第 10 卷第 6 期
1993 年 12 月

控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS

Vol. 10, No. 6
Dec., 1993

工业过程稳态随机优化理论研究与算法*

王武义　韩崇昭　万百五
(西安交通大学系统工程研究所,710049)

摘要：本文对工业过程稳态优化问题在有有随机噪声的情况下进行理论上的研究，提出了随机系统稳态的概念和随机稳态优化的最优解的概念．并且提出一种基于方差分析的二次近似次优算法．证明了该算法的最优性和收敛性．仿真验证了该算法比原有方法更有效．

关键词：随机稳态优化；方差分析；二阶近似

1 引　言

许多工业过程如石油化工、合成氨工艺等都需要工况稳定地运行在某些设定点上，而设定点的选取直接影响系统的经济效益，因此在控制器的上层需要一个优化层来解稳态优化问题．对于这类问题，专家们已经研究出许多求解方法．最初由 Findeisen 提出了所谓基于模型优化方法[1,2]，后来在此基础上 Roberts 等人又提出了 ISOPE 法[3,4]．这些方法须对设定点进行摄动来求取系统输出对设定点的导数，这在实际工业过程中一般是不允许的．而且在有随机噪声时算法往往是发散的． J. Lin 等人在[5]中提出了一种稳态系统随机优化控制方法．它的突破在于引入了随机稳态优化的概念，利用系统的动态信息在线估计系统的稳态增益阵，使得对设定点的摄动次数降低到最低限，但研究方法大体上承袭了 ISOPE 的基本思想，并且对随机稳态优化的理论还需进一步探讨．

本文作者对稳态随机优化问题从理论上进行深入研究，给出随机稳态的定义，并且在问题的描述上不局限于确定性等价意义下的最优，而深入到方差分析，给出随机最优解的定义，建立一种二次近似优化新算法．

2 工业过程稳态行为描述

在工业过程中总是通过设计一个控制器对系统进行动态补偿和控制，调节可调参数使系统处在稳定、有效的状况下运行，其动态过程框图可以用图 1 表示．

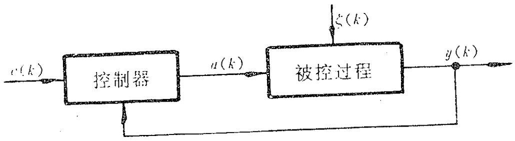

图 1　工业过程控制框图

图 1 中，$c(k)\in R^n$ 是设定点，$u(k)\in R^n$ 是过程的控制，$y(k)\in R^m$ 是过程输出，$\xi(k)\in R^m$ 是随机噪声，假定为零均值白噪声．

假定系统具有因果性且是有限阶的，则图 1 系统可用 NARMAX 模型来表示．

$$y(k)=f(y(k-1),\cdots,y(k-p),u(k-1),\cdots,u(k-p),\xi(k),\cdots,\xi(k-p)), \tag{1a}$$

$$u(k)=g(u(k-1),\cdots,u(k-p),y(k-1),\cdots,y(k-p),c(k-1),\cdots,c(k-p)). \tag{1b}$$

---

* 高等学校博士点基金资助项目．

本文于1991年5月6日收到．1993年3月11日收到修改稿．

假定 1 设图 1 动态系统是闭环输入输出稳定的，即

$$\text{当} \lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\|c(k)\|^2<\infty \text{ 时有} \quad \lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\|y(k)\|^2<\infty \quad \text{a.s.}$$

定义 1 如果(1)式系统是输入输出稳定的，当 $c(k)=c$ 为常值时，假定存在广义平稳遍历的随机过程 $\{\tilde{y}(k),\tilde{u}(k)\}$ 满足

$$\tilde{y}(k)=f(\tilde{y}(k-1),\cdots,\tilde{y}(k-p),\tilde{u}(k-1),\cdots,\tilde{u}(k-p),\xi(k),\cdots,\xi(k-p)), \tag{2a}$$

$$\tilde{u}(k)=g(\tilde{u}(k-1),\cdots,\tilde{u}(k-p),\tilde{y}(k-1),\cdots,\tilde{y}(k-p),c,\cdots,c), \tag{2b}$$

且

$$y(k)\xrightarrow[k\to\infty]{\text{a.s}}\tilde{y}(k), \tag{3a}$$

$$u(k)\xrightarrow[k\to\infty]{\text{a.s}}\tilde{u}(k). \tag{3b}$$

则称 $\{\tilde{y}(k),\tilde{u}(k)\}$ 为系统(1)对外部条件 c 的一个稳态.

