

一种机器人自适应阻抗控制算法

江 帆 冯祖仁 施 仁

(西安交通大学信息与控制工程系·西安, 710049)

摘要: 本文针对参数未知及负载不确定下的机器人运动控制问题, 提出了一种形式非常简洁的自适应阻抗控制算法, 它能使机器人系统跟踪目标阻抗并保证跟踪误差的渐近稳定性及机器人与外界整体系统的稳定性. 本文还就无直接力反馈控制方法进行了讨论.

关键词: 机器人; 自适应控制; 阻抗

1 引言

阻抗控制方法是机器人力控制方法中非常重要的一种. 与位置控制一样, 其控制精度依赖于对机器人本体及其负载参数了解的准确度, 为解决参数未知及负载参数不确定下的阻抗控制问题, Hogan^[1]和 Slotine and Li^[2]认为可采用自适应阻抗控制的方法. 自适应阻抗控制方法首先由江帆、冯祖仁和施仁提出^[3], 其方法中, 通过对机器人未知参数中有关惯性矩阵的参数的界的了解以及目标轨线的情况而确定出控制向量 $\mathcal{V}$ 来保证系统的稳定性, 本文提出的算法则利用了机器人自身的特性而无须估计模型参数的上界, 这种方法具有非常简洁的形式. 考虑到直接力反馈控制容易降低实际控制系统的控制性能, 本文还对去除直接力反馈控制项的阻抗控制进行了讨论.

2 基本方程

n 关节机器人动力学方程及其末端在笛卡尔工作坐标下的输出方程为

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau + \tau_i, \quad (1)$$

$$\dot{x} = \dot{x}(q). \quad (2)$$

式中 $q \in \mathbb{R}^n$ 为广义位置坐标向量; $M(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 为对称正定惯性矩阵; $C(q, \dot{q})\dot{q} \in \mathbb{R}^n$ 为哥氏力、向心力及粘滞摩擦力等作用向量; $G(q) \in \mathbb{R}^n$ 为重力作用向量; $\tau \in \mathbb{R}^n$ 表示关节驱动力向量; $\tau_i \in \mathbb{R}^n$ 为外界对机器人的作用力向量 F_i 在广义坐标下的等效向量.

设 x 与 q 同维, 即机器人为非冗余的, 定义 Jacobian 矩阵 $J = \frac{\partial x}{\partial q}$, 在 J 非奇异的位置, 不难得到机器人关于 x 的动力学方程:

$$\bar{M}(x)\ddot{x} + \bar{C}(x, \dot{x})\dot{x} + \bar{G}(x) = F + F_i, \quad (3)$$

其中

$$\bar{M} = J^{-T}MJ^{-1}, \quad (4)$$

$$\bar{C} = J^{-T}(C - MJ^{-1}\dot{J})J^{-1}, \quad (5)$$

$$\bar{G} = J^{-T}G, \quad (6)$$

$$F = J^{-T}\tau, \quad (7)$$

而 $F_i = J^{-T} \tau_i$, 可用力传感器测量得到.

设目标阻抗为

$$M_0 \ddot{e}_0 + B_0 \dot{e}_0 + K_0 e_0 = F_i, \quad M_0, B_0, K_0 > 0. \quad (8)$$

式中 $e_0 \triangleq x - x_0$, 而 $S_0(t) = \{x_0(t), \dot{x}_0(t)\}$ 表示目标轨线. 定义阻抗误差 e_{imp}

$$e_{\text{imp}} \triangleq M_0 \ddot{e}_0 + B_0 \dot{e}_0 + K_0 e_0 - F_i, \quad (9)$$

则阻抗控制误差方程为

$$e_{\text{imp}} = \Delta_i(t), \quad (10)$$

阻抗控制的目标就是使 $\Delta_i(t) \rightarrow 0$.

