

受限机器人运动的自适应控制*

蔡刚强 周其节

(华南理工大学自动化系·广州, 510641)

摘要: 本文基于[4]中对受限机器人运动方程的变换, 给出了一种自适应控制方案, 使得在系统某些参数未知的情况下, 机器人末端操纵器的位置运动及其与刚性、无摩擦的工作环境之间的接触力渐近趋于期望值, 本文中的仿真例子验证了给出的自适应控制方案的有效性。

关键词: 机器人; 受限运动; 自适应控制; 跟踪

1 引言

在机器人的工业应用中, 很多时候, 机器人末端操纵器必须与环境接触, 如装配、抛光等, 这种接触将使机器人末端操纵器和环境之间产生反作用力, 此时, 控制的任务往往不仅要控制机器人末端操纵器的位置, 而且还必须控制末端操纵器对环境作用力的大小。控制这种接触力的目的主要在于: 1) 避免由于接触而使机器人或环境造成损坏; 2) 维持一定的接触力以保持末端操纵器与环境不脱离接触; 3) 得到为完成某项任务所必需的接触力。

当机器人末端操纵器与工作环境发生接触时, 如果接触的环境是刚性的, 那么末端操纵器不能任意运动, 而是运动受限的, Hemami 和 Wyman^[1]第一次涉及到机器人的这种受限运动。近年来, 有较多的文献研究了受限机器人运动的控制问题。如[2~5]等, 文中一般都假设接触环境是无摩擦的。文献[2, 3]给出了受限机器人运动的数学模型, 基于这种模型, [4, 6, 7]给出了一些同时控制力和位置的方案, 特别是[4], 利用了一种非线性变换, 并且将约束嵌入到运动方程中, 使受限系统降阶为一个不受限的子系统, 而接触力与约束面上的运动之间的关系被建立在一组代数方程之中。

本文基于[4]的结果, 讨论了在某些参数未知的情况下, 受限机器人运动的控制问题, 给出了一个自适应控制方案, 证明了给出的控制方法将使机器人末端操纵器的运动及其与环境之间的作用力渐近趋于期望值。本文的主要结果在第3节。

2 受限机器人的运动方程及其变换^[4]

对于机器人末端操纵器与刚性、无摩擦的工作环境接触, 考虑接触力, 有如下运动方程(1), (2), (3):

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = u + f. \quad (1)$$

这里 $q \in \mathbb{R}^n$ 是关节空间的关节位移向量, $u \in \mathbb{R}^n$ 是关节空间的广义力控制输入, $M(q)$ 是 n

* 本课题得到高等学校博士点专项科研基金资助。

本文于1991年12月18日收到。

$\times n$ 对称正定质量矩阵, $C(q, \dot{q})$ 有关离心力和哥氏项向量, $G(q)$ 是 $n \times 1$ 重力项向量, $f \in R^n$ 是关节空间的广义接触力向量.

设 $p \in R^n$ 为机器人末端操纵器在作业空间的广义位置向量, 对末端操纵器的约束定义为 $\theta(p) = 0$, 这里约束函数 $\theta: R^n \rightarrow R^m$. 根据代数方程 $p = H(q)$, 这里 $H: R^n \rightarrow R^n$ 是可逆映射, 可以将约束表示为

$$\Phi(q) = 0. \quad (2)$$

这里 $\Phi(q) = \theta(H(q))$, 而

$$f = J^T(q)\lambda. \quad (3)$$

这里 $\lambda \in R^m$ 是广义 Lagrange 乘子向量, T 代表转置.

$$J(q) = \frac{\partial \Phi(q)}{\partial q}. \quad (4)$$

已经证明, 如果 [2] 中给出的条件被满足, 那么, 对于任一 $(q(0), \dot{q}(0)) \in S$, (1), (2), (3) 存在唯一解 q 满足

$$(q, \dot{q}) \in S.$$

这里

$$S = \{(q, \dot{q}) : \Phi(q) = 0, J(q)\dot{q} = 0\}.$$

假设: 存在一个开集 $V \subset R^{n-m}$ 和一个函数 $\Omega: V \rightarrow R^m$ 使

$$\Phi(\Omega(q_2), q_2) = 0, \quad \forall q_2 \in V. \quad (5)$$

如果 $\text{rank} J(q) = m$, 那么根据隐函数定理, 对某个 $V = R^{n-m}$, (5) 式成立. 定义非线性变换

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = X(q) = \begin{bmatrix} q_1 - \Omega(q_2) \\ q_2 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

它是可微的并有可微逆变换

$$q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = Q(x) = \begin{bmatrix} x_1 + \Omega(x_2) \\ x_2 \end{bmatrix}.$$

