数系统外，关于近似法合理性的定量结果还未见到，故有必要解决非线性分布参数系统有限维近似的合理性问题. 本文除了给出二阶非线性分布参数系统存在滑动模的条件外，还证明了在适当条件下，我们可以用一有限维集中参数系统的状态去逼近无限维非线性分布参数系统的状态，从而为柔性机器人等系统的变结构控制奠定了理论基础.

2 滑动模存在性定理

考虑下列二阶非线性分布参数控制系统

$$\ddot{x} + Ax = f(t,x,\dot{x}) + Bu. \tag{2.1}$$

其中 $x\in V$，A 是 V 中的自共轭正定线性算子；$f(t,x,\dot{x})$ 是取值于 V 的矢量函数，关于 $t,x,\dot{x}$ 有强连续的一阶偏导数，这里 V 是 $\Omega(\Omega\subset\mathrm{R}^{r})$ 到 R^{n} 的函数所组成的 Hilbert 空间，其内积定义为$(\cdot,\cdot)$，由内积诱导出来的范数记为 $\|\cdot\|$；B 是线性空间 V_1 到 V 的有界线性算子，$u=u(t,x,\dot{x})$ 是取值于 V_1 的矢量函数，这里 V_1 是 Ω 到 R^{m} 的函数所组成的线性空间，控制量 u 在流形 $S=G_1x+G_2\dot{x}=0$ 上是不连续的，其中 G_1,G_2 是 V 到 V_1 的有界线性算子.

令 $\dot{x}=y$，则(2.1)可改写为下列形式

---

* 国家自然科学基金资助项目.

本文于1991年5月2日收到. 1992年12月5日收到修改稿.

$$\begin{cases} \dot{x} = y, \\ \dot{y} = -Ax + f(t,x,y) + Bu. \end{cases} \tag{2.2}$$

则形式上有

$$\dot{S} = G_1\dot{x} + G_2\ddot{x} = G_1y - G_2Ax + G_2f(t,x,y) + G_2Bu, \tag{2.3}$$

令 $\dot{S}=0$，并且假定 G_2B 可逆，则由(2.3)可求得等效控制 u_{eq}

$$u_{eq} = -(G_2B)^{-1}(G_1y - G_2Ax + G_2f(t,x,y)). \tag{2.4}$$

将(2.4)代入(2.2)即得系统的理想滑动方程

$$\begin{cases} \dot{x} = y, \\ \dot{y} = -Ax + PAx + f_0(t,x,y), \\ S = 0. \end{cases} \tag{2.5}$$

其中

$$\begin{cases} P = B(G_2B)^{-1}G_2, \\ f_0(t,x,y) = -B(G_2B)^{-1}G_1y + (I-P)f(t,x,y). \end{cases} \tag{2.6}$$

实际滑动模运动由于各种非理想因素，不是准确地发生在 $S=0$ 上，而是在它的邻域 $\|S\|\leqslant\delta(\delta>0)$ 内. 采用正则化方法[1]，得系统(2.2)的正则化方程为

$$\begin{cases} \dot{x} = y, \\ \dot{y} = -Ax + f(t,x,y) + B\bar{u}. \end{cases} \tag{2.7}$$

其中 $\bar{u}$ 是正则化后的控制量，它考虑了系统的非理想因素. 下面证明在一定条件下，当边界层厚度 δ 趋于零时，实际滑动模态 $x(t)$ 在任意有限时间内是一致趋于理想滑动模态 $\bar{x}(t)$ 的.

由于 A 是自共轭正定线性算子，令 $A^{1/2}$ 是算子 A 的分数幂算子[8]，定义

$$H = D(A^{1/2}) \times V, \quad M = \begin{pmatrix} 0 & I \\ -A & 0 \end{pmatrix}, \tag{2.8}$$

$$(z_1,z_2)_1 = (A^{1/2}x_1, A^{1/2}x_2) + (y_1,y_2), \quad z_i = (x_i^{\mathrm{T}}, y_i^{\mathrm{T}}) \in H, \quad i = 1,2, \tag{2.9}$$

则 H 是一 Hilbert 空间，并记 $\|\cdot\|_1$ 为 $(\cdot,\cdot)_1$ 诱导出来的范数.

