

一种非线性系统直接控制方法的分析与改进*

王 凡 厉隽悻 席裕庚

(上海交通大学自动化研究所·上海, 200030)

摘要: 本文对文[1]提出的非线性 PID 控制系统进行了深入的分析, 探讨了系统鲁棒性的原因, 并在理论分析的基础上提出了一种新的非线性微分器。仿真结果表明, 由改进微分器构成的非线性 PID 控制系统比采用文[1]的办法具有更强的鲁棒性和适应性, 而且对反馈回路的噪声有更强的抑制能力。

关键词: 跟踪-微分器; 非线性系统; PID

1 引言

非线性系统的直接控制方法是一种处理非线性系统控制问题的简单直接的办法。这种办法着眼于“从反馈获得信息”, “以简单非线性实现功能”的思想, 力图采用尽可能简单的非线性特性元件或算法, 达到对非线性系统的有效控制。

在这些算法中, 富有代表性的是文[1]提出的非线性跟踪-微分器及由此构成的 PID 控制结构(如图 1)。文[1]中的仿真表明, 这种控制结构在跟踪-微分器和 PID 参数适当选定后, 对 11 种不同形式的非线性对象几乎可获得相同的控制结果, 呈现出很强的鲁棒性。

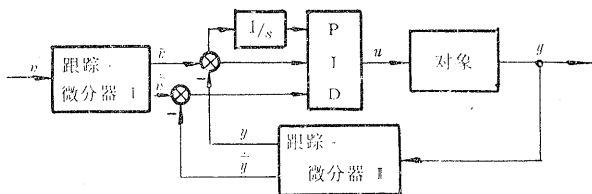


图 1 带有跟踪-微分器的 PID 控制回路

对于这种控制方法整体结构的讨论, 目前主要还只是局限于仿真。虽然已有初步的理论分析^[2,3], 但其性能鲁棒的控制机理尚需进一步探讨。此外, 控制响应中还伴有幅度较小的高频颤振, 这对实际应用是不利的。

本文采用理论分析和仿真相结合的办法, 对文[1]提出的非线性 PID 控制系统进行了深入的分析, 探讨了系统鲁棒性的原因, 并提出一种改进的控制器设计方法, 有效地抑制了控制系统的高频颤振, 提高了系统抗干扰能力。

2 带有跟踪-微分器 PID 调节回路分析与仿真

2.1 前置跟踪-微分单元的动态特性分析

图 1 所示的非线性 PID 控制结构中前置跟踪-微分器 I 的原型可以用状态方程表示为

$$\dot{x}_{11} = x_{12},$$

* 国家自然科学基金和上海交通大学青年基金资助。

本文于 1992 年 12 月 22 日收到, 1993 年 5 月 19 日收到修改稿。

$$\dot{x}_{12} = -R_0 \operatorname{sgn}(x_{11} - v + |x_{12}| \cdot x_{12}/2R_0). \quad (2.1)$$

其中 v 为输入, R_0 为微分器的控制量幅值, sgn 为符号函数, 为简便计, 进一步设 v 是单位阶跃输入.

假设跟踪-微分器初始状态为 $x_{11}(0)=0, x_{12}(0)=0$.

令

$$s = x_{11} - v + |x_{12}| \cdot x_{12}/2R_0.$$

显然 $s(0) < 0$, 通过分析可以表明 $x_{12}(t) = R_0 t, x_{11}(t) = \frac{1}{2} R_0 t^2, \dot{s}(t) > 0, x_{11}$ 以抛物线速度上升, 并当 $t = \sqrt{v/R_0}$ 到达开关平面 $s=0$. 如果切换是理想的, 系统将沿开关平面运动, 即

$$x_{11}(t) = v - |x_{12}| \cdot x_{12}/2R_0.$$

从而既快速又平滑地跟踪阶跃输入, 其跟踪性能的相位滞后和柔化程度主要取决于幅值参数 R_0 . R_0 越大, 跟踪能力越强, 相位滞后越小, 但柔化作用也相应减小.

2.2 PID 调节回路中反馈通道跟踪-微分器分析

本节进一步研究反馈回路中跟踪-微分器 II 的作用.