对(2)式求期望可得系统名义稳态轨线方程

$$\bar{y}=F^*(\bar{y},\bar{u},R_{yy},R_{yw},R_{ww},\cdots), \tag{4a}$$

$$\bar{u}=G(\bar{u},\bar{y},c,R_{yy},R_{yw},R_{ww},\cdots). \tag{4b}$$

其中 $\bar{y},\bar{u}$ 分别为 $\tilde{y}(h),\tilde{u}(k)$ 的均值.

注意 $F^*(\bar{y},\bar{u},R_{yy},R_{yu},R_{uu},\cdots)$ 已经综合了非线性所引起的方差、协方差、高阶矩因素的影响.

在(4)式中将中间变量消去，就可得整个系统的输入输出关系：

$$\bar{y}=K^*(c,R_{yy},R_{uu},\cdots). \tag{5}$$

3 随机稳态优化问题的数学描述

在有随机干扰下即使系统达到稳态而内部变量也都是随机变量. 假定对任意 $c\in D$ 系统有一个随机稳态 $\{\tilde{y}(k),\tilde{u}(k)\}$，这样对稳态随机优化问题应采用下面形式：

$$\text{(SOP)} \quad \min_{c\in D} J=E[Q(c,\tilde{y}(k))], \tag{6a}$$

$$\text{s.t.} \quad \tilde{y}(k)=f(\tilde{y}(k-1),\cdots,\tilde{y}(k-p),\tilde{u}(k-1),\cdots,\tilde{u}(k-p),\xi(k),\cdots,\xi(k-p)), \tag{6b}$$

$$\tilde{u}(k)=g(\tilde{u}(k-1),\cdots,\tilde{u}(k-p),\tilde{y}(h-1),\cdots,\tilde{y}(k-p),c,\cdots,c). \tag{6c}$$

其中 $D\in \mathrm{R}^n$ 是设定点的容许集合.

定义 2 SOP 的解为系统(1)的稳态随机优化的最优解.

一般说来，J 是 c 以及 $\tilde{y}(k)$ 的均值，协方差和高阶矩的非线性函数. 假设 $Q(*,*)$ 对其变元是二阶可微的，且其 Taylor 级数可取二阶近似，则

$$Q(c,\tilde{y}(k))\approx Q(c,\bar{y})+Q_y(c,\bar{y})(\tilde{y}(k)-\bar{y})+\frac{1}{2}(\tilde{y}(k)-\bar{y})^{\mathrm{T}}Q_{yy}(c,\bar{y})(\tilde{y}(k)-\bar{y}), \tag{7}$$

$$J=E[Q(c,\tilde{y}(k))]=Q(c,\bar{y})+\frac{1}{2}\mathrm{tr}Q_{yy}(c,\bar{y})R_{yy}(c). \tag{8}$$

因此，SOP 就可近似化为下面的确定性问题

$$\text{(ASOP)} \quad \min_{c\in D} J=Q(c,\bar{y})+\frac{1}{2}\mathrm{tr}Q_{yy}(c,\bar{y})R_{yy}(c), \tag{9a}$$

$$\text{s.t.} \quad \bar{y}=K^*(c,R_{yy},R_{yw},R_{ww},\cdots). \tag{9b}$$

如果(ASOP)中映射 $K^*(c,R_{yy},R_{yw},R_{ww},\cdots)$ 已知，就可用任何确定性优化来获得近似

次优设定点 c^*.

4　算法的建立

在实际情况下，被控对象的输入输出关系(1a)是未知的，(5)也就未知，这时就需讨论辨识与优化的一体化问题. 要解 ASOP 就需在线辨识式(1a)推导出(5)，而且还要估计关系式

$$\widetilde{R}_{yy}(c)=R_1(c),\quad \widetilde{R}_{yw}(c)=R_2(c),\quad \widetilde{R}_{ww}=R_3(c). \tag{10}$$

现给出算法步骤如下：

1° 在某个时刻 K_θ 对系统施加控制 $v^0\in b$，且不变.