设逆变换的雅可比矩阵为 $T(x)$, 则

$$T(x) = \frac{\partial Q(x)}{\partial x} = \begin{bmatrix} I_m & \frac{\partial \Omega(x_2)}{\partial x_2} \\ 0 & I_{n-m} \end{bmatrix}. \quad (7)$$

那么, 方程 (1), (2) 被变换为

$$E_1 \bar{M}(x_2) E_2^T \ddot{x}_2 + E_1 \bar{C}(x_2, \dot{x}_2) E_2^T \dot{x}_2 + E_1 \bar{G}(x_2) = E_1 T^T(x_2) u + E_1 T^T(x_2) f, \quad (8)$$

$$E_2 \bar{M}(x_2) E_2^T \ddot{x}_2 + E_2 \bar{C}(x_2, \dot{x}_2) E_2^T \dot{x}_2 + E_2 \bar{G}(x_2) = E_2 T^T(x_2) u, \quad (9)$$

$$x_1 = 0. \quad (10)$$

这里

$$\bar{M}(x^2) = T^T(x_2) M[Q(x_2)] T(x_2), \quad (11)$$

$$\bar{C}(x_2, \dot{x}_2) = T^T(x_2) \{C[Q(x_2), T(x_2)\dot{x}_2] T(x_2) + M[Q(x_2)] T(x_2)\}, \quad (12)$$

$$\bar{G}(x^2) = T^T(x_2) G[Q(x_2)], \quad (13)$$

$$E_1 = [I_m, 0], E_2 = [0, I_{n-m}] \text{ 分别为 } m \times n \text{ 和 } (n-m) \times n \text{ 矩阵.}$$

在 (9) 式中用到了 $E_2 T^T(x_2) f = 0$ 这个事实.

3 受限机器人运动的自适应控制

我们考虑受限机器人的一般跟踪问题, 控制的任务是: 给定 q_d, f_d , 它们满足

$$\Phi(q_d) = 0, \text{ 即 } q_{1d} = \Omega(q_{2d}), \quad f_d = T^T \lambda_d,$$

使对任意初始状态 $(q(0), \dot{q}(0)) \in S$, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $q \rightarrow q_d, f \rightarrow f_d$.

因为 $q_1 = \Omega(q_2)$, 所以为实现跟踪, 我们只需找到一控制律使 $t \rightarrow \infty$ 时, $q_2 \rightarrow q_{2d}$ (也即 $x_2 \rightarrow x_{2d}$), $f \rightarrow f_d$.

设 θ 为一 p 维适当选择的机器人和负荷参数向量, 那么由附录知

$$\bar{M}(x_2)E_2^T \ddot{x}_2 + \bar{C}(x_2, \dot{x}_2)E_2^T \dot{x}_2 + \bar{G}(x_2) = \varphi(x_2, \dot{x}_2, \ddot{x}_2)\theta. \quad (14)$$

$$(8) \text{ 式左边} = E_1 \varphi(x_2, \dot{x}_2, \ddot{x}_2)\theta \triangleq Y_1(x_2, \dot{x}_2, \ddot{x}_2)\theta, \quad (15)$$

$$(9) \text{ 式左边} = E_2 \varphi(x_2, \dot{x}_2, \ddot{x}_2)\theta \triangleq Y_2(x_2, \dot{x}_2, \ddot{x}_2)\theta, \quad (16)$$

以下我们假设 θ 未知, 设 $\hat{\theta}$ 为其估值. $\bar{M}(x_2), \bar{C}(x_2, \dot{x}_2), \bar{G}(x_2)$ 的估值分别用 $\hat{M}(x_2), \hat{C}(x_2, \dot{x}_2), \hat{G}(x_2)$ 表示, 而

$$(\tilde{\cdot}) \triangleq (\cdot) - (\cdot).$$

定理 采用如下自适应控制律:

$$\dot{\hat{\theta}} = -\Gamma^{-1}(\Phi^T B^T P z + \frac{1}{2}\varphi^T \varepsilon), \quad (17)$$

$$u = (T^T)^{-1} \hat{M} E_2^T (\ddot{x}_{2d} - K_V \dot{e} - K_P e) + \hat{C} E_2^T \dot{x}_2 + \hat{G} - J^T \lambda_d, \quad (18)$$

将使 $t \rightarrow \infty$ 时, $x_2 \rightarrow x_{2d}, \dot{x}_2 \rightarrow \dot{x}_{2d}, f \rightarrow f_d$.