为了减小颤振, 文[1]引入了小的线性区间 δ , 而把式(2.1)中 sgn 函数改为线性饱和函数 sat , 从而得到跟踪-微分器 II 的状态方程

$$\begin{aligned} \dot{x}_{21} &= x_{22}, \\ \dot{x}_{22} &= -R_1 \operatorname{sat}(x_{21} - y + |x_{22}| \cdot x_{22}/2R_1, \delta). \end{aligned} \quad (2.2)$$

考虑

$$s = x_{21} - y + |x_{22}| \cdot x_{22}/2R_1.$$

理论分析将表明当 $|s| > \delta$ 时, 跟踪-微分器总能快速平滑地将 s 拉回小线性区间 $|s| \leq \delta$, 实际上

$$\begin{aligned} \dot{s} &= \dot{x}_{21} - \dot{y} + \frac{1}{2R_1} [|x_{22}| \dot{x}_{22} + \dot{x}_{22} x_{22} \operatorname{sgn}(x_{22})] \\ &= \dot{x}_{21} - \dot{y} + |x_{22}| \dot{x}_{22}/R_1. \end{aligned} \quad (2.3)$$

当 $s > \delta$,

$$\begin{aligned} x_{22} &= -R_1, \\ \dot{s} &= x_{22} - \dot{y} - |x_{22}|; \end{aligned} \quad (2.4)$$

当 $s < -\delta$,

$$\begin{aligned} x_{22} &= R_1, \\ \dot{s} &= x_{22} - \dot{y} + |x_{22}|. \end{aligned} \quad (2.5)$$

若 t_1 时刻时 $s(t_1) < -\delta, x_{22} = R_1$, 在 $t > t_1$ 以后, $x_{22}(t)$ 以 R_1 的速度上升, 总有 $t_2 > t_1$, 使 $x_{22}(t_2) > 0$, 于是

$$\dot{s} = 2x_{22} - \dot{y}.$$

数值上设定 $R_1 \gg R_0$, 这样 y 变化较为缓慢, 必能使 $\dot{s} > 0$, 由于 R_1 较大, 所以 $\dot{s} > 0$ 的过程非常快速. 同样当 $s(t_1) > \delta$, 也可以经历一个快速过程使 $\dot{s}(t_2) < 0$. 总之, 一旦 $|s| > \delta$, 跟踪-微分器 II 总能快速地使 $\dot{s} < 0$, 从而把 s 拉回到小线性区域 $|s| < \delta$, 其过渡过程同样也取决于幅值参数 R_1 .

下面进一步分析 $|s| < \delta$ 时的特性.

当 $|s| < \delta$ 时, (2.2) 可简化为

$$\begin{aligned} \dot{x}_{21} &= x_{22}, \\ \dot{x}_{22} &= -R_1 s / \delta, \\ s &= x_{21} - y + |x_{22}| : x_{22} / 2R_1. \end{aligned} \quad (2.6)$$

由于 R_1 较大 ($R_1 \gg |y|$), 因此有

$$\begin{aligned} ||x_{22}| \cdot x_{22} / 2R_1| &\ll |x_{21} - y|, \\ s &\approx x_{21} - y. \end{aligned}$$

于是

状态方程 (2.6) 可以近似为

$$\begin{cases} \dot{x}_{21} = x_{22}, \\ \dot{x}_{22} = -\frac{1}{T}(x_{21} - y). \end{cases}$$

进而可得

$$x_{21} = -\frac{1}{Ts^2 + 1}y. \quad (2.7)$$

其中

$$T = \frac{\delta}{R_1} \ll 1.$$

从式 (2.7) 可以看出, 当跟踪-微分器 II 的相轨迹落入线性区, 跟踪-微分器 II 可以近似表述为包含着一对虚轴上共轭极点的二阶环节, 这意味着系统在平衡点附近存在高频振荡, 振荡幅度与 δ 有关, 一般很小.

2.3 带跟踪-微分器 PID 回路的仿真研究

上节的理论分析表明, 文 [1] 引入的非线性环节可以快速而平滑地跟踪对象输出信号, 从而构造出 PID 调节器所需要的微分量. 本节将结合数值仿真进一步讨论上述结果, 同时表明反馈通道的跟踪-微分器对于系统的鲁棒性并不是至关重要的. 系统鲁棒性强应归因于 PID 控制器及前置跟踪-微分器的选择.

首先假设输出 y 的微分量 $\dot{x}_{22}$ 可直接量测并用于反馈, 则略去反馈通道中的跟踪-微分器 II, 可得图 2 所示的控制结构.

