

多变量 V 规范型解耦控制系统设计

陈建勤 陈来九

(东南大学动力系·南京, 210018)

摘要: 本文提出多变量系统部分变量前置 V 型解耦, 部分变量后置 V 型解耦的设计方法, 并就某电厂三输入、三输出磨煤机系统, 设计解耦控制系统, 给出了仿真结果。

关键词: 多变量系统; 解耦控制; 过程控制

1 引言

多变量系统由于其各变量之间存在着耦合作用, 使得控制系统设计具有一定的困难。到目前为止, 尽管已有许多多变量控制系统设计方法, 但从工程实践来看, 实现多变量系统解耦控制仍是一种有效的方法, 而在解决多变量解耦控制时, 一个重要的结论是:^[1,2] 对于一个给定的 P 规范被控对象, 当采用 V 规范解耦结构时, 能使系统的解耦条件趋于简单。但是在采用 V 规范结构解耦时有可能出现解耦环节稳定性问题。本文旨在保证解耦环节稳定的条件下, 保留 V 规范解耦结构简单的优点, 采用多变量系统部分变量前置解耦, 部分变量后置解耦的方法, 来设计多变量控制系统。

2 部分变量 V 型解耦控制系统

设被控对象输入为 $U(s)$, 输出为 $Y(s)$, 输入输出关系为 $Y(s) = G(s)U(s)$, 其中传递矩阵 $G(s) = [g_{ij}(s)]_{n \times n}$, 这种描述方法称为 P 规范描述。而 V 规范解耦环节如图 1 所示, 其中解耦环节的前向通道 $F(s) = \text{diag}(f_1(s), f_2(s), \dots, f_n(s))$, 反馈通道 $V(s) = [v_{ij}(s)]_{n \times n}$, 而 $v_{ii}(s) = 0$, 输入为 $M(s)$, 输出为 $C(s)$ 。

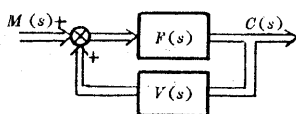


图 1 V 规范解耦环节

假定 $[I - F(s)V(s)]^{-1}$ 存在, 那么解耦环节输入与输出的关系为

$$\frac{C(s)}{M(s)} = [I - F(s)V(s)]^{-1}F(s).$$

对于 P 规范对象和 V 规范解耦环节, 视解耦环节的位置可分为前置解耦与后置解耦, 如图 2(a) 所示, 其中 $D_1(s)$ 是前置解耦环节, 或几个连续前置解耦环节之积, 而 $D_2(s)$ 是后置解耦环节, 或几个连续后置解耦环节之积, 它们都是 V 规范型的。图 2(a) 中其它部分分别是 $R(s)$: 控制器, $G(s)$: 被控对象, $X(s)$, $Y(s)$:

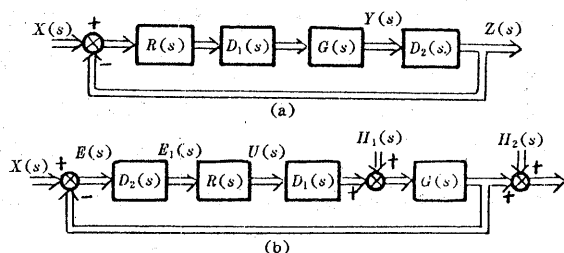


图 2 多变量控制系统结构图

闭环系统的输入与输出, $Z(s)$: 分析输出。图 2(a) 是分析系统, 图 2(b) 是实际系统。

在单独使用前置解耦环节 $D_1(s) = (I - F_1(s)V_1(s))^{-1}F_1(s)$ 时, 实现完全解耦要求: $G(s)D_1(s) = \text{diag}(g_1(s), g_2(s), \dots, g_n(s))$, 其中 $\text{diag}(g_1(s), g_2(s), \dots, g_n(s))$ 是要求解耦后的主对角元素, 综合上两式得

$$G(s)[I - F_1(s)V_1(s)]^{-1}F_1(s) = \text{diag}(g_1(s), g_2(s), \dots, g_n(s)),$$

