

## 热轧流水线离散事件动态系统最优化

张迪生 何志明 梁启宏 吴沧浦

(北京理工大学自动控制系, 100081)

**摘要:** 本文从随机服务系统理论<sup>[1]</sup>的观点研究热轧流水线 DEDS 及其最优化问题。通过对现场操作与生产调度情况的了解以及对实际生产数据的统计分析, 研究了轧制节奏和调整时间对设备作业率、产量以及拥挤现象等方面的影响。建立了以提高产量和减少碰撞为目标的随机服务系统最优化的数学模型。给出了系统解析模型的一种特殊形式和模拟结果。此工作对整个生产线的调度管理有实际意义。

**关键词:** 轧机; 离散事件动态系统; 最优化

### 1 引言

太钢五轧厂热轧流水线如图1所示。该生产线同时生产卷板(简称A)和中板(简称B)两种产品。每种产品中包括多种坯料规格、材质和成品规格。在所研究的热轧流水线调度最优化问题中, 重点研究节奏控制

问题, 即通过对加热炉中A和B的出炉比例和相继出炉时间的控制, 使生产率提高, 同时尽量避免轧件碰撞。

### 2 生产过程的数学描述

加热炉的出钢过程是一个受控过程。任一时刻  $t_k$ , 加热炉出 A 或出 B 以及相继出钢的时间间隔  $\Delta t_k$  是由控制  $u(t_k)$  给出, 即

$$u(t_k) = \begin{bmatrix} u^1(t_k) \\ u^2(t_k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{出钢种类} \\ \Delta t_k = t_{k+1} - t_k \end{bmatrix}.$$

出钢后, A 或 B 再经定长时间  $C^{(n)}$  的辊道传送时间便输入到 1 号服务台。

A 或 B 在三台轧机上的服务时间相互独立, 均服从向右移的负指数分布<sup>[2]</sup>; 它们的分布函数为  $B^{(n)}(t)$

$$B^{(n)}(t) = \begin{cases} 0, & t < t_n^{(n)}, \\ 1 - e^{-\mu_n^{(n)}(t-t_n^{(n)})}, & t \geq t_n^{(n)}. \end{cases}$$

式中  $\mu$  表示服务台服务 A 或 B 的平均服务速率;  $t_n^{(n)}$  表示第 n 号服务台服务 A 或 B 的服务时间分布函数中的右移因子;  ${}^{(n)}$  表示 A 或 B,  $n=1, 2, 3$ 。

