第10卷第4期 1993年8月
控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS
Vol. 10, No. 4 Aug., 1993

鲁棒对角优势及在多变量系统鲁棒设计中应用*

庞国仲　刘　军　向有敏
(中国科学技术大学自动化系·合肥,230026)

摘要：本文基于多变量系统奈氏阵列设计方法和鲁棒对角优势保证系统鲁棒稳定的结论,提出一种多变量系统鲁棒设计方法,该方法设计的鲁棒预补偿器使广义对象在一定摄动范围内严格符合鲁棒对角优势定义,因而系统一定是鲁棒稳定的. 该方法具有保守性小,设计的控制器简单,易于工程实现等优点. 用该方法对一参数不确定性工业对象进行了鲁棒系统设计,结果令人满意.

关键词：对角优势；鲁棒设计；不确定性系统

1 引　言

文献[1]首次给出了鲁棒对角优势定义,文献[2]给出了对角优势系统鲁棒稳定条件. 文献[3]深入研究鲁棒对角优势与鲁棒稳定性之间的关系,得出了保守性小,具有一般意义的鲁棒对角优势保证鲁棒稳定的结论. 在此基础上,本文提出一种鲁棒系统设计方法,该方法具有保守性小,控制器简单,保证系统是鲁棒稳定等优点.

2 鲁棒对角优势与鲁棒稳定性关系

考虑图1所示摄动系统,其中 $Q(s)\in C^{m\times m}$ 为正则有理传递函数矩阵,$F=\underset{1\leqslant i\leqslant m}{\mathrm{diag}}\{f_i\}$,$f_i\in R$ 为对角反馈增益矩阵,$\Delta(s)\in C^{m\times m}$ 为对于 $Q(s)$ 的结构性加法摄动. 设 $\Delta(s)$ 是稳定的,且在如下意义下有界

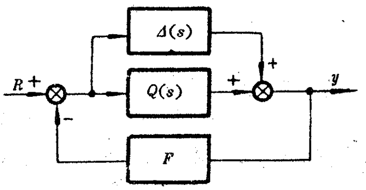


图 1　摄动系统

$|\Delta_{ij}(s)|\leqslant|r_{ij}(s)|<\infty,\ (i,j=1,2,\cdots,m),\ s\in D.$

即对于非负矩阵

$$|\Delta(s)|=(|\Delta_{ij}(s)|),|R(s)|=(|r_{ij}(s)|),$$

满足

$$|\Delta(s)|\leqslant|R(s)|,s\in D.$$

定义 1[1]　鲁棒对角优势:若$(F^{-1}+Q(s))$在D上为行或列对角优势,且满足

$$|f_i^{-1}+q_{ii}(s)|-|\Delta_{ii}(s)|>\sum_{\substack{j\neq i}}^{m}(|q_{ij}(s)|+|\Delta_{ij}(s)|),\quad(i,j=1,2,\cdots,m),\tag{1}$$

或

$$|f_i^{-1}+q_{ii}(s)|-|\Delta_{ii}(s)|>\sum_{\substack{j\neq i}}^{m}(|q_{ji}(s)|+|\Delta_{ji}(s)|),\quad(i,j=1,2,\cdots,m).\tag{2}$$

则称图1所示系统为行或列鲁棒对角优势.

---

* 国家自然科学基金资助课题.
本文于1991年9月20日收到. 1993年5月29日收到修改稿.

定理 1[3] 在图 1 所示摄动系统中，若满足

1）名义闭环系统稳定；

2）$(F^{-1}+Q(s))$在 $s\in D$ 上为行或列对角优势；

3）定义矩阵

$$B(s)=\begin{pmatrix} |f_1^{-1}+q_{11}(s)| & -|q_{12}(s)| & \cdots & -|q_{1m}(s)| \\ -|q_{21}(s)| & |f_2^{-1}+q_{22}(s)| & \cdots & -|q_{2m}(s)| \\ \vdots & \vdots & & \\ -|q_{m1}(s)| & -|q_{m2}(s)| & \cdots & |f_m^{-1}+q_{mm}(s)| \end{pmatrix}.$$

若系统按定义 1 在 $s\in D$ 上为鲁棒对角优势，则图 1 所示摄动系统为鲁棒稳定.