这里

$$\Phi = (E_2 \hat{M} E_2^T)^{-1} Y_2, \quad \Gamma = \Gamma^T > 0, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2(n-m) \times (n-m)},$$

$$e = x_2 - x_{2d}, \quad z = \begin{bmatrix} e \\ \dot{e} \end{bmatrix}.$$

K_V, K_P 为 $(n-m)$ 阶对角阵, 其对角元素均大于零, 设 $A \triangleq \begin{bmatrix} 0 & I \\ -K_P & -K_V \end{bmatrix}$, 则 P 为对给定的 $Q = Q^T > 0$, 满足: $A^T P + PA + Q = 0$ 的唯一正定解.

$$\varepsilon = \varphi \tilde{\theta} = \varphi \hat{\theta} - \varphi \theta = \varphi \hat{\theta} - (T^T u + T^T f).$$

证 将 (18) 式代入 (9) 式, 得

$$\begin{aligned} E_2 \bar{M} E_2^T \ddot{x}_2 + E_2 \bar{C} E_2^T \dot{x}_2 + E_2 \bar{G} = & -E_2 \bar{M} E_2^T (\ddot{e} + K_V \dot{e} + K_P e) \\ & + E_2 \hat{M} E_2^T \ddot{x}_2 + E_2 \hat{C} E_2^T \dot{x}_2 + E_2 \hat{G}. \end{aligned} \quad (19)$$

考虑到 (16) 式, 则上式可写成

$$E_2 \hat{M} E_2^T (\ddot{e} + K_V \dot{e} + K_P e) = Y_2 \tilde{\theta}. \quad (20)$$

也即

$$\ddot{e} + K_V \dot{e} + K_P e = \Phi \tilde{\theta}. \quad (21)$$

将上式写成状态方程

$$\dot{z} = Az + B\Phi \tilde{\theta}. \quad (22)$$

定义李雅普洛夫函数为

$$V = z^T P z + \tilde{\theta}^T \Gamma \tilde{\theta},$$

对 V 求导数得

$$\begin{aligned}\dot{V} &= -z^T Q z + 2\bar{\theta}^T \Phi^T B^T P z + 2\bar{\theta}^T \Gamma \dot{\bar{\theta}} \\ &= -z^T Q z - \bar{\theta}^T \varphi^T \varphi \bar{\theta} + 2\bar{\theta}^T (\Phi^T B^T P z + \frac{1}{2} \varphi^T e + \Gamma \dot{\bar{\theta}}).\end{aligned}$$

由(17)式,且注意到 $\dot{\bar{\theta}} = \dot{\bar{\theta}}$,则有 $\dot{V} = -z^T Q z - \bar{\theta}^T \varphi^T \varphi \bar{\theta}$.可见 $\dot{V}$ 对 $z, \varphi \bar{\theta}$ 负定,所以当 $t \rightarrow \infty$ 时, $z \rightarrow 0, \varphi \bar{\theta} \rightarrow 0$,即当 $t \rightarrow \infty$ 时, $e \rightarrow 0, \dot{e} \rightarrow 0, \varphi \bar{\theta} \rightarrow 0$.考虑到 $Y_2 \bar{\theta} = E_2 \varphi \bar{\theta}$ 及(20)式,有当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\bar{e} \rightarrow 0$ 再将(18)式代入(8)式,得

$$\begin{aligned}E_1 \bar{M} E_1^T \ddot{x}_2 + E_1 \bar{C} E_1^T \dot{x}_2 + E_1 \bar{G} &= -E_1 \bar{M} E_1^T (\ddot{x} + K_v \dot{e} + K_p e) \\ &\quad + E_1 \hat{M} E_1^T \ddot{x}_2 + E_1 \hat{C} E_1^T \dot{x}_2 + E_1 \hat{G} + E_1 T^T J^T (\lambda - \lambda_d),\end{aligned}\quad (23)$$

即

$$-Y_1 \bar{\theta} + E_1 \bar{M} E_1^T (\ddot{x} + K_v \dot{e} + K_p e) = E_1 T^T J^T (\lambda - \lambda_d).$$

考虑到 $Y_1 \bar{\theta} = E_1 \varphi \bar{\theta}$,所以上式左边当 $t \rightarrow \infty$ 时趋于零,于是,当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\lambda \rightarrow \lambda_d$,即 $f \rightarrow f_d$.

证毕.