或
$$V_1(s) = F_1^{-1}(s) - \text{diag}(g_1(s), g_2(s), \dots, g_n(s))^{-1}G(s).$$

根据 V 规范解耦环节各通道的结构要求得

$$\begin{cases} F_1(s) = \text{diag} \left[\frac{g_1(s)}{g_{11}(s)}, \frac{g_2(s)}{g_{22}(s)}, \dots, \frac{g_n(s)}{g_{nn}(s)} \right], \\ V_1(s) = [V_{ij}(s)]_{n \times n}, \quad v_{ij}(s) = -\frac{g_{ij}(s)}{g_i(s)} (i \neq j), \quad v_{ij}(s) = 0 (i = j). \end{cases} \quad (1)$$

特别地, 当解耦后主对角元为 $\text{diag}(g_{11}(s), g_{22}(s), \dots, g_{nn}(s))$ 时,

$$\begin{cases} F_1(s) = I, \\ V_1(s) = [V_{ij}(s)]_{n \times n}, \quad v_{ij}(s) = -\frac{g_{ij}(s)}{g_{ii}(s)} (i \neq j), \quad v_{ij}(s) = 0 (i = j), \end{cases} \quad (2)$$

或
$$V_1(s) = I - \text{diag}(g_{11}^{-1}(s), g_{22}^{-1}(s), \dots, g_{nn}^{-1}(s))G(s). \quad (3)$$

同样, 单独使用后置解耦环节 $D_2(s) = [I - F_2(s)V_2(s)]^{-1}F_2(s)$ 时, 可得解耦环节 $F_2(s), V_2(s)$

$$\begin{cases} F_2(s) = \text{diag} \left[\frac{g_1(s)}{g_{11}(s)}, \frac{g_2(s)}{g_{22}(s)}, \dots, \frac{g_n(s)}{g_{nn}(s)} \right], \\ V_2(s) = [V_{ij}(s)]_{n \times n}, \quad v_{ij}(s) = -\frac{g_{ij}(s)}{g_j(s)} (i \neq j), \quad v_{ij}(s) = 0 (i = j). \end{cases} \quad (4)$$

特别地, 当解耦后主对角元为 $\text{diag}(g_{11}(s), g_{22}(s), \dots, g_{nn}(s))$ 时,

$$\begin{cases} F_2(s) = I, \\ V_2(s) = [V_{ij}(s)]_{n \times n}, \quad v_{ij}(s) = -\frac{g_{ij}(s)}{g_{jj}(s)} (i \neq j), \quad v_{ij}(s) = 0 (i = j), \end{cases} \quad (5)$$

或
$$V_2(s) = I - G(s)\text{diag}(g_{11}^{-1}(s), g_{22}^{-1}(s), \dots, g_{nn}^{-1}(s)). \quad (6)$$

无论是前置解耦环节, 还是后置解耦环节, 其物理实现的条件是 $F_1(s), V_1(s), F_2(s), V_2(s)$ 中的各元素分子多项式次数不大于分母多项式次数. 这同时也给出了解耦时应选前置解耦还是后置解耦, 前置解耦按行处理, 后置解耦按列处理. 除此之外, 还要保证解耦环节的稳定性, 而解耦环节不稳定的原因是 $G^{-1}(s)$ 不存在, 或 $\det G(s)$ 的分子多项式不是稳定多项式. 因此, 当 $G(s)$ 奇异, 或 $\det G(s)$ 的分子多项式是不稳定多项式, 或解耦环节不满足物理实现条件时, 建议采用部分变量 V 规范解耦.

假定 $G(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix}$ 中 $G_{11}(s)$ 对应的 k 个输入 k 个输出对在采用 V 型前置解耦后, 满足实现条件, 且能使解耦环节稳定. 根据式 (2), (3), 解耦环节中前向通道 $F_1(s) = I$, 反馈通道 $V_1(s) = \begin{bmatrix} V_{11}(s) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$.