3 自由运动自适应阻抗控制算法

在自由空间, $F_i = 0$, 这时的控制目的是使偏差 $e_0, \dot{e}_0$ 渐近趋于零. 由(3)式可得误差方程为

$$\ddot{e}_0 = \bar{M}^{-1}(-\bar{M}\ddot{x}_0 - \bar{C}\dot{x}_0 - \bar{G} + F). \quad (11)$$

其中 $\ddot{x}_0$ 为目标轨线加速度向量.

根据文献[4], 机器人动力学模型(1)式中的非线性向量 $G(q), C(q, \dot{q})p_1$ 和 $M(q)p_2$ ($p_i \in \mathbb{R}^n$, 任意向量)均可表示为非线性结构阵与参数向量 θ ($\theta \in \mathbb{R}^m$) 的乘积形式:

$$M p_2 = Z_M(q, p_2) \theta, \quad (12)$$

$$C p_1 = Z_C(q, \dot{q}, p_1) \theta, \quad (13)$$

$$G = Z_G(q) \theta. \quad (14)$$

于是, 根据(3)式有

$$\begin{aligned} \bar{M} p_2 + \bar{C} p_1 + \bar{G} &= J^{-T} \{Z_M(q, J^{-1}(p_2 - jJ^{-1}p_1)) + Z_C(q, \dot{q}, p_1) + Z_G(q)\} \theta \\ &\triangleq \bar{Z}(q, \dot{q}, p_1, p_2) \theta. \end{aligned} \quad (15)$$

则误差方程(11)式可以化为以下形式:

$$\ddot{e}_0 = \bar{M}^{-1}[-\bar{Z}(q, \dot{q}, \dot{x}, \ddot{x}_0) \theta + F]. \quad (16)$$

定义向量

$$v_0 = \dot{e}_0 + K e_0, \quad K > 0, \quad (17)$$

则 v_0 与 $e_0 \triangleq [e_0^T \dot{e}_0^T]^T$ 有以下关系[5]:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} v_0 = 0 \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} e_0 = 0. \quad (18)$$

为避免出现奇异问题, 设 $S_0(t)$ 满足以下条件

条件 1 在 $S_0(t)$ 的一个邻域 $\Omega_\sigma(t)$:

$$\Omega_\sigma(t) = \{S(t) = \{x(t), \dot{x}(t)\} \mid \|e_0\|^2 \leq \Delta_\sigma, \Delta_\sigma > 0, t \geq t_0\} \quad (19)$$

内, 恒有

$$\lambda_{\min}(\sqrt{J J^T}) \geq \sigma > 0. \quad (20)$$

引理 1 如果条件

$$\|v_0(t)\| \leq \lambda_{\min}(K) \sqrt{\Delta_\sigma} / [1 + \lambda_{\max}(K) + \lambda_{\min}(K)], \quad \forall t \geq t_0 \quad (21)$$

成立, 且有初始条件

$$\|e_0(t_0)\|^2 \leq \Delta_\sigma, \quad (22)$$

则 $S(t) \in \Omega_\sigma, \forall t \geq t_0$. 式中, $\lambda_{\min}(K)$ 表示取对称阵 K 的最小模特征值的模, 而 $\lambda_{\max}(k)$ 是取最大模.

证 参见[6].

引理 2 当 $S \in \Omega_\sigma$ 时, $\bar{M}$ 对 q_i 可导且有界.

证 略.

定理 1 对于任意给定的满足条件 1 的目标轨线 $S_0(t)$ 以及任意参数初始值 $\hat{\theta}(t_0)$, 存在参数辨识阵 Γ 使自适应补偿控制算法

$$F = \bar{Z}(q, \dot{q}, x_r, \dot{x}_r) \hat{\theta} - Dv_0, \quad x_r \triangleq \dot{x}_0 - Ke_0, \quad (23a)$$

$$\dot{\hat{\theta}} = -\Gamma \bar{Z}^T(q, \dot{q}, x_r, \dot{x}_r) v_0, \quad D, \Gamma > 0, \quad (23b)$$

保证误差模型(16)式区域渐近稳定.