2° 对适当的 $k_1>k_\theta$，开始递推辨识关系(1a). 在此采用线性参数模型，即

$$y(k)=\varphi^{\mathrm{T}}(k)\theta+\xi(k). \tag{11}$$

其中 $\varphi^{\mathrm{T}}(k)$是由 $y(k-1),\cdots,y(k-p),u(k-1),\cdots,u(k-p)$以及二次项所组成的矩阵，$\theta$ 为参数向量，利用增广最小二乘法估计到 θ 值，令其为 $\theta=\theta(v^l)$，则得(6b)的估计式，并得(4a)的估计式，由于(4b)是已知的，可推出(5)的估计式：

$$\bar{y}=K(c,v,R_1(c),R_2(c),R_3(c)). \tag{12}$$

3° 在系统达到稳态后，采集$\{y(k)\}$的数据并且计算在 v^l 点上 $R_{yy}(v^l)$的值，记为 $R(v^l)$ 用差分逼近估计关系式(10)

$$\hat{R}_{uj}(c,v^l)=\sum_{k=1}^{n}\frac{R_{uj}(v^l)-R_{uj}(v^{l-1})}{v_k^l-v_k^{l-1}}c_k+\hat{R}_{uj}(v^l)-\sum_{k=1}^{n}\frac{R_{uj}(v^l)-R_{uj}(v^{l-1})}{v_k^l-v_k^{l-1}}v_k^l. \tag{13}$$

4° 解下面基于模型的优化问题

$$\begin{aligned}&(\mathrm{MOP})\quad \min_{c\in D}Q(c,\bar{y})+\frac{1}{2}\mathrm{tr}Q_{yy}(c,\bar{y})\hat{R}(c,v^l),\\ &\mathrm{s.t.}\quad \bar{y}=K(c,v^l,\hat{R}_1(c,v^l),\hat{R}_2(c,v^l),\hat{R}_3(c,v^l))\end{aligned}$$

(MOP)定义其解为 c^l.

5° 利用牛顿步逐步更新 v^l：$v^{l+1}=c^l$，转 2°.

当 $c^l=v^l$ 时迭代停止，c^l 即为(ASOP)的解 c^*

5　算法的最优性和收敛性

首先定义由算法所产生的解的集合为

$$\Omega=\{v\in b:v=c(v)\}. \tag{14}$$

用 Ω^*表示 ASOP 的最优解集.

假设约束集可以表示成下面的形式

$$D=\{c\in\mathrm{R}^n:G(c)\leqslant 0\}. \tag{15}$$

其中 $G:\mathrm{R}^n\to\mathrm{R}^t$ 是连续可微映射.

记

$$\begin{aligned}q^*(c)=&Q(c,K^*(c,R_1(c),R_2(c),R_3(c)))\\&+\frac{1}{2}\mathrm{tr}Q_{yy}(c,K^*(c,R_1(c),R_2(c),R_3(c)))R_1(c),\end{aligned} \tag{16}$$

$$q(c,v)=Q(c,\widetilde{K}(c,v)+\frac{1}{2}\mathrm{tr}Q_{yy}(c,\overline{K}(c;v))\hat{R}_1(c,v), \tag{17}$$

$$\widetilde{K}(c,v)=K(c,v,\hat{R}_1(c,v^l),\hat{R}_2(c,v^l),\hat{R}_3(c,v^l)), \tag{18}$$

$$\widetilde{K}^*(c)=K^*(c,R_{yy},R_{yw},R_{ww},\cdots).$$

定理 1 如果下列条件成立

a) $Q(\cdot,\cdot)$和$Q_{\eta\eta}(\cdot,\cdot)$是连可微的.

b) $\widetilde{K}^*(c)$和$\widetilde{K}(c,v)$是连续可微的.

c) $\widetilde{K}(c,v)|_{v=c}=K^*(c)$, $\widetilde{K}(c,v)|_{v=c}=K^*(c),\hat{R}_l(c,v)|_{v=c}=R_l(c),l=1,3$.

则对$\forall\ v\in\Omega$,总存在$\eta\in R^t$,使得(v,η)满足ASOP的Kuhn-Tucher最优性必要条件.