引理 1　存在常数 $a>0$ 使得

$$\|A^{1/2}x\| \geqslant a\|x\|, \quad x \in D(A).$$

引理 2　M 是 $D(M)=D(A)\times D(A^{1/2})$ 的 H 中的有界线性算子酉半群 $T(t)=e^{tM}$ 的无限小生成元.

定理 1　在下列条件下

1) A 是 V 中的自共轭正定线性算子；

2) P 与 A 可交换，即 $PAx=APx, x\in D(A)$；

3) $f(t,x,y)$ 关于 x,y 满足 Lipschitz 条件；

4) 理想滑动方程(2.5)关于初值问题 $x(0)=\bar{x}_0, y(0)=\bar{y}_0, ((\bar{x}_0,\bar{y}_0)\in D(A)\times D(A^{1/2}))$ 存在连续可微的唯一解 $\bar{z}(t)=(\bar{x}^{\mathrm{T}}(t),\bar{y}^{\mathrm{T}}(t))^{\mathrm{T}}$；

5) 控制量 $\bar{u}=\bar{u}(t,x,y)$ 在任何有界区域上是有界的，此时正则化系统(2.7)关于初值问题 $x(0)=x_0,\ y(0)=y_0((x_0,\ y_0)\in D(A)\times D(A^{1/2}))$ 存在连续可微的唯一解 $z(t)=(x^{\mathrm{T}}(t), y^{\mathrm{T}}(t))^{\mathrm{T}}$ 并且属于边界层 $\|S\|\leqslant\delta$ 内.

则必有

$$\lim_{\delta\to 0}\| z(t)-\bar{z}(t)\|_1=0$$

关于 $t\in[0,T]$一致成立.

其中初值 $\bar{z}(0)=(\bar{x}_0^{\mathrm{T}},\bar{y}_0^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}$, $z(0)=(x_0^{\mathrm{T}},y_0^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}$ 满足

$$\| z(0)-\bar{z}(0)\|_1\leqslant \mathrm{d}\delta,\quad (d>0).$$

证 在边界层 $\|S\|\leqslant\delta$ 内,由条件 5)知,S 沿着(2.7)解的导数满足

$$\dot{S}=G_1\dot{x}+G_2\dot{y}=G_1y-G_2Ax+G_2f(t,x,y)+G_2B\bar{u},$$

因此有

$$\bar{u}=-(G_2B)^{-1}[G_1y-G_2Ax+G_2f(t,x,y)]+(G_2B)^{-1}\dot{S}.\tag{2.10}$$

将(2.10)代入(2.7)即得实际滑动方程

$$\begin{cases}\dot{x}=y,\\ \dot{y}=-Ax+PAx+f_0(t,x,y)+B(G_2B)^{-1}(G_1y+G_2\dot{y}).\end{cases}\tag{2.11}$$

令

$$\begin{cases}\bar{P}=B(G_2B)^{-1}G_1,\\ e(t)=z(t)-\bar{z}(t)=\begin{pmatrix}e_1(t)\\ e_2(t)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x(t)-\bar{x}(t)\\ y(t)-\bar{y}(t)\end{pmatrix},\\ v_1=(I-P)e_1,\\ v_2=e_2-(\bar{P}e_1+Pe_2).\end{cases}\tag{2.12}$$

则有

$$(I-P)^2=I-P,\ (I-P)P=0,\ (I-P)\bar{P}=0,\ (I-P)e_2=(I-P)v_2,\tag{2.13}$$

$$e(t)=\begin{pmatrix}0\\ \bar{P}e_1+Pe_2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}v_1\\ (I-P)v_2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}Pe_1\\ Pv_2\end{pmatrix}.\tag{2.14}$$

注意到对理想滑动模有 $\bar{S}=G_1\bar{x}+G_2\bar{y}=0$,而对实际滑动模有 $\|S\|\leqslant\delta$,从而有

$$\left\|\begin{pmatrix}0\\ \bar{P}e_1+Pe_2\end{pmatrix}\right\|_1=\|\bar{P}e_1+Pe_2\|=\|B(G_2B)^{-1}(G_1x+G_2y)\|$$
$$\leqslant\|B(G_2B)^{-1}\|\,\|S\|\leqslant\|B(G_2B)^{-1}\|\,\delta.\tag{2.15}$$

另一方面,由于 P,A 可交换,由(2.5),(2.11),(2.12),(2.13)知(2.14)中的第二项满足

$$\begin{cases}\dot{v}_1=(I-P)v_2,\\ (I-P)\dot{v}_2=-Av_1+f_0(t,x,y)-f_0(t,\bar{x},\bar{y}).\end{cases}\tag{2.16}$$