4 仿真例子

我们以图1所示的两回转关节机器人和以半径为 r 的圆作为约束的受限运动作为例子,来验证上面给出的自适应控制方案的有效性,其运动方程为

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = u + f. \quad (25)$$

$$\begin{aligned}\text{这里 } M(q) &= \begin{bmatrix} m_1 l_1^2 & m_1 l_1 l_2 \cos q_1 \\ m_1 l_1^2 + m_1 l_1 l_2 \cos q_1 & (m_1 + m_2) l_2^2 + m_1 l_1^2 + 2m_1 l_1 l_2 \cos q_1 \end{bmatrix}, \\ C(q, \dot{q}) &= \begin{bmatrix} 0 & m_1 l_1 l_2 \dot{q}_2 \sin q_1 \\ -m_1 l_1 l_2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \sin q_1 & -m_1 l_1 l_2 \dot{q}_1 \sin q_1 \end{bmatrix}, \\ G(q) &= \begin{bmatrix} -[m_1 l_1 \cos(q_1 + q_2)]g \\ -[(m_1 + m_2) l_2 \cos q_1 + m_1 l_1 \cos(q_1 + q_2)]g \end{bmatrix}.\end{aligned}$$

约束为 $\phi(q) = q_1 - \gamma = 0$, γ 为一常数,由于 $J^T(q)$

$= \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$,所以 $f_2 \equiv 0$ 此例中假设 $\theta = \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \end{bmatrix}$ 为待估

的参数,其真值为

$$m_1 = m_2 = 1 \text{ kg}.$$

而

$$l_1 = l_2 = 1 \text{ m}$$

$r = \sqrt{2} \text{ m}$,由此可知 $\gamma = \frac{\pi}{2}$.我们取 $\Gamma =$

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, Q = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}, K_p = 2, K_v = 1,$$

$$q_{2d} = \text{rad}, \quad \dot{q}_{2d} = 1 \text{ rad/s}, \quad f_{1d} = 2 \text{ Nm}.$$

假设

$$q_2(0) = 0, \quad \dot{q}_2(0) = 0,$$

$$\hat{m}_1(0) = \hat{m}_2(0) = 0.8 \text{ kg}.$$

应用上节的自适应控制方案所得仿真结果如图2,仿真结果表明,上节的自适应控制方案是有效的.

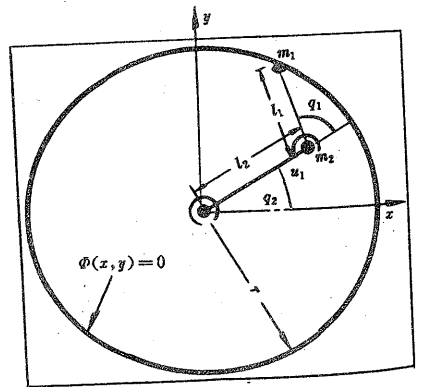
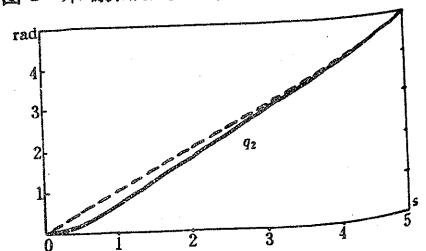


图1 末端操纵器受圆约束的两杆机器人



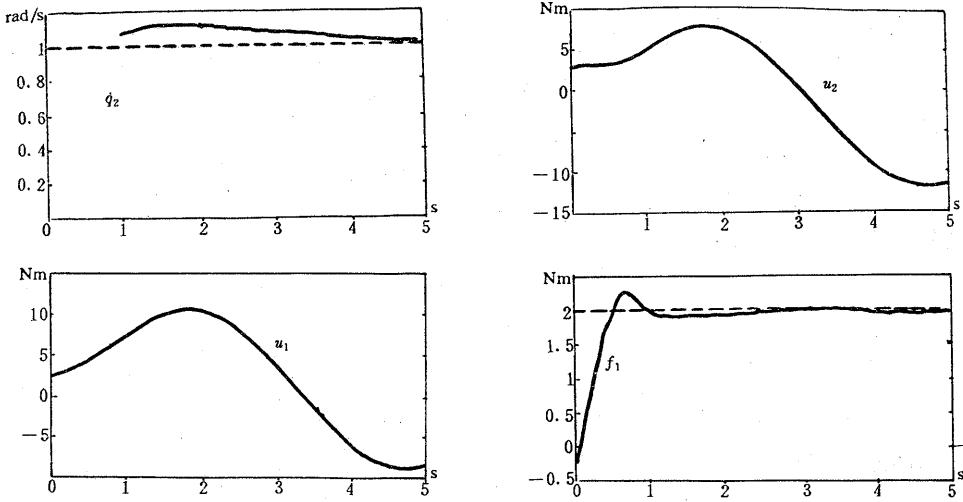


图2 仿真结果

5 结 论

对于机器人末端操纵器与刚性、无摩擦工作环境接触时,我们给出了一个自适应控制方案,使得在某些参数未知的情况下,机器人末端操纵器的位置运动及其与环境的接触力渐近趋于期望值.在上述过程中,未知参数的估计并不一定趋于其真值,如果对某个 $\alpha > 0$,总有: $\varphi^T \varphi > \alpha I_r$,则可保证未知参数的估计趋于其真值.