其中
$$V_{11}(s) = I - \text{diag}(g_{11}^{-1}(s), \dots, g_{kk}^{-1}(s))G_{11}(s).$$

因此解耦环节

$$D_1(s) = (I - V_1(s))^{-1} = \begin{bmatrix} G_{11}^{-1}(s) \text{diag}(g_{11}(s), \dots, g_{kk}(s)) & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad (7)$$

部分解耦后得等效对象

$$G(s)D_1(s) = \begin{bmatrix} \text{diag}(g_{11}(s), \dots, g_{kk}(s)) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s)G_{11}^{-1}(s)\text{diag}(g_{11}(s), \dots, g_{kk}(s)) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (8)$$

显然,经前置解耦 $D_1(s)$ 实现了 k 个输入输出对的解耦。

进一步,如果 $(G_{11}(s), G_{12}(s))$ 中 n 个输入 k 个输出变量对在采用前置解耦后,满足实现条件及稳定条件,那么可以采用 V 型前置解耦环节实现 n 个输入对 k 个输出的解耦。

设 V 型解耦环节中反馈通道为 $V_1(s) = \begin{bmatrix} V_{11}(s) & V_{12}(s) \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, 利用式(2), 式(3)可得

$$[V_{11}(s) \quad V_{12}(s)] = [I \quad 0] - \text{diag}[g_{11}^{-1}(s), \dots, g_{kk}^{-1}(s)][G_{11}(s) \quad G_{12}(s)], \quad (9)$$

因此,解耦环节

$$D_1(s) = [I - V_1(s)]^{-1} = \begin{bmatrix} G_{11}^{-1}(s) & -G_{11}^{-1}(s)G_{12}(s) \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{diag}(g_{11}(s), \dots, g_{kk}(s)) & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad (10)$$

这样, $G(s)$ 经前置解耦环节 $D_1(s)$ 后得

$$G(s)D_1(s) = \begin{bmatrix} \text{diag}(g_{11}(s), \dots, g_{kk}(s)) & 0 \\ G_{21}(s)G_{11}^{-1}(s)\text{diag}(g_{11}(s), \dots, g_{kk}(s)) & G_{22}(s) - G_{21}(s)G_{11}^{-1}(s)G_{12}(s) \end{bmatrix} \quad (11)$$

说明实现了 n 个输入对 k 个输出的解耦。

至此,还可以利用前置解耦环节继续对等效对象进行解耦设计。

同样,可以按式(5)单独采用后置解耦环节 $D_2(s)$ 对 $G(s)$ 进行解耦。但对于无法单独使用 $D_1(s)$ 或 $D_2(s)$ 实现解耦的对象 $G(s)$, 根据其具体情况,可同时用前置解耦和后置解耦,分别按行和按列对 $G(s)$ 进行解耦,其条件是要求所设计的解耦环节物理可实现且是稳定的。

现假定已用前置解耦 $D_1(s)$ 对 $G(s)$ 进行了上述 n 个输入对 k 个输出的解耦,并得到等效对象

$$\bar{G}(s) = G(s)D_1(s) = \begin{bmatrix} \text{diag}(g_{11}, \dots, g_{kk}) & 0 \\ \bar{G}_{21}(s) & \bar{G}_{22}(s) \end{bmatrix},$$

其中 $\bar{G}_{21}(s)$ 和 $\bar{G}_{22}(s)$ 分别按式(11)求得。如果 $\bar{G}(s)$ 满足解耦条件,那么可进一步采用后置解耦 $D_2(s)$ 对 $\bar{G}(s)$ 按列解耦。

利用式(5)得后置解耦环节 $F_2 = I, V_2(s) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ V_{21}(s) & 0 \end{bmatrix}$, 其中

$$V_{21}(s) = -\bar{G}_{21}(s)\text{diag}(g_{11}^{-1}(s), \dots, g_{kk}^{-1}(s)).$$

因此,后置解耦环节 $D_2(s)$ 为

$$D_2(s) = (I - V_2(s))^{-1} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ -\bar{G}_{21}(s)\text{diag}(g_{11}^{-1}(s), \dots, g_{kk}^{-1}(s)) & I \end{bmatrix}, \quad (12)$$