因此(2.16)之解可表示为

$$\begin{pmatrix}v_1\\ (I-P)v_2\end{pmatrix}=T(t)\begin{pmatrix}v_{10}\\ (I-P)v_{20}\end{pmatrix}+\int_0^t T(t-\tau)\begin{pmatrix}0\\ f_0(\tau,x,y)-f_0(\tau,\bar{x},\bar{y})\end{pmatrix}\mathrm{d}\tau,\tag{2.17}$$

其中 $T(t)$是引理 2 中的酉算子半群,而初值 $v_{10}=(I-P)(x_0-\bar{x}_0)$;$v_{20}=(I-P)(y_0-\bar{y}_0)-\bar{P}(x_0-\bar{x}_0)$,显然由 $\|z(0)-\bar{z}(0)\|\leqslant \mathrm{d}\delta$ 知存在常数 a_1 使得

$$\left\|\begin{pmatrix}v_{10}\\ (I-P)v_{20}\end{pmatrix}\right\|_1\leqslant a_1\delta.\tag{2.18}$$

因此由(2.17),(2.18)及条件 3)知

$$\left\|\begin{pmatrix}v_1\\ (I-P)v_2\end{pmatrix}\right\|_1\leqslant a_1\delta+L\int_0^t\|e(\tau)\|_1\mathrm{d}\tau.\tag{2.19}$$

其中 L 是 Lipschitz 常数. 同样(2.14)中的第三项满足

$$\begin{cases} P\dot{e}_1 = Pe_2, \\ P\dot{v}_2 = 0. \end{cases} \tag{2.20}$$

因此也存在正数 a_2, L_2 使得

$$\left\| \begin{pmatrix} Pe_1 \\ Pv_2 \end{pmatrix} \right\|_1 \leqslant a_2\delta + L_2\int_0^t \| e(\tau) \|_1 \mathrm{d}\tau. \tag{2.21}$$

于是由(2.14),(2.15),(2.19),(2.21)即知存在正数 a_3, L_3 使得

$$\| e(t) \|_1 \leqslant a_3\delta + \int_0^t L_3 \| e(\tau) \|_1 \mathrm{d}\tau. \tag{2.22}$$

由 Gronwall 不等式即知定理结论成立.

定理 1 表明对于二阶非线性分布参数系统,等效控制法也是适用的,也即在综合时可以将理想滑动方程视为实际滑动模的近似方程,通过选取适当的有界算子 G_1, G_2 使得理想滑动方程的解是渐近稳定的,有关综合问题可参阅文[7,8,11]等.

在定理 1 中,如果初值 $z(0), \bar{z}(0) \overline{\in} D(M)$,由于 $D(M)$ 在 H 中稠密,因此存在 $z_n(0)$, $\bar{z}_n(0) \in D(M)$,使得 $z_n(0) \to z(0)$, $\bar{z}_n(0) \to \bar{z}(0)$ $(n \to \infty)$,记 $\bar{z}_n(t), z_n(t)$ 为(2.5),(2.7)的解,则相应地有

$$\| z_n(t) - \bar{z}_n(t) \|_1 \leqslant h\delta, \quad (h > 0).$$

因此有 $\lim\limits_{n\to\infty} \| z_n(t) - \bar{z}_n(t) \|_1 \leqslant h\delta$,从而只要 $z_n(t), \bar{z}_n(t)$ 极限存在,则定理 1 结论也成立.

3　有限维近似问题

由于实际滑动方程(2.7)是一无限维非线性分布参数系统,一般情况下,很难得到状态的解析表达式,因此为了确定系统的状态近似值,往往采用有限维近似方法,例如 Galerkin 逼近法、有限元法等,以设计系统的控制器. 但是对非线性分布参数系统而言,目前还未见到此种近似方法的合理性条件. 以下将证明在适当条件下,我们可以用一有限维集中参数系统的状态去逼近无限维非线性分布参数系统的状态,从而将无限维的分布参数系统控制问题转化为一有限维的集中参数近似系统的控制问题.