证 取以下形式的 Lyapunov 函数

$$V(v_0, \varphi) = \frac{1}{2} (v_0^T \bar{M} v_0 + \varphi^T \Gamma^{-1} \varphi). \quad (24)$$

式中 $\varphi = \hat{\theta} - \theta$. V 沿(16)式对时间 t 求导可得

$$\dot{V} = v_0^T [\bar{Z}(q, \dot{q}, x_r, \dot{x}_r) \hat{\theta} - Dv_0 - \bar{Z}(q, \dot{q}, \dot{x}, \ddot{x}_0) \theta + \bar{M} K \dot{e}_0 + \frac{1}{2} \dot{\bar{M}} v_0] + \varphi^T \Gamma^{-1} \dot{\varphi}. \quad (25)$$

由于 $\dot{\bar{M}} - 2\bar{C}$ 为反对称阵^[2], (25)式还可化为

$$\dot{V} = -v_0^T D v_0 + \varphi^T [\bar{Z}^T(q, \dot{q}, x_r, \dot{x}_r) v_0 + \Gamma^{-1} \dot{\varphi}]. \quad (26)$$

再由(23b)式,最后可得

$$\dot{V} = -v_0^T D v_0 \leq 0, \quad \forall s(t) \in \Omega_s, \quad (27)$$

而要使 $S(t) \in \Omega_s, \forall t \geq t_0$, 满足引理 1 条件即可.

由 $\dot{V} \leq 0$ 和(24)式,引理 1 条件可化为

$$\|\varphi(t_0)\|^{2\lambda_{\max}(\Gamma^{-1})} \leq \Delta_s \lambda_{\min}(\bar{M}) - \|v_0(t)\|^{2\lambda_{\max}(\bar{M})}. \quad (28)$$

$$\text{式中} \quad \Delta_s = \lambda_{\min}^2(K) \Delta_0 / [1 + \lambda_{\max}(K) + \lambda_{\min}(K)]^2. \quad (29)$$

由于 $\lambda_{\min}(\bar{M}) > 0$ 及 $\lambda_{\max}(\bar{M}) < \infty$, 故当 $S(t) \in \Omega_s(t)$ 时, 在给定 $\|\varphi(t_0)\|$ 的情况下, 总存在 Γ 和 $\Delta_s > 0, \Delta_s \leq \Delta_0$, 只要 $\|e_0(t_0)\| \leq \Delta_s$, 则条件(28)式满足, 于是定理得证.

推论 1 自适应控制算法(23)式可使 $\bar{Z}(q, \dot{q}, x_r, \dot{x}_r) \varphi$ 满足以下极限性质

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \bar{Z}(q, \dot{q}, x_r, \dot{x}_r) \varphi = 0. \quad (30)$$

证 将(23a)式代入误差模型(16)式可得

$$\bar{Z}(q, \dot{q}, x_r, \dot{x}_r) \varphi = \bar{M} \ddot{e}_0 + \bar{M} K \dot{e}_0 - (\bar{C} - D) v_0. \quad (31)$$

设 $\ddot{x}_0$ 为分段连续向量, 可证 $\ddot{e}_0 \rightarrow 0$ ^[7], 根据 $\bar{M}$ 非奇异及定理 1, 由(31)式即可得到(30)式, 则推论得证.

4 自适应阻抗控制算法

将上述自由空间自适应控制算法应用到受限空间, 改变 S_0 为受限运动下实际控制能量可达到的模型轨线 $S_m(t) = \{x_m(t), \dot{x}_m(t)\}$ 并同时获得希望的阻抗力, 就可得到自适应阻抗控制算法.