这样,用 $D_2(s)$ 对 $\bar{G}(s)$ 解耦后结果为

$$D_2(s)\bar{G}(s) = \begin{bmatrix} \text{diag}(g_{11}(s), \dots, g_{kk}(s)) & 0 \\ 0 & \bar{G}_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (13)$$

显然,在 n 个输入对 k 个输出解耦的基础上,通过 $D_2(s)$ 又实现了前 k 个输入对后 $n-k$ 个输出的解耦。

对于 $\bar{G}_{22}(s)$ 仍然可以判断它是否可以继续进行前置或后置 V 规范解耦。

3 解耦后多变量系统控制器设计

如图 2(a) 所示多变量控制系统, 采用解耦环节 $D_1(s)$ 和 $D_2(s)$ 实现完全解耦后, 等效对象已为对角阵, 即 $Q(s) = D_2(s)G(s)D_1(s) = \text{diag}(q_1(s), \dots, q_n(s))$. 设控制器为对角阵形式, $R(s) = \text{diag}(r_1(s), \dots, r_n(s))$, 那么每一路控制器 $r_i(s)$ 可以按等效单回路对象 $q_i(s)$ 进行设计, 因为每个回路的开环传递函数为 $q_i(s)r_i(s)$, 所以从输入 $X(s)$ 到输出 $Z(s)$ 的闭环传递函数为

$$\frac{Z(s)}{X(s)} = \text{diag}\left(\frac{q_i(s)r_i(s)}{1 + q_i(s)r_i(s)}\right)$$

在实际控制过程中, 一般采用实际输出与给定输入的偏差进行控制, 即构成图 2(b) 所示的多变量控制系统, 其中 $X(s), Y(s)$ 分别为输入输出变量, $E(s)$ 为偏差, $U(s)$ 为控制量, 这里 $X(s), Y(s), U(s), E(s)$ 都是向量.

由于 $D_2(s) = (I - V_2(s))^{-1}$, 故 $D_2(s) = I - V_2(s)$ 存在, 因此, 输入 $X(s)$ 与实际输出 $Y(s)$ 的关系为 (如 2(b) 所示)

$$\begin{aligned} \frac{Y(s)}{X(s)} &= (I + G(s)D_1(s)R(s)D_2(s))^{-1}G(s)D_1(s)R(s)D_2(s) \\ &= D_2^{-1}(s)\text{diag}\left(\frac{q_i(s)r_i(s)}{1 + q_i(s)r_i(s)}\right)D_2(s). \end{aligned}$$

这样, 多变量控制系统的稳定性由 $\text{diag}\left(\frac{q_i(s)r_i(s)}{1 + q_i(s)r_i(s)}\right)$ 决定. 因此此系统的控制器设计与图 2(a) 示系统的控制器设计相同.

4 磨煤机控制系统设计

某电厂球磨机系统输入输出关系为

$$\begin{bmatrix} T(s) \\ P(s) \\ \Delta P(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{0.77}{(80s+1)^3} & \frac{-0.1}{(60s+1)^3} & \frac{-1.03}{(110s+1)(80s+1)^2} \\ \frac{-1.6}{8s+1} & \frac{-0.54}{11s+1} & \frac{-0.12}{(60s+1)^3} \\ \frac{0.18}{20s+1} & \frac{0.256}{30s+1} & \frac{0.3}{(110s+1)^3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_k(s) \\ F_r(s) \\ F_c(s) \end{bmatrix}.$$

由于 $\frac{g_{12}(s)}{g_{11}(s)}, \frac{g_{13}(s)}{g_{11}(s)}$ 以及 $\frac{g_{21}(s)}{g_{22}(s)}, \frac{g_{23}(s)}{g_{22}(s)}$ 是物理可实现且稳定的, 而第三行 $\frac{g_{31}(s)}{g_{33}(s)}, \frac{g_{32}(s)}{g_{33}(s)}$ 是不可实现的, 因此可以用前置解耦环节 $D_1(s)$ 实现三个输入 F_k, F_r, F_c 对两个输出 T, P 的解耦. 按式(3)求得 V 规范前置解耦环节中的反馈通道

$$V(s) = \begin{bmatrix} 0 & 0.13 \frac{(80s+1)^3}{(60s+1)^3} & 1.34 \frac{80s+1}{110s+1} \\ -2.96 \frac{11s+1}{8s+1} & 0 & -0.22 \frac{11s+1}{(60s+1)^3} \\ \hline 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