基于鲁棒对角优势定义，定理 1 和奈氏阵列设计方法，提出一种鲁棒系统设计方法.

3 鲁棒系统设计方法

1)从已知对象的一组传递函数矩阵 $G_k(s)(1\leqslant k\leqslant n_1)$中确定名义传递函数矩阵$G_m(s)$，其方法如下：

1° 从 $G_k(s)(1\leqslant k\leqslant n_1)$中选取典型模型作为 $G_m(s)$；

2° 根据最优模型选取准则，构造 $G_m(s)$使它与诸 $G_k(s)(1\leqslant k\leqslant n_1)$的误差模型的变差最小；

3° 作 $G_k(s)(1\leqslant k\leqslant n_1)$各元素 $g_{kij}(s)$的单位阶跃响应曲线，求出算术平均值，拟合出 $G_m(s)$.

2）采用鲁棒准优势化算法设计鲁棒预补偿器 $K_R(s)$，补偿后名义系统传递函数矩阵为

$$Q_m(s)=G_m(s)K_R(s). \tag{3}$$

摄动传递函数矩阵为

$$\Delta_k(s)=(G_k(s)-G_m(s))K_R(s)=\Delta G_k(s)K_R(s),\quad (1\leqslant k\leqslant n_1). \tag{4}$$

取反馈增益矩阵 $F=\operatorname*{diag}_{1\leqslant i\leqslant m}\{f_i\}$. 按定义 1 检验摄动系统是否为鲁棒对角优势.

3）用单变量频域方法设计控制器 $K_c(s)=\operatorname*{diag}_{1\leqslant i\leqslant m}\{k_{ci}(s)\}$使名义系统不仅稳定，而且有良好性能.

4）作诸系统的单位阶跃响应，检验系统是否鲁棒稳定，各项性能是否满足设计要求.

4 鲁棒准优势化算法

设鲁棒预补偿器传递函数矩阵为 K_R，摄动系统开环传递函数阵为 $Q_k(s)=G_k(s)K_R$，其逆为

$$\hat{Q}_k(s)=\hat{K}_R\hat{G}_k(s)=(\hat{q}_{kij}(s))_{m\times m}. \tag{5}$$

由给定的 n_1 个对象传递函数矩阵，在系统工作频率范围内选取 n_2 个频率点，定义目标函数

$$J_r=\sum_{k=1}^{n_1}\sum_{l=1}^{n_2}C_{kl}\Big(\sum_{j=1}^{m}|\hat{q}_{krj}|^2-|\hat{q}_{krr}|^2\Big). \tag{6}$$

其中 C_{kl}为加权系数，取约束条件为

$$|q_{mrr}(\omega_0)|^2=1,\quad \omega_0\in(\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_{n_2}). \tag{7}$$

用求极值方法，可以求出鲁棒预补偿矩阵 K_R.

5 设计实例

控制对象为某化工厂的自然通风的大型加热炉. 它是一个两输入两输出多变量系统，输出量分别为炉出口介质温度和烟气中氧含量，相应的输入量为燃油压力和烟道档板开度. 机理分析和试验表明，它具有明显非线性和缓慢时变特性，对其采取线性化处理，因而加热炉是一个参数不确定的多变量线性系统. 在不同时间和不同工况下用试验方法建模，得到三个不同的数学模型.