定理 2 自适应阻抗控制算法

$$F = \bar{Z}(q, \dot{q}, x'_r, \dot{x}'_r) \hat{\theta} - Dv_m - F_i, \quad (32a)$$

$$\ddot{e}_d = M_0^{-1} F_i - \Lambda_2 \dot{e}_d - \Lambda_1 e_d, \quad (32b)$$

$$\dot{\hat{\theta}} = -\Gamma \bar{Z}^T(q, \dot{q}, x'_r, \dot{x}'_r) v_m. \quad (32c)$$

可使系统满足以下性质:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_{\text{imp}} = 0. \quad (33)$$

式中

$$\begin{aligned} v_m &= \dot{e}_m + K e_m, \quad e_m \triangleq x - x_m; \quad \dot{x}_r' \triangleq \dot{x}_m - K e_m; \\ e_d &\triangleq x_m - x_0; \quad \Lambda_2 = M_0^{-1} B_0; \quad \Lambda_1 = M_0^{-1} K_0. \end{aligned}$$

证 先推导算法(32)式的阻抗控制方程,由(32a),(32b),(3)式及 $\ddot{x}_m = \ddot{x}_0 + \ddot{e}_d$ 即可得

$$e_{\text{imp}} = M_0 \bar{M}^{-1} [\bar{Z}(q, \dot{q}, \dot{x}_r', \ddot{x}_r') \varphi - (D + \bar{C}) v_m] + M_0 [(\Lambda_2 - K) \dot{e}_m + \Lambda_1 e_m]. \quad (34)$$

下面看系统对目标轨线 S_m 的跟踪情况. 将(32a)式代入(3)式可得机器人本体所受的作用力即驱动力与外界作用力之和力 F' 为

$$F' = \bar{Z}(q, \dot{q}, \dot{x}_r', \ddot{x}_r') \hat{\theta} - D v_m. \quad (35)$$

而辨识算法为

$$\dot{\hat{\theta}} = -I \bar{Z}^T(q, \dot{q}, \dot{x}_r', \ddot{x}_r') v_m. \quad (36)$$

显然,此时机器人控制系统可以等价为以 S_m 为目标轨线的自由空间自适应控制系统,因此,根据定理1有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_m = 0, \quad e_m = [e_m^T \quad \dot{e}_m^T]^T, \quad (37)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} v_m = 0. \quad (38)$$

又由于机器人系统中实际作用力 F_i 为分段连续的,所以根据推论1可得 $\bar{Z}(q, \dot{q}, \dot{x}_r', \ddot{x}_r') \varphi \rightarrow 0$,则由(34)式可立即推得(33)式,则定理得证.

定理2保证了机器人系统在受到外界施加的作用力 F_i 时,在作用力与位置偏差之间渐近呈现目标阻抗关系.但由于受限运动下的机器人系统与外界系统已构成一个整体系统,外界对象的特性必然会影响整个系统的特性,因此还必须考察整体系统的稳定性.

通常,外界对象的动态特性设为^[8]

$$M_e \ddot{e}_e + B_e \dot{e}_e + K_e e_e = F_e + F_e^0. \quad (39)$$

其中 M_e , B_e 和 K_e 都为对称正定阵; $F_e \in R^l$ 为机器人作用在外界上的作用力向量; $F_e^0 \in R^l$ 为所有与机器人和外界状态不相关的作用在外界上的有界作用力向量; $e_e \in R^l$ 为外界系统状态变量.

定理3 设外界的对象模型由(39)式描述,则定理2定义的自适应阻抗控制算法可保证机器人与外界整体系统的稳定性.

考虑(32b)式,证明参见[7].