参 考 文 献

- [1] Hemami, H. and Wyman, B. F.. Modeling and Control of Constrained Dynamic Systems with Application to Biped Locomotion in the Frontal Plane. IEEE Trans. Automat. Contr., 1979, AC-24;524—539
- [2] McClamroch, N. H. and Huang, H. P.. Dynamics of a Closed Chain Manipulator. Proc. of American Control Conference, 1985, 50—54
- [3] McClamroch, N. H.. Singular Systems of Differential Equations as Dynamical Models for Constrained Robot Systems. Proc. of IEEE Conf. on Robotics and Automation, 1986, 21—28
- [4] McClamroch, N. H. and Wang, D.. Feedback Stabilization and Tracking of Constrained Robots. IEEE Trans. Automat. Contr., 1988, AC-33;419—426
- [5] Mills J. K. and Goldenberg, A. A.. Force and Position Control of Manipulators during Constrained Motion Tasks. IEEE J. of Robotics and Automation 1989, 5;30—46
- [6] McClamroch, N. H. and Wang, D.. Linear Feedback Control of Position and Contact Force for a Nonlinear Constrained Mechanism. ASME J. Dynamic Systems, Measurement and Control, 1990, 112;640—645
- [7] Mills, J. K.. Hybrid Control: A Constrained Motion Perspective. J. Robotic Systems, 1991, 8;135—158
- [8] Khosla, P. and Kanada, T.. Parameter Identification of Robot Dynamics. Proc. Conference on Decision and Control, 1985, 1754—1760

附 录

由[8]知,适当选择一组参数 θ ,有

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \Psi(q, \dot{q}, \ddot{q})\theta$$

在上式中,将 $q=Q(x)$ 代入得

$$\begin{aligned} M[Q(x)]T(x)\ddot{x} + \{C[Q(x), T(x)\dot{x}]T(x) + M[Q(x)]\dot{T}(x)\}\dot{x} + G[Q(x)] \\ = \Psi[Q(x), T(x)\dot{x}, \dot{T}(x)\dot{x} + T(x)\ddot{x}]\theta. \end{aligned}$$

上式两边左乘 $T^T(x)$, 则得

$$\begin{aligned} \bar{M}(x)\ddot{x} + \bar{C}(x, \dot{x})\dot{x} + \bar{G}(x) = T^T(x)\Psi[Q(x), T(x)\dot{x}, \dot{T}(x)\dot{x} + T(x)\ddot{x}]\theta \\ \triangleq \varphi(x, \dot{x}, \ddot{x})\theta. \end{aligned}$$

在上式中取 $x = \begin{bmatrix} 0 \\ x_2 \end{bmatrix}$, 则

$$\bar{M}(x_2)E_2^T\ddot{x}_2 + \bar{C}(x_2, \dot{x}_2)E_2^T\dot{x}_2 + \bar{G}(x_2) = \varphi(x_2, \dot{x}_2, \ddot{x}_2)\theta.$$

这里 $\bar{M}(x_2), \bar{C}(x_2, \dot{x}_2), \bar{G}(x_2), \varphi(x_2, \dot{x}_2, \ddot{x}_2)$ 分别表示 $\bar{M}(x), \bar{C}(x, \dot{x}), \bar{G}(x), \varphi(x, \dot{x}, \ddot{x})$ 在 $x = \begin{bmatrix} 0 \\ x_2 \end{bmatrix}$ 的取值.

Adaptive Control of Manipulator during Constrained Motion

CAI Gangqiang and ZHOU Qijie

(Department of Automation, South China University of Technology • Guangzhou, 510641, PRC)

Abstract: Based on the transformation of constrained dynamic equations^[4], an adaptive control scheme is developed in this paper. When the manipulator end-effector comes into contact with a rigid frictionless work environment the scheme guarantees the asymptotic convergence of tracking errors for positions and constraint forces in the presence of the unknown manipulator and load parameters. The effectiveness of the scheme is tested by a simulation example.

Key words: robot; constrained motion; adaptive control; tracking

本文作者简介

蔡刚强 1957年生. 1982年于中南工业大学获学士学位, 1987年于华南理工大学获硕士学位, 现为该校自动化系在读博士生. 研究兴趣为自适应控制, 变结构控制, 非线性控制系统.

周其节 见本刊1993年第3期第262页.