加热炉具有明显时延特性，试验测得的数学模型中含有较大的时延. 采用 Smith 预估技术对名义模型作准确补偿，而对其它模型只作近似补偿，采用 Smith 预补偿后的对象的传递函数矩阵分别为

$$G_1(s)=\begin{bmatrix}\dfrac{0.6}{2400s^2+85s+1} & \dfrac{-0.1}{3360s^2+110s+1}\\ \dfrac{-1.1}{70s+1} & \dfrac{0.6}{80s+1}\end{bmatrix},$$

$$G_2(s)=\begin{bmatrix}\dfrac{0.6}{2400s^2+85s+1} & \dfrac{-0.04}{3000s^2+90s+1}\\ \dfrac{-1.1}{70s+1} & \dfrac{0.3}{70s+1}\end{bmatrix},$$

$$G_3(s)=\begin{bmatrix}\dfrac{0.4}{3800s^2+120s+1} & \dfrac{-0.1}{3000s^2+70s+1}\\ \dfrac{-0.87}{50s+1} & \dfrac{0.5}{60s+1}\end{bmatrix}.$$

用本文提出的鲁棒系统设计方法设计加热炉控制系统.

选取 $G_2(s)$ 为对象名义传递函数矩阵.

用鲁棒准优势化算法，对 $G_1(s)$，$G_2(s)$ 和 $G_3(s)$ 设计出鲁棒预补偿器为

$$K_R=\begin{pmatrix}1.0 & -2.2\\ 1.98 & 1.0\end{pmatrix},$$

于是名义系统传递函数矩阵为

$$Q_m(s)=G_2(s)K_R.$$

其摄动传递函数矩阵分别为

$$\Delta_1(s)=(G_1(s)-G_2(s))K_R,\quad \Delta_2(s)=(G_3(s)-G_2(s))K_R.$$

取反馈增益矩阵 F 为单位阵，即

$$F=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}.$$

根据鲁棒对角优势定义，检验系统是否为鲁棒对角优势. 首先绘制出在系统工作频率内名义系统的 $[F^{-1}+Q_m(s)]$ 的优势度曲线，如图2(a)所示. 再按式(1)绘制出摄动系统(摄动分别为 $\Delta_1(s)$ 和 $\Delta_2(s)$)的优势度曲线，如图2(b)和(c)所示. 可见该摄动系统为鲁棒对角优势的.