以下设 V 是可分的 Hilbert 空间,V^* 是 V 的共轭空间,为方便起见,我们视 V 与 V^* 为等同,也即把 V 中的元素 x 与 V^* 中的下列元素

$$(fx, y) = (x, y), \quad y \in V$$

视为等同. 又设 A 是 V 中稠定的自共轭正定线性算子;$g(t,x,y)$ 是 $[0,T] \times V \times V \to V$ 的强连续函数且满足下列条件:

i) $g(t) = g(t,0,0) \in L^2([0,T], V)$,

ii) $\| g(t,x^1,y^1) - g(t,x^2,y^2) \| \leqslant L(\| x^1 - x^2 \| + \| y^1 - y^2 \|)$, $x^i, y^i \in V$, $i = 1,2$.

则有

定理 2　在上述条件下,初值问题

$$\begin{cases} \ddot{x} + Ax = g(t,x,\dot{x}), \\ x(0) = x_0,\ \dot{x}(0) = y_0,\ x_0 \in D(A),\ y_0 \in D(A^{1/2}) \end{cases} \tag{3.1}$$

存在唯一解 $x \in C([0,T], V)$, $\dot{x} \in C([0,T], V)$.

证 由引理 2 知，$M=\begin{pmatrix}0 & I\\ -A & 0\end{pmatrix}$是线性算子酉半群 $T(t)=e^{tM}(t\geqslant 0)$的无限小生成元，由文[12]第 16 页的定理 14 及 Gronwall 不等式即知定理结论成立. 下面我们给出定理 2 的另一种解的构造性形式的证明：

由 V 的可分性及 $D(A^{1/2})\supset D(A)$，$\overline{D(A)}=V$ 知，存在标准正交基$\{\varphi_i\in D(A)\,|\,i=1,\cdots,\}$，使得由其有限线性组合所组成的子空间 $V_0=\text{span}\{\varphi_i\,|\,i=1,\cdots,\}$在 V 中稠密，以下列形式确定 r 阶近似解

$$x_r=\sum_{i=1}^{r}p_{ri}\varphi_i. \tag{3.2}$$

其中 $p_{ri}=p_{ri}(t)$是下列常微分方程组初值问题的解

$$\begin{cases}\ddot{p}_{ri}+\sum\limits_{j=1}^{r}(A\varphi_j,\varphi_i)p_{rj}=(g(t,x_r,\dot{x}_r),\varphi_i),\\ p_{ri}(0)=k_{ri},\quad \dot{p}_{ri}(0)=e_{ri}.\end{cases} \tag{3.3}$$

因为 $D(A)\times D(A^{1/2})$在 H 中是稠密的(见文[9]第六章第十一节)，因此可取初值 k_{ri},e_{ri}满足

$$\lim_{r\to\infty}\left\|\begin{pmatrix}\sum\limits_{i=1}^{r}k_{ri}\varphi_i-x_0\\ \sum\limits_{i=1}^{r}e_{ri}\varphi_i-y_0\end{pmatrix}\right\|_1=0. \tag{3.4}$$

由常微分方程组解的存在性知(3.3)存在唯一解 $p_{ri}(i=1,\cdots,r)$，并且 p_{ri}有连续的二阶导数.

将(3.3)两端同乘以 $\dot{p}_{ri}$，并求和可得

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\dot{x}_r,\dot{x}_r)+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(Ax_r,x_r)=2(g(t,x_r,\dot{x}_r),\dot{x}_r). \tag{3.5}$$

由 A 的正定性及 $g(t,x,y)$的条件知

$$(Ax,x)\geqslant a\|x\|^2,\quad x\in D(A),\quad (a>0), \tag{3.6}$$

$$\|g(t,x,y)\|\leqslant\|g(t)\|+L(\|x\|+\|y\|). \tag{3.7}$$

积分(3.5)，并由(3.7)及 Schwarz 不等式知

$$\begin{aligned}&\|\dot{x}_r(t)\|^2+(Ax_r(t),x_r(t))\\ &\leqslant\|\dot{x}_r(0)\|^2+(Ax_r(0),x_r(0))+2\int_0^t[\|g(\tau)\|+L(\|x_r\|+\|\dot{x}_r\|)]\|\dot{x}_r\|\mathrm{d}\tau\\ &\leqslant\|\dot{x}_r(0)\|^2+(Ax_r(0),x_r(0))+\int_0^t[\|g(\tau)\|^2+L\|x_r\|^2+(3L+1)\|\dot{x}_r\|^2]\mathrm{d}\tau.\end{aligned}$$