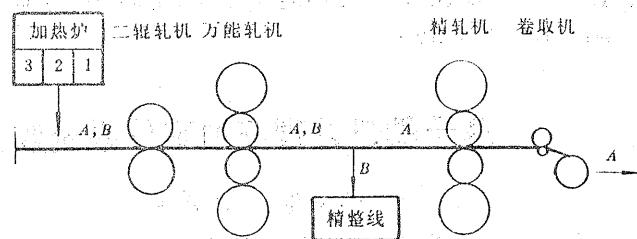


图 1 热轧流水线示意图

顾客在辊道上以等速传输,以  $C_n^0$  表示  $A$  和  $B$  在 3 台轧机前的辊道上的传送时间。

### 3 随机服务系统模型<sup>[3,4]</sup>

#### 3.1 总系统和子系统框图

总系统和子系统框图见图 2, 系统的状态表示见表 1。

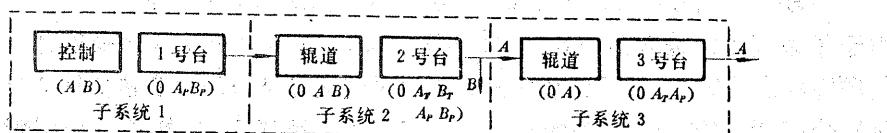


图 2 系统框图

表 1 系统的状态表示

序号	$X_k^1$				$X_k^2$				$X_k^3$			
	$x_{k(1)}^1$	$x_{k(2)}^1$	$x_{k(3)}^1$	$x_{k(4)}^1$	$x_{k(1)}^2$	$x_{k(2)}^2$	$x_{k(3)}^2$	$x_{k(4)}^2$	$x_{k(1)}^3$	$x_{k(2)}^3$	$x_{k(3)}^3$	
1	$A 0$	0	0	0	0 0	0	0	0	0 0	0	0	0
2	$B 0$	$A_c$	$A_c$	$A$	$A 0$	$A_c$	$A_c$	$A$	$A 0$	$A$	$A$	$A$
3	$A A$	$A_T$	$A_T$	$B$	$B 0$	$A_T$	$A_T$	$B$	$0 A_T$			
4	$B A$	$A_P$	$A_P$		$0 A_T$	$B$	$B$		$A A_T$			
5	$A B$	$A_o$	$A_o$		$A A_T$				$0 A$			
6	$B B$	$B_c$	$B_c$		$B A_T$				$A A$			
7		$B_T$	$B_T$		$0 B_T$							
8		$B_P$	$B_P$		$A B_T$							
9		$B_o$	$B_o$		$B B_T$							
10					$0 A$							
11					$A A$							
12					$B A$							
13					$0 B$							
14					$A B$							
15					$B B$							

其中  $A_c$  或  $B_c$  表示输出的  $A$  或  $B$  位于下一个子系统的辊道上;  $A_T, B_T$  表示轧机服务  $A$  或  $B$  的时间  $t < t^0$ ;  $A_P, B_P$  表示轧机服务  $A$  或  $B$  的时间  $t \geq t^0$ , 且服从负指数分布;  $A_o$  或  $B_o$  表示输出的  $A$  或  $B$  从下一个子系统输出。因为子系统间相互独立, 将总系统分解为 3 个子系统。

#### 3.2 系统的状态表示与状态转移概率的建立

令  $x_{k(1)}^n$  表示  $t_k$  时刻子系统  $n$  的状态;  $x_{k(2)}^n, x_{k(3)}^n$ , 或  $x_{k(2)}^2, x_{k(3)}^3$  表示  $t_k$  时刻子系统 1 或 2 的输出顾客位于子系统 2 或 3 的不同位置上;  $x_{k(4)}^1, x_{k(4)}^2, x_{k(3)}^3$  则表示  $t_{k-1}$  至  $t_k$  时间内子系统 1, 2, 3 中的碰撞情况。 $t_k$  时刻各子系统的广义状态  $X_k^n$  表示子系统  $n$  的辊道和轧机上的实

际状态,同时表示子系统  $n$  在  $t_{k-1}$  至  $t_k$  时间内输出的顾客到  $t_k$  时刻位于子系统  $n+1$  的不同位置上,还表示有无碰撞顾客.因此状态转移概率为

$$\begin{aligned} P\{X_{k+1}|X_k, U_k\} &= P\{(X_{k+1}^1, X_{k+1}^2, X_{k+1}^3) | (X_k^1, X_k^2, X_k^3), U_k\} \\ &= P\{(x_{k+1(1)}, x_{k+1(2)}, x_{k+1(3)}, x_{k+1(4)}; x_{k+1(1)}^2, x_{k+1(2)}^2, x_{k+1(3)}^2, x_{k+1(4)}^2; x_{k+1(1)}^3, x_{k+1(2)}^3, x_{k+1(3)}^3) | \\ &\quad (x_{k(1)}, x_{k(2)}, x_{k(3)}, x_{k(4)}; x_{k(1)}^2, x_{k(2)}^2, x_{k(3)}^2, x_{k(4)}^2; x_{k(1)}^3, x_{k(2)}^3, x_{k(3)}^3), U_k\}. \end{aligned}$$

由于子系统 1 的输入是受控的.在推导  $P\{X_{k+1}|X_k, U_k\}$  中需区分服务台 1 上正在被服务的顾客的出炉时刻,以区别被轧机服务的时间变量是服从向右移负指数分布还是服从负指数分布.因此需用  $t_k$  时刻的  $x_{k(1)}, x_{k(4)}$ .如果出现碰撞事故,需将输入的顾客调出系统.因此,输入的顾客不会影响原子系统的状态转移.根据这一特点以及各子系统相互独立的假设,可分别计算各子系统的状态转移概率,其中,子系统 2 和 3 是计算无输入情况下的状态转移,各子系统状态转移概率的乘积便是总系统的状态转移概率,即

$$\begin{aligned} P\{X_{k+1}|X_k, U_k\} &= P\{x_{k+1(1)}, x_{k+1(2)}, x_{k+1(3)}, x_{k+1(4)} | x_{k(1)}, x_{k(4)}, U_k\} \\ &\quad \cdot P\{x_{k+1(1)}^2, x_{k+1(2)}^2, x_{k+1(3)}^2, x_{k+1(4)}^2 | x_{k(1)}, U_k\} P\{x_{k+1(1)}^3, x_{k+1(2)}^3, x_{k+1(3)}^3 | x_{k(1)}, U_k\}. \end{aligned}$$

其中  $X_{k+1}^n$  或  $X_{k+1}^y$  表示无输入情况下的转移状态.