由式(11)得经 $D_1(s)$ 前置解耦后的等效对象

$$\bar{G}(s) = G(s)D_1(s) = \begin{bmatrix} g_{11}(s) & 0 & 0 \\ 0 & g_{22}(s) & 0 \\ \bar{g}_{31}(s) & \bar{g}_{32}(s) & \bar{g}_{33}(s) \end{bmatrix}.$$

由于等效对象 $\bar{G}(s)$ 是下三角阵, 说明对象已被解耦, 因此, 可以不再继续对 $\bar{G}(s)$ 进行解耦。现分别以等效对象主对角元素 $g_{11}(s)$, $g_{22}(s)$, $\bar{g}_{33}(s)$ 按单回路控制器设计方法^[3]设计控制器 $R(s) = \text{diag}((1 + \frac{1}{180s}), \frac{1}{1.8}(1 + \frac{1}{30s}), \frac{1}{0.9}(1 + \frac{1}{80s}))$, 构成如图 2(b) 所示实际多变量控制系统, 这里后置解耦环节用单位阵代替, 系统稳定性由三个单回路决定。图 3 是控制系统仿真结果, I, II, III 分别代表输出变量 T , P , ΔP , 它们是在温度、压力、差压三个给定输入同时作单位阶跃变化时的响应曲线。

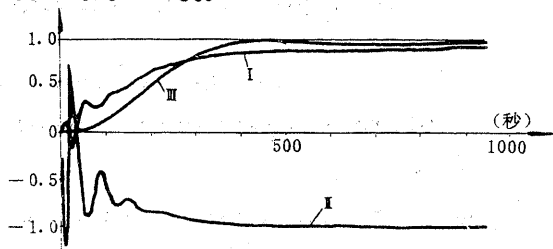


图 3 磨煤机控制系统仿真结果

5 结 论

本文解决了 V 规范解耦环节可能产生不稳定的问题。提出了多变量系统可以同时采用前置和后置 V 型解耦环节对部分变量进行解耦的设计方法, 并设计了三输入三输出磨煤机控制系统, 给出了仿真结果, 验证了此方法的有效性、正确性。

参 考 文 献

- [1] 刘晨晖. 多变量过程控制系统解耦理论. 北京: 水利电力出版社, 1984
- [2] 王永初. 解耦控制系统. 四川科学技术出版社, 1985
- [3] 陈来九. 热工过程自动调节原理和应用. 北京: 水利电力出版社, 1982

Design of Multivariable Control Systems by Decoupling Method of the V-Norm Type

CHEN Jianqin and CHEN Laijiu

(Department of Power Engineering, Southeast University • Nanjing, 210018, PRC)

Abstract: As for multivariable plants described by the usual P-norm type, it is simpler to decouple plants with a decoupling part of the V-norm type, but it is possible that the decoupling part may be unstable. This paper proposes the design method of decoupling some variables of a plant with a decoupling part of the V-norm type before the plant and others with another decoupling part of the V-norm type behind plant, to obtain a complete decoupled system as much as possible in condition of the open-loop system stable. Concerning the 3-input and 3-output ball mill system of a power plant, the decoupling control system is designed and its simulation result shown.

Key words: multivariable systems; decoupling control; process control

本文作者简介

陈建勤 1963 年生, 1987 年于华北电力学院北京研究生部硕士毕业, 现在东南大学动力系攻读博士学位, 主要从事过程控制方面的理论与应用研究工作。

陈来九 1929 年生, 1952 年 8 月毕业于厦门大学机械工程系, 现为东南大学动力系教授, 博士生导师, 中国动力工程学会自动控制专业委员会主任委员, 能源部高等学校热能动力类专业教学委员会主任委员, 长期从事热工过程自动化领域的教学和研究工作, 目前主要研究工作为多变量控制理论和模糊系统理论在过程控制中的应用等。