由 Gronwall 不等式即知

$$\|\dot{x}_r(t)\|^2+(Ax_r(t),x_r(t))\leqslant c_2(c_1+\|\dot{x}_r(0)\|^2+(Ax_r(0),x_r(0)). \tag{3.8}$$

其中

$$c_1=\int_0^T\|g(\tau)\|^2\mathrm{d}\tau,\quad c_2=e^{T\max(3L+1,L/a)}. \tag{3.9}$$

因此由(3.4)，(3.6)及(3.8)知存在常数 K 使得

$$\|\dot{x}_r(t)\|^2+a\|x_r(t)\|^2\leqslant\left\|\begin{pmatrix}x_r(t)\\ \dot{x}_r(t)\end{pmatrix}\right\|_1\leqslant K. \tag{3.10}$$

另一方面,对任意正整数 $m>r$,由(3.3)及(3.5)可得

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\dot{x}_r-\dot{x}_m,\dot{x}_r-\dot{x}_m)+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(A(x_r-x_m),x_r-x_m)$$
$$=2(g(t,x_r,\dot{x}_r)-g(t,x_m,\dot{x}_m),\dot{x}_r-\dot{x}_m). \tag{3.11}$$

由于 $g(t,x,y)$满足 Lipschitz 条件,利用(3.5)～(3.9)类似的推导可知

$$\left\|\begin{pmatrix}x_r(t)-x_m(t)\\ \dot{x}_r(t)-\dot{x}_m(t)\end{pmatrix}\right\|_1\leqslant c_2\left\|\begin{pmatrix}x_r(0)-x_m(0)\\ \dot{x}_r(0)-\dot{x}_m(0)\end{pmatrix}\right\|_1. \tag{3.12}$$

于是$\left\{\begin{pmatrix}x_r\\ \dot{x}_r\end{pmatrix}\right\}_1^\infty$是 H 中的基本列,从而其极限存在.显然由(3.12)知

$$\lim_{r\to\infty}\begin{pmatrix}x_r(t)\\ \dot{x}_r(t)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x(t)\\ \dot{x}(t)\end{pmatrix}\quad 关于\ t\in[0,T]一致成立. \tag{3.13}$$

此外,由(3.3)可得

$$\left\|\begin{pmatrix}x_r(t)-x_r(t_0)\\ \dot{x}_r(t)-\dot{x}_r(t_0)\end{pmatrix}\right\|_1=2\left|\int_{t_0}^t(g(\tau,x_r(\tau),\dot{x}_r(\tau)),\dot{x}_r(t)-\dot{x}_r(t_0))\mathrm{d}\tau\right|$$
$$=2\left|\int_{t_0}^t[\|g(\tau)\|^2+L(\|x_r(\tau)\|+\|\dot{x}_r(\tau)\|)]\|\dot{x}_r(t)-\dot{x}_r(t_0)\|\mathrm{d}\tau\right|. \tag{3.14}$$

因此由(3.10)及 $g\in L^2([0,T],V)$知,$\left\{\begin{pmatrix}x_r\\ \dot{x}_r\end{pmatrix}\right\}_1^\infty$是等度连续的.于是由下列关系式

$$\left\|\begin{pmatrix}x(t)-x(t_0)\\ \dot{x}(t)-\dot{x}(t_0)\end{pmatrix}\right\|_1\leqslant\left\|\begin{pmatrix}x(t)-x_r(t)\\ \dot{x}(t)-\dot{x}_r(t)\end{pmatrix}\right\|_1+\left\|\begin{pmatrix}x_r(t)-x_r(t_0)\\ \dot{x}_r(t)-\dot{x}_r(t_0)\end{pmatrix}\right\|_1+\left\|\begin{pmatrix}x_r(t_0)-x(t_0)\\ \dot{x}_r(t_0)-\dot{x}(t_0)\end{pmatrix}\right\|_1$$

和(3.13)及等度连续性即知 $x\in C([0,T],V)$,$\dot{x}\in C([0,T],V)$.

利用 $g(t,x,y)$的连续性及文[10]定理 4.2 类似的证明可知 $x(t)$是(3.1)的解并且是唯一的.　证毕.