### 3.3 决策变量的选取

在决策变量  $\Delta t$ (出炉调整时间)的取值上,需考虑下一决策时刻或后一顾客进入 1 号台时,1 号台服务时间进入服从负指数分布,以保证无后效应性.

### 3.4 系统的状态转移概率的部分推导

1) 设子系统 1 的初始状态为 3, 即  $x_{k(1)}^1 = (A, A)$ , 表示辊道和轧机上各有一个  $A$ .以此为例,给出部分状态转移概率的推导公式以说明计算思路.

$$P\{(1, 1, 0, 0) | (3, 0), u_k^1 = A\} = P\{\xi_1^1 + C_2^1 > t, \xi_1^1 \leq t\}.$$

其中随机变量  $\xi$  服从向右移的负指数分布.上式表示子系统 1 的初始状态为 3 且无碰撞,  $t_k$  时刻决定加热炉出  $A$ , 状态转移到 1, 无碰撞, 前面顾客由子系统 1 输出到子系统 2 的辊道上.

$$P\{(1, 1, 0, 0) | (3, \bar{0}), u_k^1 = A\} = P\{\eta_1^1 + C_2^1 > \Delta t_k, \eta_1^1 \leq t_k\}.$$

其中  $\bar{0}$  表示有碰撞.随机变量  $\eta$  服从负指数分布.上式表示子系统 1 在  $t_{k-1}$  至  $t_k$  间隔内有碰撞时状态转移到 1 的概率.

$$P\{(1, 0, 1, 0) | 3, u_k^1 = A\} = P\{\xi_1^1 + C_1^1 + C_2^1 > \Delta t_k, \xi_1^1 + C_1^1 \leq \Delta t_k\}$$

表示由状态 3 转到 1, 且  $t_{k-2}$  时刻的顾客输出到子系统 2 的辊道上.因此,由状态 3 转移到 1, 子系统 1 中无碰撞, 加热炉出  $A$ , 输出  $A$  两个顾客在子系统 2 中碰撞的状态转移概率为

$$\begin{aligned} P\{(1, 1, 1, 0) | 3, u_k^1 = A\} &= (P\{(1, 1, 0, 0) | (3, 0), u_k^1 = A\} \\ &\quad + P\{(1, 1, 0, 0) | (3, \bar{0}), u_k^1 = A\}) P\{(1, 0, 1, 0) | 3, u_k^1 = A\}. \end{aligned}$$

2) 子系统 2 和 3 的状态转移概率推导基本上是按照下面给出的通用公式形成的.图 3 说明状态转移概率的推导公式.

图中  $s$  表示辊道上的时间变量, 表示决策时刻轧件正处于辊道上, 该轧件需经  $s$  秒传送

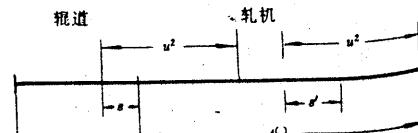


图 3 轧机和辊道上的时间变量示意图

到轧机;  $s'$  表示轧机上的时间变量, 表示决策时刻轧件已被轧机服务的时间进入距  $t^{(0)}$  的终点为  $u^2$  时间区间内的时问长度为  $s'$  秒.

设  $C \leq \Delta t_k \leq t^{(0)}$ , 则

$$P\{A_c, A_T\} \rightarrow (0, A_T) = \int_0^C \frac{S}{t^{(0)}} \frac{ds}{C} \int_0^{s'} \mu e^{-\mu s'} ds'.$$

其中  $(A_c, A_T)$  表示初始状态为辊道上有  $A$ , 轧机上的  $A$  被服务的时间服从向右移负指数分布. 上式表示由  $(A_c, A_T)$  转移到  $(0, A_T)$  且无碰撞的转移概率. 而

$$P\{A_c, A_T\} \rightarrow (0, A_P) = \int_0^C \frac{S}{t^{(0)}} \left(1 - \int_0^{s'} \mu e^{-\mu s'} ds'\right) \frac{ds}{C}.$$

则表示由  $(A_c, A_T)$  转移到  $(0, A_P)$  且有碰撞的转移概率. 当  $\Delta t > C + t^{(0)}$  以及  $C$  或  $t^{(0)} < \Delta t \leq C + t^{(0)}$  的条件, 状态转移概率的推导与上面的推导类同.