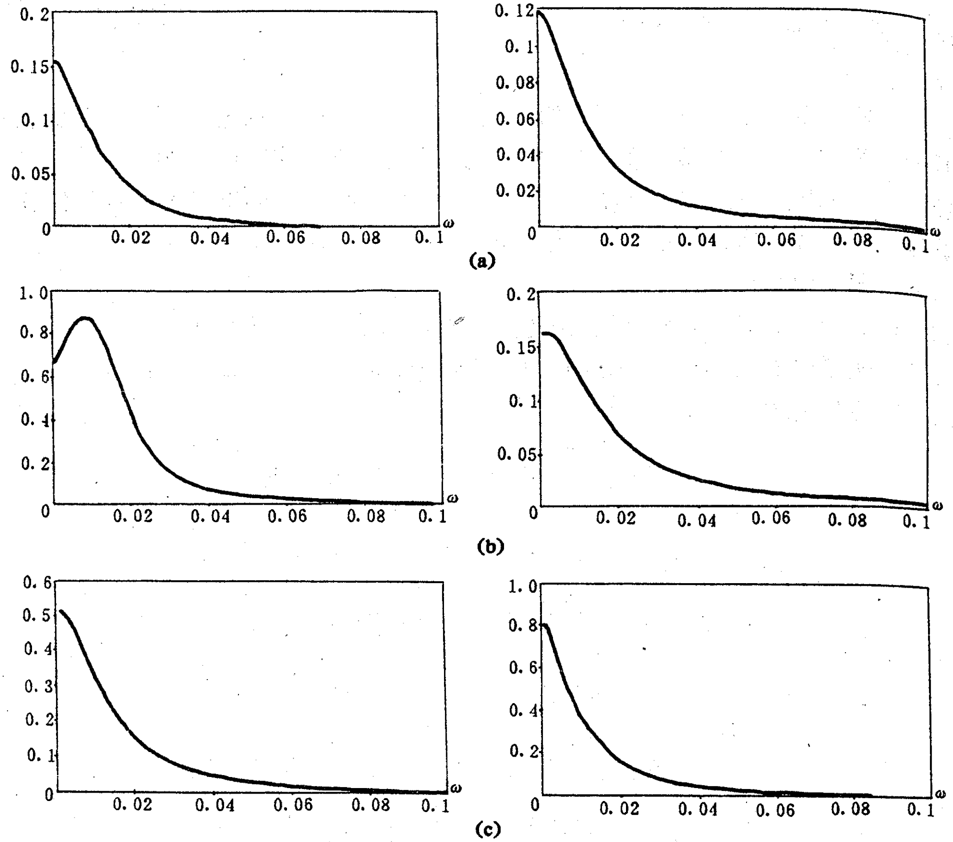


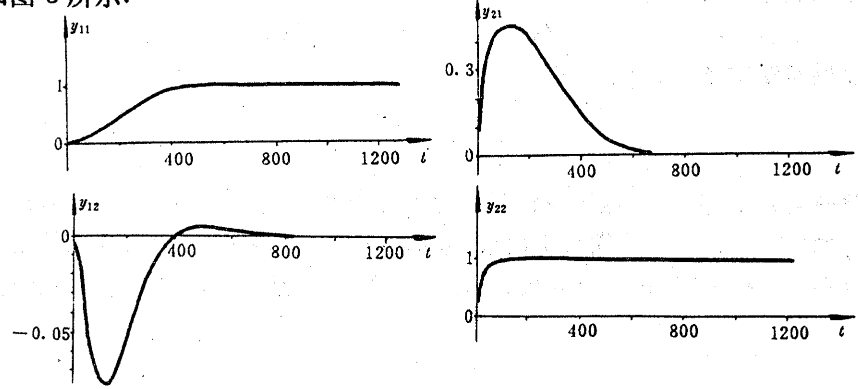
图 2 鲁棒对角优势曲线

对名义系统模型，用单变量系统理论设计控制器

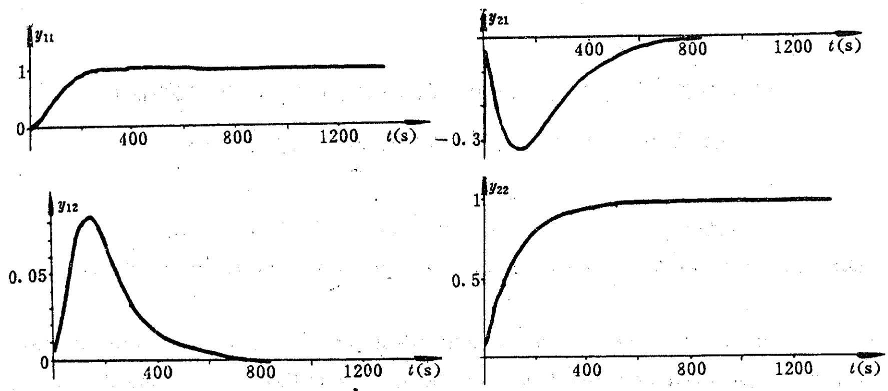
$$K_c(s)=\begin{bmatrix}0.825+\dfrac{0.016}{s} & 0\\ 0 & 3.84+\dfrac{0.04}{s}\end{bmatrix},$$

使名义系统不仅稳定，而且有良好的性能.