证 对于$\forall\ v\in\Omega,c(v)$是MOP的最优解.

因为$v=c(v)\in\Omega$是$G(v)\leqslant 0$的一个正则点,则存在$\eta\in R^t$使得

$$\nabla q(c(v),v)+\nabla G(c(v))\eta=0, \tag{19}$$

$$\eta^T G(c(v))=0,\quad G(c(v))\leqslant 0,\quad \eta_i>0,\quad i=1,2,\cdots,t. \tag{20}$$

由于$v=c(v)$和条件c),有

$$\nabla q(c(v),v)=\nabla q^*(c). \tag{21}$$

将(21)代入(19)中即得

$$\nabla q^*(c)+\nabla^T G(c)\eta=0. \tag{22}$$

综合(20),很显然它就是(ASOP)的Kuhn-Tucker必要条件.

定理 2 设定理1的条件满足,且满足下面条件

a) D是紧集.

b) $q^*(c)$在D上可微且其导数$q^*(c)$是Lipschitg连续的,即存在常数$\alpha>0$使得

$$\|q^{*\prime}(c+h)-q^{*\prime}(c)\|\leqslant\alpha\|h\|. \tag{23}$$

c) 对$\forall\ a\in D,q(\cdot,a)$是$D$上连续可微且其导数是单调的,即存在$\beta(v)>\alpha$使得

$$[q'(c+h,v)-q'(c,v)]h\geqslant\beta(v)\|h\|. \tag{24}$$

则由算法所产生的目标函数序列$\{q^*(v^l)\}$是单调下降的且是收敛的.

证 由条件b)有下式成立

$$\begin{aligned}q^*(v^l)-q^*(v^{l+1})&\geqslant q^{*\prime}(v^l)(v^l-v^{l+1})-\alpha\|v^l-v^{l+1}\|^2\\&=q^{*\prime}(v^l)(v^l-c^l)-\alpha\|v^l-c^l\|^2.\end{aligned} \tag{25}$$

由于c^l是MOP在给定v^l下的解,则有

$$q'(c^l,v^l)(v^l-c^l)\geqslant 0. \tag{26}$$

由定理1中的条件c),得

$$q'(c^l,v^l)|_{(c^l=v^l)}=q^{*\prime}(v^l). \tag{27}$$

则

$$q'(c^l,v^l)(v^l-c^l)+[q'(v^l,v^l)-q^{*\prime}(v^l)](c^l-v^l)\geqslant 0, \tag{28}$$

$$q^{*\prime}(v^l)(v^l-c^l)\geqslant(q'(c^l,v^l)-q'(v^l,v^l))(c^l-v^l), \tag{29}$$

$$q^{*\prime}(v^l)(v^l-v^{l+1})\geqslant(q'(v^{l+1},v^l)-q'(v^l,v^l))(v^{l+1}-v^l), \tag{30}$$

由条件c)得

$$q^{*\prime}(v^l)(v^l-v^{l+1})\geqslant\beta(v^l)\|v^l-v^{l+1}\|^2. \tag{31}$$

将(31)代入(25)中得

$$q^*(v^l)-q^*(v^{l+1})\geqslant(\beta(v^l)-\alpha)\|v^l-v^{l+1}\|^2. \tag{32}$$

$\because\quad \beta(v^l)-\alpha>0.$

因此$\{q^*(v^l)\}$是单调下降的.

由于本定理的假设满足Luenberge全局收敛定理[6]的条件,因此$\{q^*(v^l)\}$是收敛序

列.

6 仿真结果及分析

用本文提出的新算法及 Lin 的算法以及 MTS 法对文[5]中的例题进行联合仿真比较,结果在表 1 中列出.

从表 1 中看出,三种方法的迭代次数均为 6,但 MTS 法在上述噪声水平下是不稳定的. 而本文的方法由于考虑到方差因素使得性能指标有了很大的改善.

由于本文对稳态随机优化问题的研究深入到方差分析,而不是在确定性等价意义下的最优,使得新算法更接近于实际工业过程问题. 在建立算法的过程中,利用动态信息与稳态行为的关系,仍然保持了使设定点变化次数在最低限. 而且使目标值更接近于最优值. 上面的仿真结果说明了本文所提出了二阶近似算法的有效性和可靠性.