### 3.5 目标函数

令  $W_A, W_B$  表示每块  $A$  或  $B$  的重量;

$W(X_{k+1} | X_k, U_k)$  由  $W_A$  和  $W_B$  的不同组合来确定, 表示由  $X_k$  转移到  $X_{k+1}$  的系统产量;

$L(X_{k+1} | X_k, U_k)$  表示由  $X_k$  转移到  $X_{k+1}$  的系统碰撞次数之和.

平均生产量的目标函数为

$$f_1(i) = \max_j \left[ \sum_j P(j|i, u) W(j|i, u) + \sum_j P(j|i, u) f_1(j) \right].$$

平均碰撞次数的目标函数为

$$f_2(i) = \min_j \left[ \sum_j P(j|i, u) L(j|i, u) + \sum_j P(j|i, u) f_2(j) \right].$$

## 4 系统解析模型的一种特殊形式及其解

为了直观地分析不同的轧制节奏对系统特性的影响, 便于对随机模拟结果进行分析, 我们推导出在某一特定服务原则下, 不同轧制节奏下的碰撞概率、碰撞次数及其它指标值的解析模型的一种特殊形式. 这一特定服务原则是: 根据 1 号台的服务状态(忙期和闲期), 按照  $1 : 1 \sim 1 : K$  (服务一块  $A$  和  $K$  块  $B$ ) 的服务节奏和不同的调整时间  $\Delta_A$  和  $\Delta_B$  决定  $A$  或  $B$  出炉.

### 4.1 碰撞概率的推导

1) 服务台 1 至服务台 2 之间  $A$  碰  $B$  的概率  $P_{AB}$ ,  $B$  碰  $B$  的概率  $P_{BB}$ ,  $B$  碰  $A$  的概率  $P_{BA}$  分别为

$$P_{AB} = P\{\xi_1^A - \xi_1^B \leq \Delta_{A_B} + C_1^A + C_2^B - C_2^B\},$$

$$P_{BB}^N = P\{(N+1)\xi_1^B - \xi_2^B \leq -N(\Delta_B + C_1^B)\},$$

$$P_{BA} = P\{\xi_1^B - \xi_2^A \leq -(\Delta_B + C_1^B + C_2^A - C_2^A)\}.$$

式中  $0 < N \leq K-1$  表示  $B$  碰撞  $B$  的块数.

2) 2~3 号服务台间  $A$  碰  $A$  的概率  $P_{AA}$

$$P_{AA}^N = P\{N(K\xi_1^B + \xi_1^A) - \xi_3^A \leq -N[K(\Delta_B + C_1^B) + C_1^A + \Delta_A]\}.$$

### 4.2 碰撞次数的计算

碰撞次数包括服务台 1 和服务 2 之间出现  $B$  碰  $A$  的块数  $N_{BA}$ ,  $B$  碰  $B$  的块数  $N_{BB}$  和  $A$  碰  $B$  的块数  $N_{AB}$ , 还包括服务台 2 和 3 之间  $A$  碰  $A$  的块数  $N_{AA}$ , 计算公式如下

$$N_{AB} = P_{AB}N'_B/K,$$

$$N_{BA} = P_{AB}(N'_B - N_{AB}K)/K,$$

$$N_{BB} = N'_{BB} + (P_{BB}^1P_{BB}^2 + P_{BB}^1P_{BB}^2P_{BB}^3 + \dots + P_{BB}^1P_{BB}^2\dots P_{BB}^N)[N'_B(K-1)/K].$$

式中

$$N'_{BB} = \frac{N'_B(K-1)P_{BB}(1-P_{BB}^1P_{BB}^2-\dots-P_{BB}^1P_{BB}^2\dots P_{BB}^N)}{K(1+P_{BB}^1(1-P_{BB}^1P_{BB}^2-\dots-P_{BB}^1P_{BB}^2\dots P_{BB}^N))},$$

$$N_{AA} = N'_{AA} + (P_{AA}^1P_{AA}^2 + P_{AA}^1P_{AA}^2P_{AA}^3 + \dots + P_{AA}^1P_{AA}^2\dots P_{AA}^N)(N'_B/K - N_{AB}),$$

$$N'_{AA} = (N'_B/K - N_{AB}) \times \frac{(1-P_{AB})P_{AA}^1[1-(1-P_{AB})P_{AA}^1-\dots-(1-P_{AB})P_{AA}^1\dots P_{AA}^N]}{1-[(1-P_{AB})P_{AA}^1]^2(1+P_{AA}^2+P_{AA}^2P_{AA}^3+\dots+P_{AA}^2P_{AA}^3\dots P_{AA}^N)}.$$