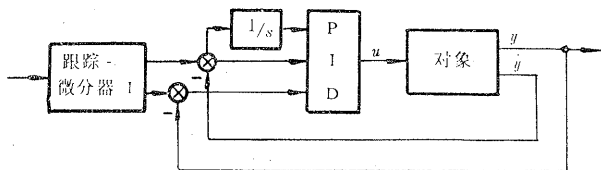
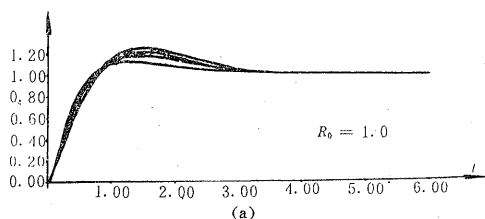


图 2 略去反馈跟踪-微分器的控制回路

仿真结果表明, 在系统不存在噪声时, 它对文 [1] 中所有 11 种对象的闭环控制性能都优于用图 1 结构的结果, 甚至在某些情况下当后者控制发散时仍能保持闭环稳定. 造成这一结果的原因在于尽管跟踪-微分器 II 的幅值参数 R_1 较大, 跟踪过程很迅速, 但总会造成一定的相位滞后, 这对于闭环跟踪特性乃至稳定性都是不利的.

对于线性的被控对象, 研究图 2 中反馈回路的极点分布可以了解调节回路具有较强鲁棒性的原因. 实际上 PID 参数的选择使得反馈回路的动态都具有超调大但过渡时间短暂的特性, 尽管对于控制对象不同形式和参数的选择反馈回路的动态并不完全一致 (如图 3a 是 4 个不同对象的阶跃响应), 但前置跟踪-微分器对输入进行柔化



作用后,特别是当跟踪-微分器 I 幅值参数 R_0 较小时,其输出的柔化参考轨迹时间常数远大于反馈回路的调节时间,这时不同控制对象的输出可有相当好的一致性,表现出其控制的鲁棒性,而且系统的动态响应也主要取决于前置柔化环节. 图 3b 给出了这些对象在前置跟踪-微分器控制量幅值 $R_0=1.0$ 时的阶跃响应.

通过以上分析可以看出,图 1 的控制回路之所以性能鲁棒,主要是因为该控制结构是由两部分串联而成的. 其中反馈 PID 控制将不同对象调节为快速而相差不大的动态特性,前置柔化环节则对输入加以柔化,并通过串联方式将整个系统综合成超调小,对各种对象的动态不敏感的控制结构.

由此可见,前置的跟踪-微分器甚至可以用具有一定时间常数的柔化环节(如线性惯性环节)来代替而不会影响调节回路的动态特性. 图 3c 给出了用一阶惯性环节替代图 1 中的前置跟踪-微分器 I 时以上 4 个对象的阶跃响应.

3 跟踪-微分器设计原理分析

上述分析表明,为达到整个调节回路性能鲁棒, PID 控制非常关键. 特别是当被控对象只有输出可测而不是状态可测时,如何快速有效地构造 PID 所需的输出反馈的微分量是至关重要的.

实际上,跟踪-微分器(2.1)的原型是基于下述时间最优控制问题提出的.

$$\text{性能指标} \quad \min J = \int_{t_0}^{t_f} dt,$$

$$\text{模型} \quad \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = \mu. \end{cases}$$

初值 $x_1(t_0), x_2(t_0)$ 给定,允许控制域 $|\mu| < R$,终值条件 $x(t_f) = v(t_f)$, $v(t_0)$ 是跟踪-微分器的当前外部输入,其开关曲线为

$$s = x_1 - v(t_0) + |x_2| x_2 / 2R.$$

这样的跟踪-微分器存在如下问题

1) 为了抑制颤振,需在实际的跟踪-微分器(2.2)中引入线性区,把由原型获得的控制律中的 sgn 函数改为线性饱和函数 sat . 这种改进是技巧性的,线性区大小和形状的选择都缺乏理论的指导,但该线性区却对闭环的跟踪特性和小颤振都具有比较关键的意义.

2) 在上述时间最优控制问题中,理论上终值条件应该为 $x(t_f) = v(t_f)$,但 $v(t_f)$ 不能在 $t=t_0$ 时刻事先确定,考虑到对象动态的时间常数远大于跟踪-微分器的跟踪时间,因此可以近似认为 $v(t_f) = v(t_0)$,因而有式(2.1). 然而当输入 $v(t)$ 本身带有随机噪声时,如果对 $v(t)$ 没有适当的滤波措施,则式(2.1)就不再成立了. 这种情况下按时间最优控制往往会造成控制量 μ 很大的振荡.