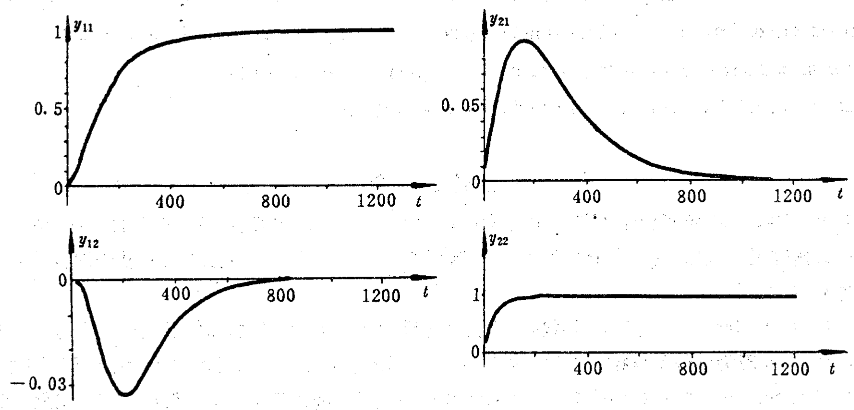
由定理 1 可知，该系统为鲁棒稳定的. 为检验系统的性能，作诸系统的闭环单位阶跃响应，如图 3 所示.



(a) $G_1(s)$的闭环系统单位阶跃响应



(b) $G_2(s)$的闭环系统单位阶跃响应



(c) $G_3(s)$的闭环系统单位阶跃响应

图 3　闭环系统单位阶跃响应

从图中可以看出，该系统鲁棒稳定，而且名义系统和摄动系统关联都比较小，具有良好的瞬态性能和稳态性能. 因而，该系统具有良好鲁棒性能.

6 讨　论

用本文提出的鲁棒设计方法和相应的鲁棒准优势化算法，对一具有较大摄动实际工业对象实现了鲁棒系统设计，系统鲁棒稳定，而且鲁棒性能良好，表明鲁棒解耦理论具有实用价值.

参 考 文 献

[1] Arkun, Y., Manousiouthakis, B. and Putz, P.. Robust Nyquist Array Methodology: A New Theoretical Framework for Analysis and Design of Robust Multivariable Feedback Systems. Int. J. Control, 1984, 40(4):603—629

[2] Yeung, L. F. and Bryant, G. F.. Robust Stability of Diagonally Dominant Systems. Proc. IEE, 1984, 131(6):253—260

[3] 庞国仲，陈振跃. 鲁棒稳定性和鲁棒对角优势的关系. 自动化学报，1992, 18:273—281

Robust Diagonal Dominance and Application in Multivariable System Robust Design

PANG Guozhong, LIU Jun and XIANG Youmin
(Department of Automation, University of Science and Technology of China, Hefei, 230026, PRC)

Abstract: Based on Nyquist Array method of multivariable system and the conclusion that robust diagonal dominance of a system guarantees its robust stability, a robust design method for multivariable system is presented in this paper. The robust precompensator which is designed by this method makes the generalized plant to conform the definition of robust diagonal dominance strictly within some perturbed range, so system is certainly stable. The method has advantages of less conservatism, simple controller and easy to implement in engineering. The results of robust design for an industrial plant with parameter uncertainty are satisfactory.

Key words: diagonal dominance; robust design; uncertainty system

本文作者简介

庞国仲 1948 年生. 1963 年毕业于中国科学技术大学,并留校任教. 现为教授. 从事控制理论,控制工程,控制系统计算机辅助设计研究工作. 已表发学术论文四十余篇,撰写了三本书,有四项科研成果分别获中国科学院,中国石化总公司和安徽省科技进步奖.

刘 军 1965 年生. 1989 年毕业于中国科学技术大学自动化系,1992 年获本校控制理论与应用硕士学位,曾两次获本校张宗植奖学金. 现为中国科学技术大学计算机软件博士研究生. 主要从事计算机控制理论与应用的研究.

向有敏 1966 年生. 1989 年毕业于中国科学技术大学自动化系,1992 年获本校控制理论与应用硕士学位,曾获本校郭沫若奖学金. 现在 IBM 合资公司工作.