5 关于力反馈作用的讨论

在机器人受限运动控制方法中,一般都引入力反馈环控制作用力,阻抗控制方法也是如此.其方法中,力反馈通过改变系统的阻抗来调节作用力.对于一个典型的机器人系统,力反馈作用对阻抗的改变不是调节系统的刚性和阻尼,而是其惯性.由物理学概念知,只有通过力反馈(加速度反馈是等价的)才能改变惯性或对其解耦.因此,如果阻抗控制中不改变系统的惯性,就可取消直接力反馈控制部分,这样能够提高系统的控制性能.取消力反馈项后,系统的阻抗关系为

$$\bar{M} \ddot{e}_0 + B_0 \dot{e}_0 + K_0 e_0 = F_i. \quad (40)$$

对于上述自适应阻抗控制算法,即将(32b)式改为

$$\ddot{e}_d = \hat{M}^{-1}F_i - \Lambda_2 \dot{e}_d - \Lambda_1 e_d. \tag{41}$$

这样(32a)式变为

$$F = \bar{Z}(q, \dot{q}, x', \ddot{x}_0 - \Lambda_2 \dot{e}_d - \Lambda_1 e_d - K \dot{e}_m) \hat{\theta} - D v_m, \tag{42}$$

即取消了直接力反馈项,但在这里应注意辨识算法中仍需用到 F_i , 故力传感器不能省去.

去除直接力反馈项后,系统呈现的刚性和阻尼可趋近目标值,但惯性项不能,这样会影响作用力,但对 $\ddot{e}_0$ 不太大的情况,如速度较慢且变化不大的作业,阻抗形式能基本满足控制要求.

6 仿真实验结果

仿真模型为一两关节平面机械手,如图1所示.其动态方程由(1)式描述,根据对方程中 M, C 和 G 中参数情况的分析,可确定出参数向量为

$$\theta = [J_1 + J_2 + l_1^2 m_2 \quad m_2 \bar{x}_2 \quad m_2 \bar{y}_2 \quad J_2 \quad m_1 \bar{x}_1 + m_2 l_1 \quad m_1 \bar{y}_1]^T. \tag{43}$$

根据机械手的实际参数值,可确定参数向量实际值为

$$\theta = [0.088 \quad 0.094 \quad 0.000 \quad 0.014 \quad 0.420 \quad 0.000]^T.$$

假设在机械手工作空间固定一个圆盘形工件,阻抗控制的任务是控制手臂末端磨去该工件的一块弓形体即目标轨线为一穿过该工件的直线(见图1).要求手臂与工件接触时获得希望的阻抗力,整个运行时间为1秒,初始位置偏差和速度都为0.

设外界即工件特性为刚性系统,这是描述外界常用的模型^[9,10],也是(39)式的一种简单形式,其刚性设为 $K_a=10^4\text{N/m}$,选目标阻抗参数阵 M_0, B_0 和 K_0 分别为

$$M_0 = \text{diag}(0.03, 0.25); B_0 = \text{diag}(0.96, 10.5); K_0 = \text{diag}(9.75, 100).$$

这种参数选择的背景是一些如抛光、切削等作业.

取参数向量的初始值为

$$\hat{\theta}_0 = [0.06 \quad 0.12 \quad -0.006 \quad 0.012 \quad 0.37 \quad -0.0003]^T.$$

与真实值相比其误差约为25%.

图2为仿真结果,算法中 K, D 和 Γ 选为

$$K = I; D = 500I; \Gamma = \text{diag}(5.73 \quad 13.0 \quad 3.0 \quad 0.61 \quad 194.6 \quad 4.68).$$

从图2可见,自适应阻抗控制方法的阻抗误差 e_{imp} 渐近趋于零.与文献[7]的方法相比,本文算法产生的阻抗误差要小一些,而比非线性阻抗控制算法产生的阻抗误差要小得多.

7 结 论

本文提出的自适应阻抗控制方法能使机器人系统渐近呈现目标阻抗的特性并保证机器人与外界整体系统的稳定性且不受运动速度的限制,较好地解决了机器人及

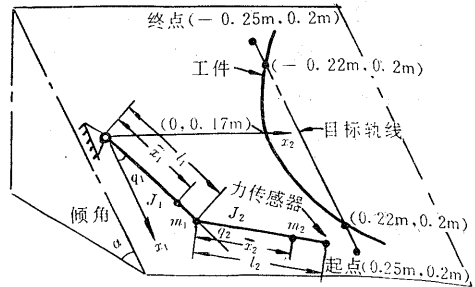


图1 机械手与外界工件示意图(仿真模型)