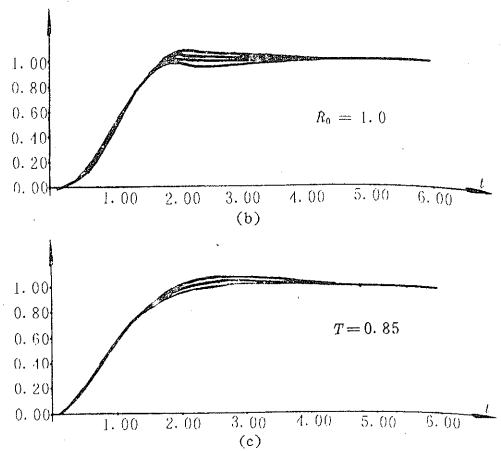


图 3 仿真结果

从整个调节回路来看,上述颤振问题甚至会影响整个控制系统的稳定性. 因为数字 PID 控制对于对象输出端量测噪声是非常敏感的,采用图 1 所示的带跟踪-微分器的 PID 调节回路虽然构造了不可测的输出微分量,但仍然没有解决数字 PID 控制所面临的量测噪声问题. 表 1 列出了使文[1]中前 8 种对象控制不稳定时的噪声幅值.

表 1 改进后系统与原系统的比较

模型参数 $a=1$ $b=1$.

被控对象		1	2	3	4	5	6	7	8
噪声幅值	*	0.006	0.007	0.008	0.008	0.006	0.006	0.007	0.007
	**	0.009	0.014	0.012	0.012	0.012	0.013	0.010	0.012

* 原有跟踪-微分器构成的 PID 调节回路控制失败的噪声幅值

** 改进跟踪-微分器构成的 PID 调节回路可以控制的噪声幅值

4 改进的非线性跟踪-微分器

为了解决微分器的快速性与抑制颤振之间的矛盾,我们把对时间快速性和抑制颤振的要求同时作为性能指标的一部分,提出一种改进的跟踪-微分器.

性能指标

$$\min J = \int_{t_0}^{t_f} (1 + \rho |\mu|) dt. \tag{4.1}$$

由性能指标和控制条件可以解出

$$\mu = \begin{cases} R, & (x_1, x_2) \in \Phi_1, \\ 0, & (x_1, x_2) \in \Phi_2 \cup \Phi_4, \\ -R, & (x_1, x_2) \in \Phi_3, \end{cases} \tag{4.2}$$

式中

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= \{(x_1, x_2) | x_1 - v \geq -|x_2|x_2/2R, \quad x_1 - v > -\frac{1+4R\rho}{2R}|x_2|x_2\}, \\ \Phi_2 &= \{(x_1, x_2) | x_1 - v < -|x_2|x_2/2R, \quad x_1 - v \geq -\frac{1+4R\rho}{2R}|x_2|x_2\}, \\ \Phi_3 &= \{(x_1, x_2) | x_1 - v \leq -|x_2|x_2/2R, \quad x_1 - v < -\frac{1+4R\rho}{2R}|x_2|x_2\}, \\ \Phi_4 &= \{(x_1, x_2) | x_1 - v > -|x_2|x_2/2R, \quad x_1 - v \leq -\frac{1+4R\rho}{2R}|x_2|x_2\}. \end{aligned}$$

为了适应工程需要,对由性能指标(4.1)确定的控制律仍要做一些修改.

1) 由于实际系统总存在滞后等误差,为防止系统在平衡点附近形成极限环,在平衡点附近引入线性区 δ .

2) 由于跟踪-微分器 II 位于反馈部分,相位滞后越小越好,因而在式(4.2)中用线性区来代替死区,以减小相位滞后. 线性区的范围是根据相点在相平面上的位置而改变的,大小与权系数 ρ 有关.