表 1 三种算法的比较

算法	迭代次数	设定点变化次数	实际性能指标	σ^2
新算法	6	6	0.45189	0.1
Lin's 算法	6	6	0.50390	0.1
MTS 法	6	18	0.41224	0

参 考 文 献

[1] Findeisen, W. et. al.. Control and Coordination in Hierachical Control. Wiley & Sons, London, 1980

[2] 万百五,Roberts, P. D.. 稳态大系统递阶控制技术的一些改进(Ⅰ,Ⅱ,Ⅲ.)西安交通大学学报,1983, 17(2): 1—8, 8—13, 17(3):27—36

[3] Roberts, P. D.. An Algorithm for Steady-State System Optimazation and Parameter Estimation. Int. J. Sys. Sci. 1979, 10:713—731

[4] Brdys, M. and Roberts, P. D.. Conrergence and Optimality of Modified Two-Step Algorithm for Intergrated System Optimazation and Parameter Estimation. Int, J. Sys. Sci, 1987, 18(7):1305—1322

[5] Lin, J., Han, C. Z.. Roberts, P. D. and Wan, B. W.. New Approach to Stochastic Optimizing Control of Steady-State Systems Using Dynamic Information. Int J. Control, 1989, 50(6):2205—2235

[6] Luenberger, D. G.. Introduction to Linear and Nonlinear Programming. Addison-Wesley, 1969

Theory & Algorithm for Stochastic Steady-State Optimizing Control in Industrial Processes

WANG Wuyi, HAN Chongzhao and WAN Baiwu

(Institute of Systems Engneering, Xi'an Jiaotong University • Xi'an, 710049, PRC)

Abstract: In this paper, the theory of stochastic steady-state optimizing control is discussed, the steady-state concept of a stochastic industrial process is proposed and a second order approximation algorithm is set up based on variance analysis. The optimality and convergence of the new algorithm are proved. Simulation results illustrate that the new algorithm is more effective than others.

Key words: stochastic steady-state optimization; variance analysis; second order approximation

本文作者简介

王武义 1962年生.1983年毕业于陕西工学院电子工程系并获得工学学士学位,1986年在西安交通大学系统工程研究所获取工学硕士学位.现为西安交通大学系统工程研究所博士生.从事大工业过程的递阶控制,随机稳态优化,神经网络及其在辨识中的应用等方面的研究.已在国内外会议、期刊发表论文十余篇.

韩崇昭 见本刊1993年第5期第581页.

万百五 见本刊1993年第5期第515页.

第一届中国智能控制与智能自动化学术会议 征 文 通 知

第一届中国智能控制与智能自动化学术会议将于1994年8月22日至24日在沈阳东北大学召开,会议由中国自动化学会智能自动化专业委员会筹办,东北大学主办。会议主题为智能控制与智能自动化理论、方法和应用。有关征文事宜通知如下:

一.征文范围:

1、智能系统;2、控制·鲁棒控制·预测控制·非线性控制·变结构控制·模糊控制·自适应控制·学习控制·专家控制·递阶控制·集散控制·集成智能控制·其他形式的控制;3、控制理论与系统理论;4、自治控制系统和容错控制系统;5、故障检测、分离和诊断;6、实时控制中的人工智能;7、神经网络在建模、辨识和控制中的应用;8、机器人控制;9、制造系统和DEDS;10、信息处理和信息系统;11、调度、规划、管理和决策系统;12、计算机辅助分析和CAD;13、智能控制器、传感器和执行器;14、智能元件和仪表;15、实现技术和应用;16、其它有关课题。

二.论文要求:

1.未在国内外公开发行的刊物上发表,未在全国性学术会议上宣读。

2.内容充实具体,特别欢迎应用论文。

3.字数不超过6000字,要求字迹工整,一式两份。

4.学术委员会组织力量审查后,即通知作者是否接受其论文。请自留底稿,无论来稿接受与否,恕不退稿。

三.截稿日期:1994年3月15日寄来全文(最后定稿,不再退作者修改)。

四.录用通知:1994年4月15日。

五.论文出版:论文统一录入、排版,国家正式出版社出版。

六.联系地址:沈阳,东北大学自动化研究中心　邮政编码:110006

电　　话:024—3893000—4112　传真:024—3895647　联系人:王　伟。