#### 4.3 数量指标的计算

在考虑了系统中的碰撞现象后, 得到如下结果: 系统服务  $A$  和  $B$  的块数  $N_A$  和  $N_B$ , 单位小时产量  $W_A$  和  $W_B$ , 服务台的忙期和闲期的累积值  $Z_n$  和  $R_n$ , 以及服务台的服务效率  $Q_n, n=1, 2, 3$ , 这些结果的精度由 Ergodic 理论保证。计算公式如下:

考虑碰撞现象时服务  $A$  和  $B$  的实际块数  $N_A$  和  $N_B$  分别为:

$$N_A = N'_B/K - N_{AB} - N_{BB},$$

$$N_B = N'_B - N_{BA} - N_{BB}.$$

未发生碰撞现象时  $Z$  时间内系统服务  $B$  的块数  $N'_B$  为

$$N'_B = \frac{Z}{E(\xi_1^A) + A_1 + C_1^A + K(E(\xi_1^B) + A_B + C_1^B)}.$$

单位时间卷板产量  $W_A$  和中板产量  $W_B$

$$W_A = N_A E(\omega_A)/Z,$$

$$W_B = N_B E(\omega_B)/Z.$$

$$\text{服务台 1 的忙期 } Z_1 = N_B E(\xi_1^B) + N_A E(\xi_1^A),$$

$$\text{服务台 2 的忙期 } Z_2 = N_B E(\xi_2^B) + N_A E(\xi_2^A),$$

$$\text{服务台 3 的忙期 } Z_3 = N_A E(\xi_3^A),$$

$$\text{服务台 1 的闲期 } R_1 = Z - Z_1,$$

$$\text{服务台 2 的闲期 } R_2 = Z - Z_2,$$

$$\text{服务台 3 的闲期 } R_3 = Z - Z_3.$$

$$Q_n = Z_n/(Z_n + R_n), \quad n = 1, 2, 3.$$

式中  $E(\omega_A), E(\omega_B)$  为卷板、中板重量的均值;  $E(\xi_n^A), E(\xi_n^B)$  为服务台  $n$  服务  $A$  或  $B$  时间的均值。

根据上面的计算公式, 分别计算了在  $1:1\sim1:4$  节奏下, 整个生产线工作 8 个小时的数值结果, 见表 2。

表 2 由解析模型得到的部分结果

节奏	$\Delta A$	碰撞数	服务块数	年产量
1 : 1	0	131	261	68.6
	32	69	239	76.4
	64	51	211	69.2
1 : 2	0	76	276	72.2
	32	19	291	87.9
	64	6	273	84.6
1 : 3	0	45	296	75.8
	32	1	311	90.3
	64	1	289	83.0
1 : 4	0	36	300	74.8
	32	1	312	85.7
	64	1	291	80.2

表 3 由随机模拟得到的部分结果

节奏	$\Delta A$	碰撞数	服务块数	年产量
1 : 1	0	133	245	70.0
	32	75	237	75.2
	64	53	214	69.3
1 : 2	0	76	286	76.9
	32	25	291	85.9
	64	7	274	83.9
1 : 3	0	47	297	76.5
	32	0	315	90.9
	64	2	288	83.6
1 : 4	0	39	299	73.1
	32	1	313	87.0
	64	0	293	79.9

## 5 随机模拟与结果分析

根据以上的数学描述以及对决策变量和指标函数的确定原则,依照 4 中确定的服务原则,我们对该 DEDS 进行了随机模拟计算。模拟结束条件为 8 小时,模拟结果见表 3。模拟结果与解析结果的比较见图 4。

结果表明,1:3 节奏是最好的,在无碰撞的条件下,次最高产量为 103.8 吨/小时,此时  $\Delta_B = 0$ ,  $\Delta_A = 32$  秒。如果按照生产线的设备故障率为 40% 计算,比 1991 年的 48.5 万吨提高 12.4%。此时,三台轧机的作业率只有 49%,56% 和 68%。