改进后的微分器为

$$s_1 = x_1 - v + |x_2|x_2/2R,$$

$$s_2 = x_1 - v + \frac{1+4R\rho}{2R}|x_2|x_2,$$

$$\mu = \begin{cases} -R, & (x_1, x_2) \in \Phi_1, \text{ 且 } |x_1 - v| > \delta, \\ \frac{-s_1}{|s_1 - s_2|} R, & (x_1, x_2) \in \Phi_2 \cup \Phi_4, \text{ 且 } |x_1 - v| > \delta, \\ R, & (x_1, x_2) \in \Phi_3, \text{ 且 } |x_1 - v| > \delta, \\ \frac{s_1}{\delta} R, & |x_1 - v| < \delta. \end{cases}$$

改进型跟踪-微分器中,引入一个新的参数 ρ ,它作为控制量的模在性能指标中的权重,具有明确的物理意义。 ρ 增大,线性区变大,抑制振荡能力加强,但快速性受到影响; ρ 减小,线性区变小,抑制振荡能力减弱,但快速性加强。

由于微分器位于反馈通道,因此如果 ρ 过大,快速性不好,有大的相位滞后,系统同样会产生大的振荡。根据仿真结果,系统性能相对于 ρ 存在极大值。

比较图 4a 和 4b 的相平面可以看出,改进的微分器(图 4b)以大小可变的线性区替代了原来的跟踪-微分器(图 4a)中大小不变的带状线性区。因此通过兼顾快速跟踪和抑制颤振的性能指标(4.1),改进型跟踪-微分器使开关曲线和线性区的选择更加合理,控制意义更为明确,易于设计。

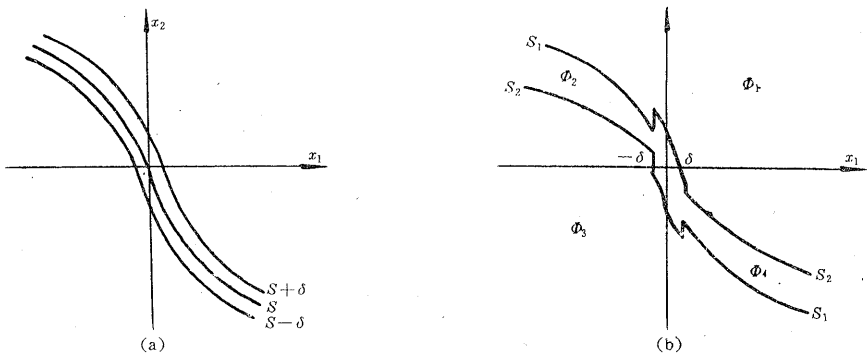


图 4 原微分器和改进微分器的相平面图

对由改进型跟踪-微分器代替图 1 中跟踪-微分器Ⅱ所构成的非线性 PID 控制系统进行仿真(为了便于比较,保留了前置跟踪-微分器),结果表明改进以后的控制结构同样能适用于很大一类线性和非线性对象(包括文[1]中所列 11 种对象)。在抑制振荡方面相对于原来的控制结构有一定提高。特别当输出反馈存在随机干扰时,改进效果更加明显。表 1 比较了文[1]中 8 种对象输出反馈存在随机干扰时两种控制结构的控制效果,表明改进型结构增强了系统对于随机扰动的鲁棒性。

5. 结束语

对非线性系统采用简易直接的控制方法,是一个很有意义的问题。本文对其中一种带跟踪-微分器的 PID 调节回路进行了详细的理论分析和仿真研究,讨论了它的机理,并提出一种改进型跟踪-微分器,这明显提高了系统抑制颤振和输出反馈的扰动的能力。

参 考 文 献

- [2] 廖福成等. 二阶导数非线性跟踪微分器. 控制理论及其应用年会(下), 南京, 1992, 576—579
- [3] 韩京清. 处理非线性控制系统的直接方法. 控制理论及其应用年会(下), 南京, 1992, 553—559

Analysis and Improvement of a Kind of Nonlinear Direct Control System

WANG Fan, LI Junyi and XI Yugeng

(Automatic Institute, Shanghai JiaoTong University · Shanghai, 200030, PRC)

Abstract: In this paper, the nonlinear PID control system designed with direct method in [1] is analyzed theoretically combined with simulation. The robustness of the system is also investigated. A new nonlinear differentiator is also proposed, based on the theoretical analysis. Simulation comparison shows the improved differentiator has stronger ability to reject the noise in the feedback channel. So the nonlinear PID control system with the improved differentiator is more robust and more adaptive than with the original one.

Key words: tracker-differentiator; nonlinear system; PID

本文作者简介

王 凡 1971 年生. 1992 年毕业于上海交通大学自动控制系, 同年升入本系攻读硕士学位. 主要研究方向为复杂工业过程的控制.

厉隽惺 1969 年生. 1989 年毕业于上海交通大学自动控制系, 1991 年于上海交通大学自动控制系获硕士学位, 现留校任教. 目前主要研究方向为预测控制和神经网络控制理论.

席裕庚 见本刊 1993 年第 3 期第 255 页.