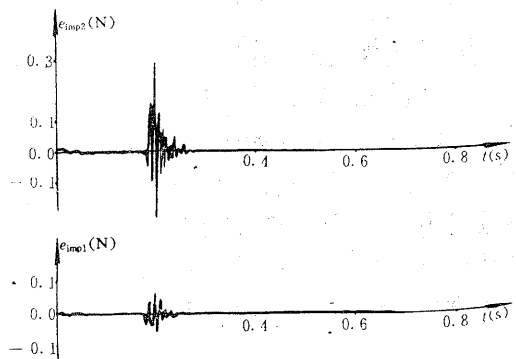


图2 自适应阻抗控制仿真结果:阻抗误差

其负载参数的不确定性问题,在受限运动与自由运动状态的相互转换中,控制方式无须进行切换,仿真结果表明这种方法是一种非常有效的方法。

参 考 文 献

- [1] Hogan, N.. Impedance Control; An Approach to Manipulation. ASME J. Dynam. Syst. Measur. and Contr., 1985, 107 (1):1-24
- [2] Slotine, J. J. E. and Li Weiping. Adaptive Strategies in Constrained Manipulation. Proc. IEEE Conf. Robotics and Automation, 1987, 595-601
- [3] 江帆,冯祖仁,施仁. 机器人自适应阻抗控制方法的研究. 西安交通大学硕士论文, 1989
- [4] Slotine, J. J. E. and LiWeiping. On the Adaptive Control of Robot Manipulators. Proc. ASME Winter Annual Meeting, 1986, 51-56
- [5] Feng Zuren and Hu Baosheng. A New Adaptive Control Algorithm of Robot Manipulators. Proc. IEEE Conf. Robotics and Automation, 1988, 867-872
- [6] 冯祖仁. 快速高精度机器人运动的研究. 西安交通大学博士论文, 1987
- [7] Kazerooni, H., Sheridan, T. B. and Houpt, P. K.. Robust Compliant Motion for Manipulators. IEEE Trans. Robotics and Automation, 1986, 2(2):83-105
- [8] Jiang Fan, Feng Zuren and Shi Ren. A Study of Adaptive Impedance Control to Robotic Manipulators. AMSE Perio. Modelling, Measur. & Contr., B, 1992, 44(3):29-40
- [9] Seraji, H.. Adaptive Force and Position Control of Manipulators. Robotic Systems J., 1987, 4(4):551-578
- [10] Whitney, D. E.. Historical Perspective and State of the Art in Robot Force Control. Proc. IEEE Conf. Robotics and Automation, 1985, 262-268

An Adaptive Impedance Control Algorithm of Robot Manipulators

JIANG Fan, FENG Zuren and SHI Ren

(Department of Information and Control Engineering, Xi'an Jiaotong University • Xi'an, 710049, PRC)

Abstract: In accordance with the robot motion control with unknown manipulator parameters and uncertain payloads, an adaptive impedance control algorithm of pithy style is presented in this paper. The algorithm can ensure manipulators to track the desired impedance model and can strictly guarantee the asymptotical stability of the tracking error as well as the global stability of the manipulator and its environment. In addition, the control approach without direct force feedback is also discussed.

Key words: robots; adaptive control; impedance

本文作者简介

江 帆 1959 年生. 讲师. 1982 年毕业于西安交通大学自动控制专业, 之后在校获硕士学位. 主要研究方向为自动化仪表, 过程控制及机器人运动控制.

冯祖仁 1953 年生. 副教授. 1987 年在西安交通大学系统工程专业获博士学位. 主要研究方向为自适应控制, 智能控制, CIMS 及机器人运动控制.

施 仁 1935 年生. 教授. 1957 年毕业于上海交通大学工业电气自动化专业. 主要研究方向为自动化仪表, 过程控制及自适应控制.