由此看到,五轧厂轧机的潜力是相当大的,该厂改造的重点应放在加热炉、精整线和端卷等外围设备上。计算结果不仅确定最优轧制节奏,更重要的是可以直观的看到系统的主要指标(产量、效率、碰撞次数等)随加热炉的出炉调整时间的改变而变化的趋势。为实现整个生产线的计算机调度管理提供理论依据。

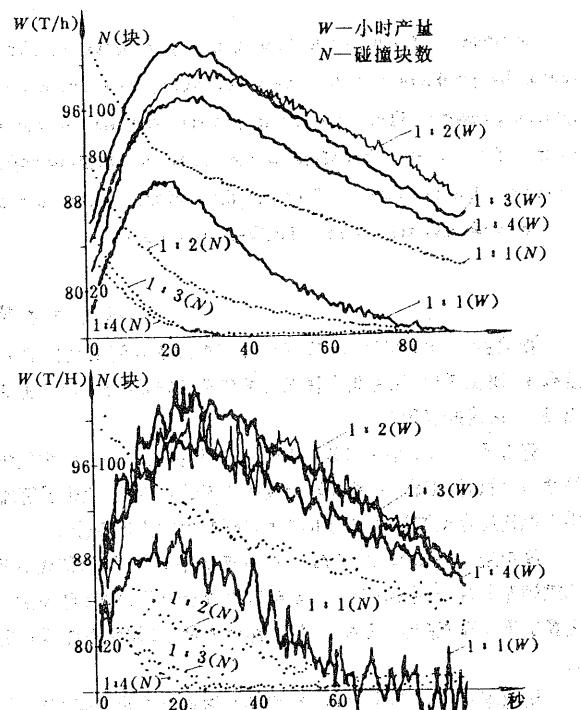


图 4 解析结果与仿真结果

## 参 考 文 献

- [1] 徐光辉.随机服务系统.北京:科学出版社,1984
- [2] 史宝华译.统计学导论.北京:科学出版社,1978
- [3] Ho, Y. C. etc.. A New Technique for the Analysis and Optimization of Queueing Networks. Harvard Univ. Division of Applied Science, 1982, 679
- [4] Yu, L. Neymart etc.. Speed of Procedures of Recurrent Optimization of Control of a Markov Process with Gains. AC, 1986

## The Optimization of Discrete Event Dynamical Serve System on a Hot Rolling Production Line

ZHANG Disheng, HE Zhiming, LIANG Qihong and WU Cangpu

(The Department of Automatic Control, Beijing Institute of Technology, Beijing, 100081, PRC)

**Abstract:** This paper deals with the optimization of discrete event dynamic systems (DEDS) typically represented by production system on a hot rolling production line. It studies the rolling pacing control problems by queueing theory. There the throughput rate and the collision accident are made to be dependent on the extracting pitch and the kind of hot slabs extracting from reheating furnace. The analytical mathematical model under some conditions has been given. Some of the optimal results have been adopted in actual production management.

**Key words:** hot rolling; DEDS; optimization

### 本文作者简介

**张迪生** 1951年生. 1975年毕业于东北工学院冶金自动化仪表专业, 1982年、1989年在北京理工大学获自控专业硕士、博士学位. 现为北京理工大学自动控制系副研究员. 主要研究领域包括冶金工业过程建模与计算机控制, 工业自动化, 最优控制等.

**何志明** 1955年生. 1978年至1982年在天津南开大学数学系学习, 1982年至1984年在北京理工大学自动控制系学习. 后留校工作. 主要兴趣为最优化理论与方法, 随机系统理论与应用, 概率论与随机过程, 数理统计等. 本人在教学上担任过自动控制系统的本科生与研究生的讲授工作.

**梁启宏** 1955年生. 1977年毕业于山东矿业学院, 留校讲授自动控制系统等课程; 1986年考入北京理工大学自动控制专业攻读硕士学位, 1988年转攻博士学位, 1991年毕业获工学博士学位. 现为北京理工大学自动控制系讲师. 主要从事计算机控制, 工业自动化, 最优控制, 非线性系统等方面的研究与教学工作. 是北京理工大学(青年)学科带头人.

**吴沧浦** 1932年生. 1952年清华大学本科毕业, 1962年中国科学院研究生毕业. 现任北京理工大学教授, 博士生导师. 主要研究领域为大系统控制与决策, 神经网络技术与智能控制等.