从定理 2 的证明过程可以看出,$g(t,x,y)$只需在 H 的有界区域上满足 Lipschitz 条件即可.特别地,如果 A 是具有离散谱点的稠定的正定线性算子,则此时可取 A 的特征函数列$\{\varphi_i|i=1,\cdots,\}$为 V 的一组正交基,因此(3.3)转化为下列比较简单的常微分方程组的初值问题

$$\begin{cases}\ddot{p}_{ri}+\lambda_i p_{ri}=(g(t,x_r,\dot{x}_r),\varphi_i), & i=1,\cdots,r,\\ p_{ri}(0)=k_{ri}, \quad \dot{p}_{ri}(0)=e_{ri}.\end{cases} \tag{3.15}$$

其中 λ_i 是对应于 φ_i 的特征值,由(3.15)即可得到系统(3.1)的近似解 $x_r=\sum_{j=1}^r p_{rj}\varphi_j$.

由文[2,8]等知,对于柔性机器人系统,定理 1 与定理 2 的条件是满足的.

4　结束语

本文给出了二阶分布参数系统的滑动模近似定理及有限维逼近方法,通过用等效控制来补充定义系统在 $S=0$ 上的值,消除了系统(2.1)在 $S=0$ 上的不确定性,从而得到了描述系统实际运行动态性质的近似方程,以便设计切换流形使系统的滑动模具有良好的动态品质,从系统(2.7)及理想滑动方程(2.5)初值问题解的连续可微假设可以减弱为弱解意义下的解存在.当然,由于控制在切换流形上的不连续性,如何保证在用等价控制补

充定义 u 在切换流形上的值后，所对应的系统解(强解或弱解)存在唯一，尚需进一步探讨.

参 考 文 献

[1] Orlov, Yu. V. and Utkin, V. I.. Sliding Mode Control in Indefinite-Dimensional Systems, Automatica, 1987, 23(6): 753—757

[2] Luca, D. A. and Siciliano, B.. Trajectory Control of a Nonlinear One-Link Flexible Arm. Int. J. Control, 1989, 50(5):1699—1715

[3] Yeung, K. S. and Chen, Y. P.. Sliding Mode Controller Design of a Single-Link Flexible Manipulator under Gravity. Int. J. Control, 1990, 52(1):101—117

[4] Pazy, A.. Semigroups of Linear Operators and Applications to Partial Differential Equations. Springer-Verlag, 1983

[5] 高为炳. 变结构控制理论基础. 北京:中国科学技术出版社,1990

[6] 高为炳,程勉,曾文陵. 柔性空间飞行器的变结构控制. 航空学报,1988,9(5):274—280

[7] 胡跃明,周其节. 抛物型分布参数系统的变结构控制. 控制理论与应用,1991,8(1):38—42

[8] 王康宁. 分布参数控制系统. 北京:科学出版社,1986

[9] 夏道行等. 实变函数论与泛函分析. 下册,北京:人民教育出版社,1978

[10] 王耀东. 偏微分方程的 L^2 理论. 北京:北京大学出版社,1989

[11] Hu, Y. M. and Zhou, Q. J.. New Variable Structure Schemes for Distributed Parameter Control Systems. Advances in Modeling & Simulations, 1991, 23(1):49—56

[12] Haraux, A.. Nonlinear Evolution Equations-Global Behavior of Solutions. Springer-Verlag, 1981

Variable Structure Control of Second-Order Distributed Parameter Systems

HU Yuemin and ZHOU Qijie

(Department of Automation, South China University of Technology · Guangzhou, 510641, PRC)

Abstract: The variable structure control problem of second-order distributed parameter systems in Hilbert space is studied in this paper. The existence conditions of sliding mode are obtained; The approximation method is also given. It provides theoretical basis for the variable structure control of nonlinear distributed parameter systems such as flexible manipulators.

Key words: distributed parameter systems; variable structure control; finite-dimensional approximation

本文作者简介

胡跃明 1960年生. 1985年安徽大学研究生毕业后,分配至安徽经济管理学院任教,1988年至1991年在华南理工大学攻读博士学位,毕业后留校任教,现在主要从事分布参数控制系统,非线性系统理论,变结构控制理论及广义系统的鲁棒性控制等方面的科研与教学工作.

周其节 1931年生. 1951年毕业于中山大学,1955年哈尔滨工业大学研究生毕业. 现为广州华南理工大学自动化系教授,博士生导师. 主要研究领域为非线性系统理论,线性系统理论,自适应控制系统,变结构控制系统及机器人与控制,近年来发表了有关论文六十余篇.